



**UNAE**

## **UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN**

**Carrera de:**

Educación Básica

Itinerario en: Pedagogía de la Matemática

Procesos de intervención mediante el Método Singapur para la enseñanza de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo año de Educación General Básica

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Licenciado/a en Ciencias de la Educación Básica

Autores:

Leonor Lisseth Burgos Vásquez

CI: 1724716921

Tutora:

Roxana Auccahuallpa Fernández

CI: 0151496866

**Azogues-Ecuador**

05-agosto-2019

**Resumen:**

Las Matemáticas son difícilmente comprendidas por los estudiantes y por ello, desde los primeros años de su enseñanza existe rechazo hacia esta materia. La enseñanza de las Matemáticas en su mayoría se realiza de manera abstracta, lo cual no permite que el estudiante desarrolle sus habilidades cognitivas como la comprensión y resolución de problemas. En este sentido, las fracciones resultan uno de los contenidos más complejos en educación básica porque los estudiantes no comprenden la noción de fracción, lo cual, conlleva a que presenten dificultades y bajo dominio en las operaciones con fracciones. Por lo que, es necesario que el docente contemporáneo de matemáticas busque estrategias innovadoras que facilite el proceso de enseñanza y aprendizaje. A través del proyecto de innovación, se desarrolló una propuesta para conocer el impacto que tiene la implementación del Método Singapur en el proceso de enseñanza y aprendizaje de operaciones básicas con fracciones. Este método se centra en la resolución de problemas mediante el enfoque CPA (concreto, pictórico y abstracto). El proyecto fue aplicado a 41 estudiantes de octavo año y los instrumentos que se utilizaron para la recolección de información fueron la prueba inicial y final, las guías de observación y las tareas de ejecución. Las guías de observación permitieron conocer que el trabajo en grupo fomenta el aprendizaje cooperativo y mediante la aplicación de la prueba los estudiantes comprendieron las otras representaciones de fracción como operador, razón, cociente y medida, incluso se identificaron los errores conceptuales que tienen los estudiantes como la falta de reconocimiento de la fracción en la recta numérica y su operabilidad.

**Palabras claves:** Método Singapur, fracciones y sus operaciones básicas, enfoque CPA.

**Abstract:**

Mathematics is hardly understood by students and therefore, from the first years of its teaching there is rejection towards this subject. The teaching of Mathematics is mostly done in an abstract manner, which does not allow the student to develop their cognitive skills such as understanding and problem solving. In this sense, fractions are one of the most complex contents in basic education because students do not understand the notion of fraction, which leads to difficulties and low proficiency in operations with fractions. Therefore, it is necessary that the contemporary mathematics teacher look for innovative strategies that facilitate the teaching and learning process. Through the innovation project, a proposal was developed to understand the impact of the implementation of the Singapore Method in the teaching and learning process of basic operations with fractions. This method focuses on solving problems through the CPA approach (concrete, pictorial and abstract). The project was applied to 41 eighth-year students and the instruments that were used for the collection of information were the initial and final test, the observation guides and the execution tasks. The observation guides allowed to know that group work fosters cooperative learning and through the application of the test the students understood the other representations of fractions as operator, ratio, quotient and measure, even conceptual errors that students have as the lack of recognition of the fraction on the number line and operability were identified.

**Keywords:** Singapore Method, fractions and their basic operations, CPA approach.

## Índice del Trabajo

### Contenido

1.	INTRODUCCIÓN .....	6
1.2	Definición del problema .....	7
1.3	Justificación .....	7
1.4	Pregunta de Investigación.....	9
1.5	Objetivo general .....	9
1.5.1	Objetivos específicos.....	9
1.6	Antecedentes.....	10
1.7	Importancia del estudio.....	12
1.8	Descripción del contenido .....	12
1.9	Descripción de la metodología .....	14
2.	MARCO TEÓRICO .....	15
2.1	Las Matemáticas .....	15
2.2	Fracción .....	15
2.3	El Método Singapur.....	16
2.4	El enfoque CPA (concreto, pictórico y abstracto).....	19
2.5	Aprendizaje cooperativo.....	20
2.6	Currículo 2016.....	22
3.	MARCO METODOLÓGICO .....	24
3.1	Instrumentos de recolección de datos .....	24
3.1.1	Prueba (inicial y final) .....	24
3.1.2	Guía de observación .....	25
3.1.3	Tareas de ejecución: Fichas de actividades .....	26
3.2	Fases de la investigación .....	26
3.2.1	Fase 1: Diagnóstico .....	26
3.2.2	Fase 2: Procesos de intervención (Ver anexo 3).....	26
3.2.3	Fase 3: Prueba final .....	27
4.	PROPUESTA DE INNOVACIÓN .....	28

5.	ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN Y RESULTADOS OBTENIDOS .....	40
5.1	Prueba inicial y final .....	40
5.2	Resultados generales de la prueba inicial vs la prueba final .....	46
5.3	Guías de observación.....	47
5.4	Análisis de las tareas de ejecución.....	49
6.	CONCLUSIONES .....	54
6.1	Limitaciones del estudio.....	55
7.	REFERENCIAS .....	57
8.	ANEXOS.....	60
8.1	ANEXO 1. Prueba inicial/final.....	60
8.2	ANEXO 2. Guía de observación .....	65
8.3	ANEXO 3. Procesos de intervención: micro planificaciones.....	67
8.4	ANEXO 4. Sociograma .....	73
8.5	ANEXO 5. Ficha de actividades # 1.....	74
8.6	ANEXO 6. Ficha de actividades # 2.....	76
8.7	ANEXO 7. Ficha de actividades # 3.....	78
8.8	ANEXO 8. Ficha de actividades # 4.....	80
8.9	ANEXO 9. Ficha de actividades # 5.....	81
8.10	ANEXO 10. Ficha de actividades # 6.....	83
8.11	ANEXO 11. Ficha de actividades # 7.....	85
8.12	ANEXO 12. Ficha de actividades # 8.....	87
8.13	ANEXO 13. Ficha de actividades # 9.....	88
8.14	ANEXO 14. Ficha de actividades # 10.....	90
8.15	ANEXO 15. Muro de fracciones .....	92
8.16	ANEXO 16. Dominó de fracciones.....	93
8.17	ANEXO 17. Láminas transparentes .....	94

## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1 Caracterización del problema

Las Matemáticas siempre han resultado una materia compleja para los estudiantes, sea porque algunos contenidos tienen un grado de dificultad o porque la clase les resulta aburrida. Así, las operaciones básicas con fracciones resulta ser un tema complejo debido a que se debe tener claro la noción de fracción y la relación que existe entre los elementos  $a$  y  $b$ , representado como el número racional  $a/b$ ;  $b \neq 0$ . Por ello, el Ministerio de Educación de Ecuador (MinEduc), plantea en el currículo 2016 la necesidad de implementar estrategias que facilite en el estudiantado la adquisición de conceptos y la comprensión de los procedimientos matemáticos. Mediante este proyecto de innovación lo que se buscó es mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las operaciones con fracciones en los estudiantes de la básica superior.

Este proyecto parte de la problemática detectada durante las prácticas preprofesionales realizadas en el octavo año de Educación General Básica (EGB) de la Unidad Educativa “Julio María Matovelle”, ubicada en la ciudad de Cuenca. En este proceso, se detectó la baja comprensión de los procedimientos en operaciones con fracciones debido a que no se tiene claro la noción de fracción y las diferentes representaciones (parte-todo, cociente, medición, operador y razón) que tiene.

El objetivo del proyecto fue implementar el método Singapur como estrategia metodológica para conocer el impacto que tiene en el aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones en los estudiantes, este se planteó como una posible alternativa ante la problemática detectada, la cual permitió que los estudiantes adquieran y desarrollen habilidades Matemáticas útiles para su vida.

El Método Singapur es una estrategia que busca desarrollar habilidades y actitudes Matemáticas y metacognitivas. Se basa en el enfoque CPA (concreto, pictórico y abstracto), donde los contenidos matemáticos se desarrollan a través de material manipulativo, luego pasan a la fase de lo pictórico a través de gráficos, barras, etc., y finalmente a lo abstracto mediante los algoritmos, es decir, su proceso de enseñanza y aprendizaje es dinámico. Una de las características principales

de esta metodología es que se centra en la resolución de problemas matemáticos mediante el dominio de cinco componentes (comprensión conceptual, dominio de habilidades y procesos matemáticos y el desarrollo de actitudes y procesos metacognitivos), los cuales se encuentran interrelacionados.

### **1.2 Definición del problema**

Uno de los elementos fundamentales en la formación del docente de la Universidad Nacional de Educación – UNAE es el desarrollo de las Prácticas Preprofesionales (PP) en todo el proceso de formación profesional de la carrera de Educación Básica. Para el octavo ciclo de la carrera de Educación Básica del Itinerario de matemáticas, las PP fueron realizadas en la Unidad Educativa “Julio María Matovelle”, ubicada en la ciudad de Cuenca, provincia de Azuay en el octavo año de educación general básica. Durante el periodo de nueve semanas se apoyó, acompañó y experimentó las PP con el apoyo del tutor profesional. Este nivel cuenta con 41 estudiantes: 35 niños y 6 niñas, con edades que oscilan entre los 11 y 13 años.

Mediante la observación participativa de las clases de Matemáticas y el análisis de las pruebas del bloque de algebra y funciones de la segunda unidad provistos por el tutor profesional, se pudo detectar en los estudiantes de octavo año la baja comprensión de la noción de fracción, errores conceptuales de Matemáticas al momento de realizar procedimientos de las operaciones básicas con fracciones, específicamente en la adición, sustracción y división. Es decir, los estudiantes realizaban estas operaciones entre fracciones como si fueran números naturales, omitiendo reglas básicas para la resolución de estas. En otras, los estudiantes lograban saber el algoritmo de solución, pero no entendían el porqué de la respuesta.

### **1.3 Justificación**

La enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas es un tema de preocupación a nivel nacional y mundial. Para el 2018, Ecuador participó en la implementación de PISA para el Desarrollo (PISA-D) con más de 6000 estudiantes a nivel nacional. Los resultados en Matemáticas de esta

prueba son preocupantes porque el 70% de los estudiantes no alcanzaron las competencias básicas en esta área (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2018). La asignatura de las Matemáticas ha sido una de las materias difícilmente comprendida por los estudiantes de la educación básica, debido a que sus contenidos son acumulativos, por ejemplo, antes de aprender a dividir, es necesario aprender a multiplicar y anterior a eso, es necesario aprender a sumar. En el currículo nacional 2016, el Ministerio de Educación de Ecuador señala que en Matemáticas los contenidos se van complejizando a medida que se avance en cada uno de los niveles de educación obligatoria, siendo necesario implementar estrategias que le facilite al estudiante la comprensión de conceptos y procedimientos para la resolución de problemas.

En este sentido, las operaciones con fracciones han sido y seguirán siendo uno de los contenidos matemáticos que mayores dificultades presentan los estudiantes al realizarse el proceso de enseñanza y aprendizaje. Siendo este tema, no solo un problema para los estudiantes de octavo año de la Unidad Educativa Julio María Matovelle, pues, según la UNESCO (2011) los estudiantes de todo el mundo tienen dificultades al trabajar operaciones con fracciones, aún en países como China o Japón, donde los estudiantes tienen una mejor comprensión conceptual de las Matemáticas, las fracciones les resulta un contenido difícil y complejo por su operatividad en el desarrollo de algoritmos que se pueden olvidar.

Así, el Método Singapur busca que los estudiantes comprendan la noción de fracción y los mecanismos para la resolución de problemas con fracciones, basándose en el enfoque CPA (concreto, pictórico y abstracto), en el que los contenidos se les brinda a través de material manipulativo, luego pasan a lo pictórico a través de gráficos, barras, etc., y finalmente se pasa a lo abstracto mediante los algoritmos. Este proceso permite que el estudiante tenga una comprensión profunda del tema que se está estudiando. En la investigación de Fernández (2017) realizada en España sobre el método Singapur se logró demostrar que esta metodología motiva y genera interés en los estudiantes hacia el aprendizaje de las Matemáticas, lo cual permitió observar una mejoría en la comprensión de conceptos y en la solución de problemas.

En correspondencia con el modelo pedagógico de la UNAE a través de la metodología del Aprender Haciendo, es decir, mediante las experiencias e interacciones y el análisis del ensayo y

error, se desarrollaron actividades para mejorar el aprendizaje de las fracciones. Así en pleno siglo XXI, se requiere que los docentes desarrollen estrategias metodológicas de innovación. En las mismas ideas de Vásquez y Vilanova (2017), la innovación en educación es el “ingenio para crear nuevas herramientas educativas de enseñanza aprendizaje que movilicen la generación de competencias o cualidades humanas (conocimientos, habilidades, emociones, actitudes y valores) para el Buen Vivir” (p.3). Pues, lo que se busca mediante la implementación del método Singapur es conocer el impacto que tiene en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las operaciones con fracciones en el octavo año, donde en cada una de las intervenciones mediante la utilización de material concreto se pueda ir notando un cambio de actitud y mejoramiento en el dominio de habilidades Matemáticas (razonar, analizar, decidir y resolver problemas), útiles para toda su vida.

#### **1.4 Pregunta de Investigación**

Mediante el desarrollo de este proyecto se pretende dar respuesta a la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo incide el empleo del Método Singapur en el aprendizaje de operaciones con fracciones en los estudiantes del octavo año de educación general básica paralelo “A” de la Unidad Educativa “Julio María Matovelle”?

#### **1.5 Objetivo general**

Implementar el método Singapur como estrategia metodológica para conocer el impacto que tiene en el aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones en los estudiantes del octavo año de Educación general básica paralelo “A”.

##### **1.5.1 Objetivos específicos**

- Fundamentar el marco teórico a partir de la revisión bibliográfica sobre el conocimiento de las fracciones y las operaciones.

- Diseñar las sesiones de aprendizaje para la enseñanza de las operaciones básicas de fracciones utilizando el Método Singapur.
- Evaluar el proceso de intervención del proyecto de innovación de acuerdo con las sesiones de aprendizaje para la enseñanza de las operaciones básicas con las fracciones.

### **1.6 Antecedentes**

Para obtener una mayor comprensión del objeto de estudio, se realizó una búsqueda sobre investigaciones anteriores que se relacionen con el tema en curso, empezando con investigaciones nacionales e internacionales. En este sentido no se logró encontrar investigaciones nacionales, sin embargo, si se cuenta con investigaciones internacionales, entre las que se eligió las de mayor relevancia para la realización del proyecto y se detallan a continuación:

Uno de los trabajos más cercanos a este proyecto de innovación es el propuesto por Fernández (2017), quien realizó una investigación sobre “El método Singapur aplicado a la enseñanza de fracciones”, cuyo propósito fue despertar interés en el estudiantado hacia el aprendizaje de las Matemáticas, utilizando una metodología alternativa. Este proyecto fue aplicado en los estudiantes de 4ºB, 5ºA y 6ºA de Educación Primaria del CEIP Lola Herrera de Tudela de Duero, Valladolid, en España. La forma de trabajar en cada curso fue similar, solo varió la complejidad de cada actividad. Este proyecto concluye que el método Singapur ayuda a mejorar la comprensión de conceptos, pues la utilización de materiales concretos motiva y genera interés en los estudiantes de forma progresiva hacia el aprendizaje de las Matemáticas. El aporte de esta investigación al proyecto en curso es la manera de organización y diseño de las sesiones a implementar mediante el método Singapur.

En la misma línea Juárez y Aguilar (2016), presentan una propuesta “El método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en Primaria”, esta investigación fue aplicada a treinta y un estudiantes de segundo año de educación básica de la Escuela “6 de Enero de 1915” de la Ciudad de Puebla en México. El objetivo fue mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en la educación primaria partiendo de la aplicación del método Singapur para la resolución de problemas. Las conclusiones obtenidas de este trabajo determinan que el Método

Singapur mejora el aprendizaje de las Matemáticas. Incluso este método deber ser aplicado de forma procesual, es decir, partiendo de problemas sencillos y a medida que se avance en las sesiones ir subiendo el nivel de dificultad. Esta investigación aportó al proyecto a realizar mediante la comprensión de los pasos para la resolución de problemas matemáticos, los cuales son necesarios para la implementación del Método Singapur.

Como tercer trabajo se analizó la investigación “Percepciones de los y las docentes del primer ciclo básico, sobre la implementación del método Singapur en el Colegio Mario Bertero Cevalco de la Comuna de Isla de Maipo” de Calderón (2014). Esta investigación fue realizada con todos los docentes de primer ciclo del colegio Mario Bertero Cevalco de la Comuna de Isla de Maipo en Chile, en el cual, el método Singapur se ha implementado desde el año 2009. El autor de esta investigación quiere conocer las percepciones de los docentes con base a sus experiencias al trabajar con esta metodología alternativa para la enseñanza de las Matemáticas.

El resultado obtenido fue que los docentes consideran beneficioso trabajar con esta metodología porque se produce un cambio positivo en la actitud del estudiante hacia al aprendizaje de las Matemáticas. Esta investigación aporta al trabajo en curso porque permite tener una visión más amplia del Método Singapur mediante el análisis de las teorías que lo sustentan.

En relación con el tema anterior se analizó la investigación de Espinoza, Matus, Barbe, Fuentes y Márquez (2016), realizada en Chile sobre “Qué y cuánto aprenden de Matemáticas los estudiantes de básica con el Método Singapur: evaluación de impacto y de factores incidentes en el aprendizaje, enfatizando en la brecha de género”, cuyo propósito fue evaluar el Método Singapur en la enseñanza de Matemática. Los resultados mostraron que esta metodología tiene un impacto positivo en el logro de aprendizajes y en el desarrollo de habilidades matemáticas.

Finalmente se analizó la investigación de Cano (2014), “Unidad didáctica para la enseñanza de los fraccionarios en el grado cuarto de básica primaria”. Esta investigación se realizó a un grupo de diez estudiantes de cuarto grado en una institución Colombia, a quienes se les enseñaron cada una de las representaciones (parte-todo, medición, operador, cociente y residuo) del concepto de fracción mediante la utilización de material concreto, lo cual permitió una mejor comprensión de la noción de fracción. El autor del proyecto señala que la concepción de fracción

de forma abstracta representa un nivel de dificultad para los estudiantes, por ello se debe complementar con el uso de materiales manipulativos.

Las investigaciones arriba expuestas fueron seleccionadas porque brindan una mayor comprensión de la problemática y destacan la importancia de desarrollar una metodología alternativa para la enseñanza de las Matemáticas, que le permita al estudiante comprender el proceso que se sigue para la obtención del resultado y no sólo aprenda de manera memorística los algoritmos de solución de problemas matemáticos.

### **1.7 Importancia del estudio**

El desarrollo de este proyecto es importante porque permite conocer una metodología alternativa a la que se desarrollan normalmente en clases para la enseñanza de las matemáticas, aportando estrategias nuevas que pueden ser utilizadas al momento de impartir una clase. De igual manera, es importante para los estudiantes del octavo año de educación General Básica porque les permitió mejorar sus habilidades matemáticas en cuanto a la resolución de las operaciones básicas con fracciones, asimilando y comprendiendo de mejor manera el concepto de fracción.

Para la autora del proyecto la realización de este es importante porque le permitió conocer una nueva metodología de enseñanza que se puede extrapolar para cualquier contenido, ya sea de Matemática o de otra área. Además, le permitió reforzar sus habilidades de escritura e investigación durante todo el proceso del desarrollo del trabajo de titulación.

### **1.8 Descripción del contenido**

Este proyecto de titulación está constituido por seis partes que se muestran a continuación:

#### **1. INTRODUCCIÓN**

Esta parte del proyecto es muy importante porque presenta la idea central de todo el proyecto, la cual está compuesta por la caracterización general del problema, selección del caso que se

investigó, la justificación para la realización del tema elegido, la pregunta de investigación a la que se dará respuesta, el objetivo general que guía el proyecto y los objetivos específicos, y finalmente se describe brevemente la metodología que se ha utilizado.

## 2. MARCO TEÓRICO

En este apartado se presentan todos los autores que apoyan y fundamentan la temática abordada. Las categorías que contienen son las siguientes: las Matemáticas, la fracción, el Método Singapur, El enfoque CPA, el aprendizaje cooperativo y el Currículo 2016.

## 3. MARCO METODOLÓGICO

Aquí podemos encontrar la metodología utilizada para la realización del proyecto, dando a conocer el tipo de investigación que se realiza, el paradigma al que se adscribe, la muestra en la que se realizó los procesos de intervención, los instrumentos que se utilizaron para el análisis y recolección de la información y las fases de la investigación.

## 4. PROPUESTA

Este apartado es muy importante porque aquí se presenta todo lo realizado por la autora, su aporte a la educación desde este trabajo de innovación. Este apartado contiene el objetivo y descripción de la propuesta, las tareas de ejecución que se realizaron en los procesos de intervención, los materiales que se utilizaron y los indicadores de evaluación (esto se puede ver en los anexos).

## 5. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN Y RESULTADOS OBTENIDOS

Aquí podemos encontrar el análisis de los resultados de la prueba inicial y final y de las guías de observación utilizadas en la primera fase del Método Singapur. También encontramos la interpretación de los resultados, relacionándolos con los autores e investigaciones que fundamentan el proyecto.

## 6. CONCLUSIONES

Finalmente, en este apartado podemos encontrar las conclusiones de todo el trabajo de titulación en relación con los objetivos planteados en el mismo. Aquí se detalla el alcance del proyecto y las limitaciones que se presentaron para la realización de los procesos de intervención.

### **1.9 Descripción de la metodología**

Este proyecto se adscribe al paradigma socio-crítico, pues lo que busca es una transformación del contexto donde se realizó la intervención. De igual manera, el enfoque investigativo es mixto, debido a que, para el análisis y la recolección de la información se utilizó la metodología cuantitativa, al inicio y al final de la intervención mediante la aplicación de una prueba inicial y una prueba final que permitieron evaluar el proceso de intervención de acuerdo a las sesiones de aprendizaje para la enseñanza de operaciones básicas de las fracciones; y la metodología cualitativa, la que fue aplicada en las sesiones dos, cuatro, seis y ocho mediante una guía de observación para evaluar el desempeño del trabajo grupal de los estudiantes en cada una de las actividades de la primera fase del Método Singapur.

Las intervenciones en el aula fueron realizadas durante el periodo de las prácticas preprofesionales pertenecientes al noveno ciclo. Para esto, se diseñaron e implementaron diez sesiones. En la sesión uno y diez se trabajaron las tres fases del Método Singapur, en la sesión dos, cuatro, seis y ocho se trabajó en la fase concreta, la cual fueron diseñadas para trabajar de manera grupal y las sesiones tres, cinco, siete y nueve se trabajó la segunda y tercera fase del Método Singapur y fueron diseñadas para trabajar de manera individual.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1 Las Matemáticas

Las Matemáticas son consideradas como una ciencia que “trata sobre conceptos abstractos que no podemos manejar directamente. Para aludir a ellos, para emplearlos y compartirlos, utilizamos representaciones” (Flores y Moreno, 2011, p.46). Para los autores es muy importante el poder interpretar y analizar representaciones, pues en Matemática no es suficiente con memorizar, sino que es necesario comprender los conceptos y procedimientos para poder aplicarlos a nuevas situaciones de la vida.

Para aprender matemáticas, los estudiantes aprenden haciendo, por ello es muy importante todas las actividades que el docente implemente en el aula en el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta. Al ser las matemáticas una disciplina de difícil comprensión por su carácter abstracto para muchos estudiantes es necesario buscar estrategias metodológicas que permitan dinamizar el proceso de enseñanza y aprendizaje. Dado que, las matemáticas permiten adquirir competencias (pensar, razonar, argumentar, comunicar, resolver problemas) útiles para la vida cotidiana y necesarias para el desarrollo de un ser humano integral.

### 2.2 Fracción

La enseñanza y aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones son un proceso complejo por las propiedades que están envueltas en su resolución. Para Chamorro (2005) “un número racional  $a/b$  donde  $b \neq 0$  y  $a, b \in R$  ( $a$  y  $b$  son números reales) tiene muchas interpretaciones, lo que determina como objetivo de enseñanza que los alumnos lleguen a dotar de significado a las diferentes interpretaciones, pero también establecer relaciones entre ellas” (p.191). Esta definición es compleja y abstracta desde la comprensión de lo que representa un número racional y más aún si este número no lo observamos de forma concreta.

El concepto de fracción tiene diferentes interpretaciones o constructos como: parte-todo, cociente, medición, operador y razón. Siendo la representación de parte-todo, como la forma de

dividir un entero en partes iguales; este es uno de los conceptos que en su mayoría los docentes trabajan en el aula y la base para poder realizar las demás representaciones. No obstante, no es la única forma de entender y comprender las fracciones, por lo que, es necesario que el estudiante conozca y entienda todas las representaciones de fracción porque entendería mejor el concepto y podría realizar las operaciones sin mucha dificultad. A su vez, comprendería la noción de lo que representa un número racional en su forma abstracta y con ello resolver problemas y situaciones de la vida diaria.

Como se menciona en la parte anterior, la fracción tiene otras interpretaciones, no solo como parte-todo, Chamorro (2015) identifica las siguientes representaciones:

**Como cociente:** porque representa la división de dos números  $a$  y  $b$ , donde  $b \neq 0$ ,  $a$  es el número que se escribe arriba y se le llama numerador y al número  $b$  de abajo se le llama denominador y que se encuentran separados por la línea fraccionaria.

**Como medición:** porque se relaciona con los procesos de medida y comparan dos cantidades de una misma magnitud, es decir, la mitad, un tercio, los quintos, etc.

**Como operador:** porque representa la manera en que un objeto o una cantidad se puede transformar, es decir, se interpreta como una parte sobre una cantidad total, se suele utilizar para representar situaciones de proporcionalidad.

**Como razón:** es la comparación multiplicativa entre dos números  $a$  y  $b$ , donde  $b \neq 0$

### 2.3 El Método Singapur

Este método fue implementado en Singapur en el año 1992 con el propósito de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Después de tres años desde su implementación los estudiantes alcanzaron grandes resultados que se vieron reflejados al obtener los primeros lugares en pruebas internacionales como TIMSS (Tendencias en el Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias) y PISA (Programa Internacional para la Evaluación de Alumnos). Actualmente, Singapur sigue obteniendo buenos resultados en Matemáticas, por lo que varios países como España, Chile, Colombia, Estados Unidos, etc., en los últimos años han

empezado a utilizar este método en su enseñanza en las Matemáticas con el propósito de mejorar los aprendizajes en esta disciplina. (Rodríguez, 2011).

En este sentido, el método Singapur puede considerarse como una estrategia que promueve el desarrollo de procesos, habilidades y actitudes. Se basa fundamentalmente en la utilización de medios visuales y materiales concretos. Esta metodología busca que los estudiantes puedan adquirir y aplicar conceptos y habilidades Matemáticas, siendo la resolución de problemas el foco principal del proceso (Ministry of Education Singapore, 2012).

Por su parte, el Ministerio de Educación de Singapur considera que los conceptos matemáticos tienen un orden jerárquico, por ello, la necesidad de que sean enseñados en forma secuencial, teniendo un plan de estudios en espiral, es decir, consiste en un conjunto de contenidos conectados para atender las diferentes necesidades y capacidades que poseen los estudiantes. En el que, el aprendizaje parte de lo más simple a lo más complejo y va desarrollado de lo concreto a lo abstracto. Cada nivel de estudio está relacionado con el siguiente nivel y existe una relación de dependencia entre cada uno de los planes de estudio, lo que no sólo ayuda al estudiante, sino también al docente porque le permite tener una visión más general de lo que tiene que hacer, esto le ayuda a planificar de mejor manera sus clases.

Así, la característica más importante en el currículo de Singapur es su enfoque en la resolución de problemas matemáticos. Esta se basa en la comprensión conceptual, el dominio de las habilidades y procesos matemáticos, haciendo énfasis en las actitudes y en los procesos metacognitivos, estando estos cinco componentes interrelacionados.

**Conceptos:** estos se agrupan en numéricos, algebraicos, geométricos, estadísticos, probabilísticos y analíticos, cada uno de estos conceptos están relacionados y para lograr aprendizajes significativos en los estudiantes se incluyen en las planificaciones diferentes actividades prácticas.

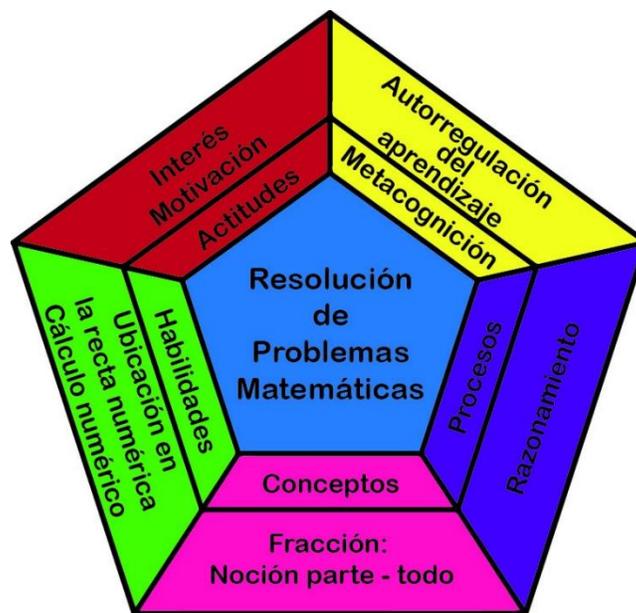
**Habilidades:** como el cálculo numérico, la manipulación algebraica, la visualización espacial, el análisis de datos, la medición, el uso de herramientas Matemáticas y la estimación. Para poder desarrollar todas estas habilidades, el estudiante tiene que practicar en cada una de ellas.

**Procesos:** se refiere a habilidades involucradas en el proceso de adquisición y aplicación del conocimiento matemático, como el razonamiento, la comunicación, habilidades del pensamiento y la heurística, las cuales son esenciales para la resolución de problemas matemáticos.

**Metacognición:** se refiere a los procesos del pensamiento, especialmente al uso de estrategias para la resolución de problemas.

**Actitudes:** se refiere a la actitud que tienen los estudiantes hacia el aprendizaje de las Matemáticas, en las que se incluyen las creencias, intereses y motivación. Estas actitudes están determinadas por la experiencia de aprendizaje que tenga el estudiante.

Para la enseñanza de cada uno de estos componentes se parte de representaciones concretas, para luego pasar a gráficos o imágenes y finalmente se llega a lo abstracto.



*Ilustración 1. Pentágono para la enseñanza y sus operaciones básicas (Fuente propia)*

La Metodología Singapur se centra en la resolución de problemas, que a su vez depende de cinco componentes que están interrelacionados. El pentágono para la enseñanza de fracciones y sus operaciones básicas muestra lo siguiente: En la parte de conceptos se propone la enseñanza de la fracción desde la noción como parte-todo, en procesos se da el razonamiento, en la

metacognición la autorregulación del aprendizaje, en las actitudes el interés y la motivación hacia el aprendizaje de la fracción mediante el trabajo con material concreto y finalmente en la parte de habilidades se establece la ubicación de las fracciones en la recta numérica y calculo numérico de estas.

### 2.4 El enfoque CPA (concreto, pictórico y abstracto)

Se trata de un enfoque metodológico, sustentando por la teoría del descubrimiento de Jerome Bruner, donde se considera que el docente debe propiciar situaciones donde el estudiante sea capaz de descubrir los conceptos, relaciones y procedimientos, es decir, a través de una progresión: concreto, pictórico y abstracto, como parte de un todo (Alonso, López, y De la Cruz, 2015).

1. Concreto: acercamiento a los conceptos matemáticos mediante la utilización de materiales manipulativos y objetos del medio.
2. Pictórico: comprensión de modelos ilustrados, representaciones como dibujos o imágenes.
3. Abstracto: comprensión y utilización de algoritmos para la resolución de problemas.

---

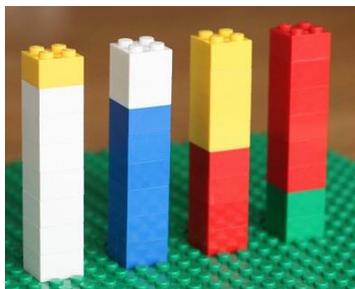
#### Método Singapur en la enseñanza de fracciones

---

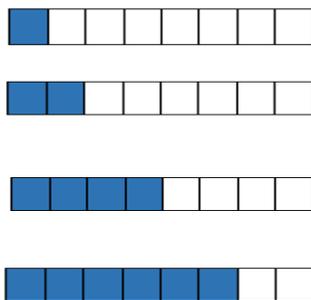
##### Enfoque CPA

---

Concreto



Pictórico



Abstracto

$$\frac{1}{8}$$

$$\frac{2}{8}$$

$$\frac{4}{8}$$

$$\frac{6}{8}$$


---

*Tabla 1. Método Singapur en la enseñanza de fracciones: Enfoque CPA (Fuente propia)*

En la tabla 1, podemos observar cómo se puede extrapolar el Método Singapur para la enseñanza de las operaciones con fracciones. En la primera fase que se refiere al trabajo con material concreto se trabaja por ejemplo con legos para la representación de la fracción. En la segunda fase el estudiante pinta en los pictogramas la correspondiente fracción y en la tercera fase escribe la fracción. Mediante esta metodología se puede observar que el aprendizaje parte del acercamiento a los conceptos más fáciles a los más difíciles y de lo concreto a lo abstracto. Esta metodología se trata de un aprendizaje más visual y manipulativo, donde el estudiante mediante el ensayo de prueba y error puede comprender los conceptos y procedimientos para la resolución de problemas. Por lo que, una estrategia fundamental para trabajar la fase concreta es el aprendizaje cooperativo.

## **2.5 Aprendizaje cooperativo**

Es una estrategia que mediante la conformación de pequeños grupos de trabajo permite la participación equitativa de todos los integrantes el grupo, Pujolàs (2015) menciona que:

El aprendizaje cooperativo es el uso didáctico de equipos reducidos de alumnos generalmente de composición heterogénea en rendimiento y capacidad, aunque ocasionalmente pueden ser más homogéneos, utilizando una estructura de actividad en la que se asegure al máximo la participación igualitaria (que todos los miembros del equipo tengan las mismas oportunidades de participar y se potencie al máximo la interacción simultánea entre ellos. (p.136)

De acuerdo con la definición arriba citada, se asume el aprendizaje cooperativo como un método de enseñanza que mediante la conformación de grupos heterogéneos permite lograr aprendizajes significativos, siempre que, en los grupos de trabajo exista cooperación de todos sus

integrantes. Esta metodología permite el desarrollo de contenidos, habilidades y actitudes, las cuales rigen por los principios del aprendizaje cooperativo.

### **Principios del aprendizaje cooperativo**

Son aquellos aspectos que se cumplen dentro del salón de clase cuando se utiliza el aprendizaje cooperativo. Estos principios permiten que el estudiante sea un agente activo en la construcción social de su conocimiento, desarrollando habilidades cooperativas, donde cada estudiante no solo es responsable de su aprendizaje sino también del de sus compañeros, todos trabajan para conseguir una meta en común, que es aprender.

Según Ferreiro y Calderón (2006), existen seis principios muy importantes que rigen al aprendizaje cooperativo:

- 1. El principio rector.** El docente aprende mientras enseña y el estudiante enseña mientras aprende: el docente es mediador.
- 2. El principio de liderazgo distribuido.** Todos los estudiantes son capaces de entender, aprender y desarrollar tareas de liderazgo.
- 3. El principio de agrupamiento heterogéneo.** Los equipos de estudiantes efectivos son los equipos heterogéneos, o sea, aquellos que incluyen alumnos de uno y otro sexo, procedencia social, niveles de habilidad y capacidades físicas.
- 4. El principio de interdependencia positiva.** Los estudiantes necesitan aprender y valorar su dependencia mutua con los demás. La base de las tareas comunes es pedirse cuentas individuales y grupalmente, dar recompensas y emplear material de trabajo de manera compartida o la creación de un producto grupal.

**5. El principio de adquisición de habilidades.** La habilidad de los estudiantes para trabajar en grupo de manera efectiva viene determinada por la adquisición de habilidades sociales específicas que promueven la cooperación y el mantenimiento del equipo.

**6. El principio de autonomía grupal.** Los grupos de estudiantes podrán solucionar mejor sus propios problemas si no son “rescatados” por el docente. Los estudiantes que solucionan sus problemas son más autónomos y suficientes.

Para dar cumplimiento a los principios del aprendizaje cooperativo y asegurar la eficacia de esta metodología, se debe tomar en cuenta algunas estrategias:

- Explicar a los estudiantes por qué la cooperación es importante.
- Conformar los grupos de manera heterogénea.
- Redistribuir adecuadamente el aula para poder trabajar en grupos.
- Dar instrucciones claras sobre la actividad y la habilidad que se va a desarrollar.
- Definir el objetivo de cada sesión de aprendizaje.
- Monitorear la actividad y comunicación de los grupos, para ayudarlos oportunamente.
- Realizar una guía de observación grupal.
- Reflexionar con los estudiantes sobre su trabajo grupal e individual.
- Establecer normas del trabajo en grupo.

## **2.6 Currículo 2016**

El currículo general 2016 señala que la enseñanza de la Matemática tiene como objetivo desarrollar en el estudiante habilidades básicas como pensar, razonar, comunicar, etc. Por lo que, en los subniveles de preparatoria y en básica elemental se propone una enseñanza más dinámica que fomente en el estudiante su creatividad. Aquí el aprendizaje es más visual y manipulativo, pues se utilizan para el proceso de enseñanza y aprendizaje materiales concretos que le permiten

al estudiante tener un acercamiento a los conceptos. Sin embargo, el currículo también señala que a partir de los subniveles de la básica media y superior los contenidos se van complejizando y se empieza un tratamiento más abstracto de la matemática, donde es necesario introducir nuevas metodologías y estrategias que le permitan al estudiante asimilar de manera significativa los contenidos.

En el currículo ecuatoriano, el tema de las fracciones se empieza a impartir desde el subnivel de la básica media. En este subnivel se ven “Números decimales y fraccionarios: ubicación en la semirrecta numérica, relación de orden, valor posicional, operaciones, propiedades de la adición y de la multiplicación” (MinEduc, 2016, p.238). En cambio, en la básica superior los estudiantes aprenden “Números racionales ( $Q$ ) e irracionales ( $Q'$ ): representación en la recta numérica, orden y comparación, propiedades de las operaciones, cálculo numérico” (MinEduc, 2016, p.239). Todos estos contenidos se dan en el bloque número uno, perteneciente a álgebra y funciones.

### **3. MARCO METODOLÓGICO**

Este proyecto asume el paradigma socio-crítico, pues lo que se busca es transformar la realidad educativa del octavo año paralelo “A” de la Unidad Educativa Julio María Matovelle, de la ciudad de Cuenca. En este paradigma se exige una participación activa del investigador, en el cual se debe conocer y comprender la realidad desde la praxis, permitiendo unir la teoría con la práctica (Pérez, 2004).

El enfoque al que se adscribió el proyecto es mixto, debido a que, se realizó una complementación en la recogida y análisis de los datos, combinando los métodos cuantitativos (prueba inicial y prueba final) y cualitativos (observación, diarios de campo). Para obtener una perspectiva más amplia y profunda del objeto de estudio, indagaciones más dinámicas, mayor solidez y rigor, y datos más variados. Con base al enfoque elegido, el diseño del proyecto es concurrente, puesto que, en este diseño el método cualitativo y cuantitativo tienen el mismo peso y se los aplica, recolecta y analizan de manera simultánea (Hernández, Fernández, y Baptista, 2014).

Los procesos del proyecto de intervención fueron realizados en el octavo año de educación general básica de una institución educativa en la ciudad de Cuenca, el cual cuenta con 41 estudiantes: 6 féminas y 35 varones, cuyas edades están entre 11 y 13 años. Se utilizó como técnicas de recogida de datos, la observación y la prueba y como instrumentos la guía de observación, guías de actividades (individual y grupal) y la prueba (inicial y final). No hubo una muestra, debido a que fue una muestra intencional porque este grado fue asignado al inicio de las prácticas preprofesionales del octavo ciclo.

#### **3.1 Instrumentos de recolección de datos**

##### **3.1.1 Prueba (inicial y final)**

Según Jarero, Aparicio y Sosa (2013), la prueba es un instrumento y en la educación se utilizan para evaluar los conocimientos adquiridos por los estudiantes de un determinado tema o contenido. La prueba se utilizó en dos momentos, al inicio de la intervención del proyecto para diagnosticar el dominio de los estudiantes en cada una de las operaciones con fracciones y al final

de la intervención para poder valorar y evaluar la utilidad de la metodología aplicada. La prueba inicial y final fue la misma y constó de diez preguntas y antes de su aplicación se hizo una validación del contenido, la misma que fue realizada por tres expertos en el área de matemática e investigación. La prueba trata de medir dos destrezas: M.4.1.14. Representar y reconocer los números racionales como una fracción y M.4.1.16. Operar en  $Q$  (adición, sustracción, multiplicación y división) resolviendo ejercicios numéricos.

La pregunta número uno y dos es sobre la noción parte-todo mediante la representación de fracciones en la recta numérica. La pregunta tres es sobre la división de figuras regulares e irregulares en partes iguales y la comprensión de la noción de fracción. La pregunta cuatro, cinco y seis es sobre la comprensión de la noción de fracción en los casos continuos y discretos. La pregunta siete, ocho, nueve y diez es sobre la solución de problemas de las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división). A través de las cuatro últimas preguntas se busca conocer si los estudiantes identifican los datos que están en los problemas, a su vez, si identifican cual es la operación entre fracciones que tienen que realizar y si resuelven el problema correctamente. (Ver anexo 1)

### **3.1.2 Guía de observación**

Según Hernández, et al. (2014), la observación “implica adentrarnos profundamente en situaciones sociales y mantener un papel activo, así como una reflexión permanente. Estar atento a los detalles, sucesos, eventos e interacciones” (p.399). Esto nos indica que, el investigador recogerá los datos directamente del medio natural, estando en contacto con el objeto de estudio. Para complementar la observación se utilizó como instrumento una guía de observación, que permitió conocer las características del trabajo grupal durante el proceso de intervención de las actividades. Este instrumento fue aplicado en la segunda, cuarta, sexta y octava sesión porque aquí se trabajó la primera fase del Método Singapur en la que se trabaja con material concreto.

Para la construcción de la guía de observación se realizó la operacionalización de variable del trabajo en grupo. La guía de observación constó de 11 ítems, en la que se quería conocer si en

el trabajo en grupo existía una escucha activa, asignación de tareas, buen clima grupal, buena organización, responsabilidad grupal e individual y si el material didáctico era utilizado adecuadamente para dar cumplimiento con el objetivo de la clase. (Ver anexo 2)

### **3.1.3 Tareas de ejecución: Fichas de actividades**

Durante las once semanas de prácticas preprofesionales en los procesos de intervención se desarrollaron nueve sesiones en la cual se aplicaron nueve fichas de actividades. Las fichas de actividades número uno, tres, cinco, siete y nueve fueron diseñadas para la primera fase del Método Singapur (fase concreta a través de material concreto). Las fichas de actividades número dos, cuatro, seis y ocho fueron diseñadas para el trabajo individual (fase pictórica y abstracta).

## **3.2 Fases de la investigación**

### **3.2.1 Fase 1: Diagnóstico**

Esta fase se realizó durante las prácticas preprofesionales del octavo ciclo, durante un periodo de nueve semanas comprendidas desde el nueve de octubre de 2018 hasta el once de enero de 2019. En este tiempo se realizó el apoyo, acompañamiento y la experimentación docente con los estudiantes del octavo año de Educación General Básica de una institución educativa en la ciudad de Cuenca. Mediante las actividades y tareas realizadas con este grupo en la segunda unidad del bloque de algebra y funciones se pudo identificar la baja comprensión de la noción de fracción y los errores conceptuales de Matemática. En este proceso se logró identificar que los estudiantes tenían problemas con los procedimientos de las operaciones básicas con fracciones como: adición, sustracción, multiplicación y división.

### **3.2.2 Fase 2: Procesos de intervención (Ver anexo 3)**

Antes de iniciar el proceso de intervención se administró la prueba inicial sobre el conocimiento de fracciones y las operaciones. Luego, se inició el proceso de intervención durante las practicas preprofesionales del noveno ciclo, las cuales duraron un periodo de once semanas, iniciando desde el 16 de abril hasta el 28 de junio de 2019. Para realizar los procesos de intervención se diseñaron diez micro planificaciones que se desarrollaron de la siguiente manera:

<b>Cronograma de los procesos de intervención</b>		
<b>Semana</b>	<b>fecha</b>	<b>Sesiones</b>
3	29 de abril al 04 de mayo	Primera sesión Tema: Representación en la recta numérica
4	06 al 10 de mayo	Segunda sesión Tema: Fracciones Tercera sesión Tema: Fracciones
5	13 al 17 de mayo	Cuarta sesión Tema: Adición con fracciones Quinta sesión Tema: Adición con fracciones
7	27 al 31 de mayo	Sexta sesión Tema: Sustracción con fracciones Séptima sesión Tema: Sustracción con fracciones
8	03 al 07 de junio	Octava sesión Tema: Multiplicación con fracciones Novena sesión Tema: Multiplicación con fracciones
9	10 al 14 de junio	Décima sesión Tema: División con fracciones

*Tabla 2. Cronograma de los procesos de intervención*

### **3.2.3 Fase 3: Prueba final**

La prueba final se aplicó en la décima semana de las prácticas preprofesionales, el martes dieciocho de junio de 2019. La prueba fue aplicada a los cuarenta y un estudiantes, durante un periodo de clases comprendido por cuarenta minutos.

#### **4. PROPUESTA DE INNOVACIÓN**

En la presente sección se realiza la descripción de la propuesta de innovación, el cual consiste en la implementación del Método Singapur para conocer el impacto que tiene en el proceso de enseñanza de las operaciones básicas con fracciones mediante los procesos de intervención que se realizaron durante las once semanas de prácticas preprofesionales del noveno ciclo.

**Objetivo:** Implementar el Método Singapur mediante los procesos de intervención para mejorar el proceso de enseñanza de las operaciones básicas con fracciones en los estudiantes de octavo año de Educación Básica.

##### **Descripción de la propuesta:**

La estrategia metodológica consiste en la implementación del Método Singapur basada en el enfoque CPA (concreto, pictórico y Abstracto). Los procesos de intervención se realizaron en diez sesiones, donde las sesiones dos, cuatro, seis, ocho corresponden a la primera fase del Método Singapur y el trabajo se realizó de manera grupal, las sesiones tres, cinco, siete y nueve corresponden a la segunda y tercera fase de la metodología aplicada y el trabajo en clase se lo realizó de manera individual y en las sesiones uno y diez se desarrollaron las tres fases del Método. Los grupos de trabajo para la primera fase fueron los mismos en todas las sesiones y se establecieron de acuerdo con un sociograma realizado por la autora del trabajo. (Ver anexo 4)

Al inicio de cada sesión se realizaba la activación de conocimientos previos y al final de cada sesión, de igual manera, se realizaba una retroalimentación de todo lo visto en la clase. En cada una de las sesiones se utilizaron hojas de trabajo las que fueron denominadas fichas de actividades y se componen de un contenido matemático y una situación de aprendizaje, las que se describen a continuación:

##### **Tarea 1**

La ficha de actividad # 1 fue aplicada durante la tercera semana de las prácticas preprofesionales, en la primera sesión de los procesos de intervención. Tiene como objetivo reforzar los conocimientos sobre la representación de una fracción en la recta numérica. La ficha está conformada por dos actividades, en la primera actividad los estudiantes debían representar en la recta numérica las fracciones dadas y en la segunda actividad los estudiantes debían escribir la fracción que indicaban las rectas numéricas. (Ver anexo 5)

## **Tarea 2**

La ficha de actividad # 2 fue aplicada en la segunda sesión durante la cuarta semana de las prácticas preprofesionales. Tiene como objetivo que el estudiante refuerce sus conocimientos sobre la noción de fracción como parte-todo. Esta ficha está conformada por tres actividades las que se desarrollaron de manera grupal. En la primera actividad se deben realizar cuatro construcciones con legos, en la segunda actividad deben realizar construcciones con legos y en la tercera actividad deben lanzar unos dados y el valor resultante escribirlo como numerador y denominados. Al finalizar las tres actividades los estudiantes deben escribir lo que es una fracción. (Ver anexo 6)

## **Tarea 3**

La ficha de actividad #3 se la aplicó en la cuarta semana de la PP, está ficha se diseñó para trabajar de manera individual. El objetivo de la actividad fue que los estudiantes consoliden sus conocimientos sobre la noción de fracción de parte -todo, mediante la división de figuras en las partes que muestra la fracción. La ficha estuvo conformada por tres actividades, en la primera los estudiantes tenían que escribir lo que representaba la parte pintada en cada una de las figuras y en la segunda actividad tenían que dividir la figura según la fracción dada. Finalmente, la tercera actividad consistía en una actividad grupal denominada dominó de fracción. (Ver anexo 7)

## **Tarea 4**

La ficha de actividad #4 se la aplicó en la quinta semana de la PP, esta ficha estuvo conformada por una sola actividad y su objetivo fue reforzar los conocimientos sobre la adición de fracciones a través de material concreto. Para esta actividad el trabajo fue grupal y corresponde a la primera fase (manipulativa) del Método Singapur, en la cual se utilizó como recurso didáctico el muro de fracciones. En esta actividad, los estudiantes de forma grupal tenían que analizar cada una de las piezas del muro de fracciones y después de eso tenían que realizar las operaciones dadas en la ficha de actividad con la utilización del material didáctico. (Ver anexo 8)

### **Tarea 5**

La ficha de actividad #5 se la aplicó en la quinta semana de la PP y se utilizó para reforzar los conocimientos sobre la adición de fracciones. Esta actividad estuvo conformada por dos actividades, la primera corresponde a la segunda fase del Método Singapur y consistió en resolver adiciones de fracciones mediante pictogramas. La segunda actividad responde a la tercera fase del Método Singapur, en la que consiste en la resolución de problemas y ejercicios de manera abstracta, utilizando los algoritmos. (Ver anexo 9)

### **Tarea 6**

La ficha de actividad #6 se la aplicó en la séptima semana de la PP con el objetivo de reforzar los conocimientos sobre la sustracción de fracciones. Esta ficha estuvo conformada por una sola actividad, en la que mediante el muro de fracciones tenían que realizar las operaciones de sustracciones allí planteadas. Esta actividad responde a la fase manipulativa del Método Singapur. (Ver anexo 10)

### **Tarea 7**

La ficha de actividad #7 también se aplicó en la séptima semana de la PP y corresponde al tema sobre sustracción de fracciones. La ficha constó de dos actividades que corresponden respectivamente a la segunda y tercera fase del Método Singapur (pictórica y abstracta). En la primera actividad, los estudiantes tenían que resolver sustracciones mediante pictogramas y en la

segunda actividad debían resolver ejercicios y problemas de sustracciones de fracciones mediante la utilización de su algoritmo. (Ver anexo 11)

### **Tarea 8**

La ficha de actividad #8 se aplicó en la octava semana de la PP, cuyo objetivo fue de reforzar los conocimientos sobre la multiplicación de fracciones. Esta ficha estuvo conformada por una sola actividad desarrollada de forma grupal. Para esto, los estudiantes tuvieron que analizar láminas transparentes (horizontales y verticales). Luego de eso tenían que colocar una lámina horizontal encima de una vertical y analizar cuantos cuadros obtenían y por qué utilizan esto. Este procedimiento lo realizaron los estudiantes varias veces con diferentes láminas. (Ver anexo 12)

### **Tarea 9**

La ficha de actividad #9 corresponde al tema de multiplicación de fracciones y fue aplicada en la octava semana de la PP. El propósito de la ficha fue reforzar los conocimientos sobre la multiplicación de fracciones en correspondencia con la segunda y tercera fase del Método Singapur (pictórica y abstracta). En la primera actividad se tenían que resolver multiplicaciones mediante pictogramas y en la segunda actividad tenían que resolver un ejercicio y un problema sobre la multiplicación de manera abstracta mediante la utilización del algoritmo de la multiplicación. (Ver anexo 13)

### **Tarea 10**

Finalmente, la ficha de actividad #10 que corresponde al tema de división de fracciones, la cual fue aplicada en la novena semana de la PP. Esta ficha estuvo conformada por dos actividades, en la primera actividad, los estudiantes tenían que resolver dos ejercicios sobre la división y en la segunda actividad tenían que resolver un problema sobre la división, en ambas actividades tenían que resolverlos de manera abstracta mediante la utilización del algoritmo de la división. (Ver anexo 14)

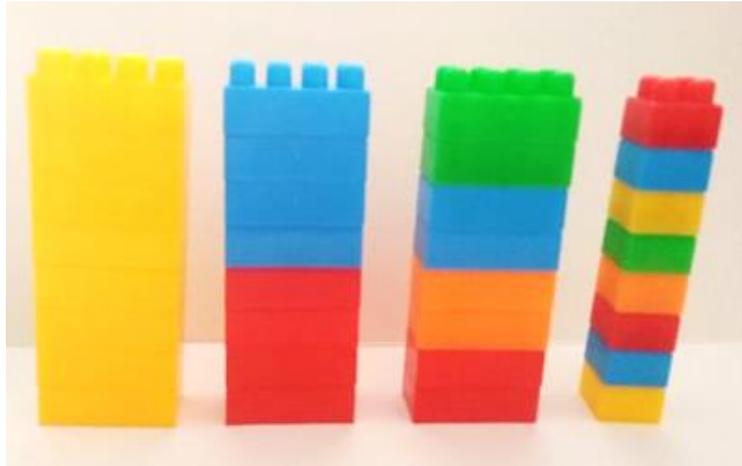
## **Elaboración de materiales**

Una parte fundamental del Método Singapur es la primera fase (Concreto), en la que es necesario la utilización de material concreto porque le permite al estudiante hacer y así va aprendiendo, pues en matemáticas es muy importante la práctica y la experimentación. En la actualidad existen diversos materiales y recursos didácticos que se han diseñado con un fin educativo para poder facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje y de igual manera podemos encontrar materiales y recursos que, aunque no han sido diseñados con un fin educativo se puede utilizar con un objetivo direccionado.

Para las sesiones dos, cuatro, seis y ocho se utilizaron materiales didácticos para dar cumplimiento a la primera fase del Método Singapur (concreto). En la primera sesión se utilizaron materiales didácticos comerciales (legos, rosetas y dados), estos materiales fueron comprados y utilizados con un fin didáctico. Los materiales utilizados en las demás sesiones fueron construidos y elaborados por la autora del proyecto. A continuación, se van a detallar los materiales y recursos que se utilizaron en los procesos de intervención con la finalidad que los estudiantes puedan comprender la fracción como parte-todo y realizar las operaciones básicas de manera manipulativa.

### **Legos**

Este es un material didáctico comercial porque fue comprado, pero utilizado con un fin didáctico. La actividad consistió en entregar a cada grupo un total de 32 legos: 24 grandes (8 amarillos, 6 rojos, 6 celestes, 2 verdes y 2 anaranjados) y 8 pequeños (2 amarillos, 2 celestes, 2 rojos, 1 anaranjado y 1 verde). Los estudiantes tenían que realizar las construcciones tal como se muestra en la ilustración 2 y responder las preguntas que se detallaban en la actividad 1 de la ficha de actividad # 2. El objetivo del material fue reforzar el concepto de fracción como parte-todo.



*Ilustración 2. Construcciones con legos (Fuente propia)*

### **Rosetas**

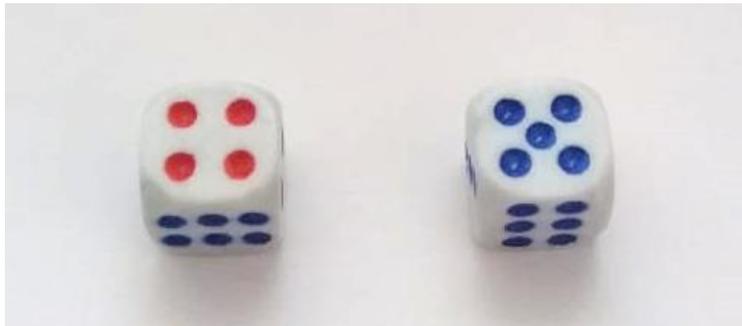
Este material fue comprado y se utilizó para reforzar el concepto de fracción como parte-todo. La actividad consistió en entregarle a cada grupo un total de 16 rosetas: 10 de un color y 6 de otro color. Cada grupo tenía que realizar una figura con la unión de todas las rosetas que se les entregó y responder las preguntas de la actividad #2 que se encuentra en la ficha de actividad # 2. Esta actividad no sólo le permitió al estudiante reforzar el concepto de fracción como parte-todo, sino potenciar la creatividad desde la construcción. El objetivo del material fue reforzar el concepto de fracción como parte-todo.



*Ilustración 3. Construcción con rosetas (Fuente propia)*

### Dados

Este material, al igual que las rosetas y los legos fueron comprados para ser utilizados con un fin didáctico. La actividad consistió en entregarle a cada grupo dos dados, donde, tenían que lanzar primero un dado y escribir el resultado como numerador, después debían lanzar el otro dado y escribir el resultado como denominador, este proceso lo tuvieron que repetir 4 veces. Finalmente, los estudiantes debían contestar las preguntas de la actividad #3 que se encuentran en la ficha de actividad # 2. La actividad fue diseñada para que los estudiantes comprendan lo que representa el numerador y el denominador, reforzando el concepto de fracción.



*Ilustración 4. Dados (Fuente propia)*

### Muro de fracciones

El muro de fracciones o también conocido como Diagrama de Freudenthal “consiste en un rectángulo dividido en franjas, cada una de ellas representando una unidad, que se encuentran divididas en distintas porciones” (Flores, Lupiáñez, Berenguer, Marín, y Molina, 2011, p.25). Cada una de las franjas del muro de fracciones se encuentra dividido en fracciones unitarias, donde

la primera representa la unidad, la segunda se divide en dos, la tercera en tres partes y así sucesivamente como se observa en la ilustración 5.

El muro de fracciones se utilizó en la sesión cuatro y seis, para los temas de adición y sustracción de fracciones respectivamente. Este material está elaborado en fomix y se crearon diez, uno para cada grupo y está conformado por 55 piezas más la base. En el anexo 15 podemos encontrar el molde para poder realizar el muro de fracciones. El objetivo del material fue realizar operaciones de adición y sustracción.



*Ilustración 5. Muro de fracciones (Fuente propia)*

### **Dominó de fracciones**

Este material es una adaptación del juego de dominó clásico y consta de 21 fichas como podemos observar la ilustración 6, donde cada ficha está dividida en dos partes: en la primera parte contiene un número fraccionario y en la segunda contienen un gráfico. Para poder dar inicio al juego cada grupo debe dividir las fichas entre todos, como los grupos estaban formados de 4 a 5 estudiantes, siempre iba a sobrar una ficha y es con esa ficha que se dio inicio al juego. El dominó consiste en relacionar la parte gráfica de una ficha con la parte numérica de otra ficha como podemos observar en la ilustración 7. El dominó de fracciones listo para imprimir los encontramos en el anexo 16. El objetivo del material fue reforzar los conocimientos de representación numérica y gráfica de fracciones como parte-todo.

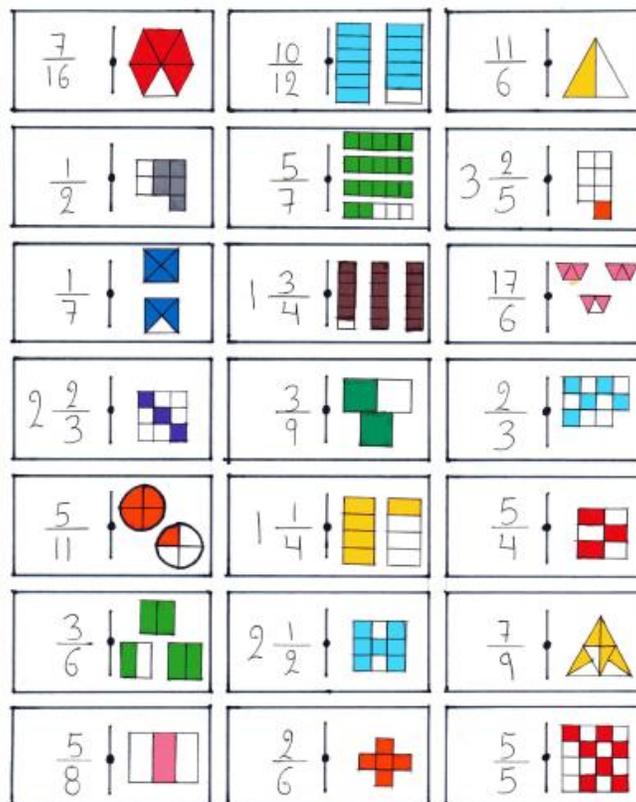
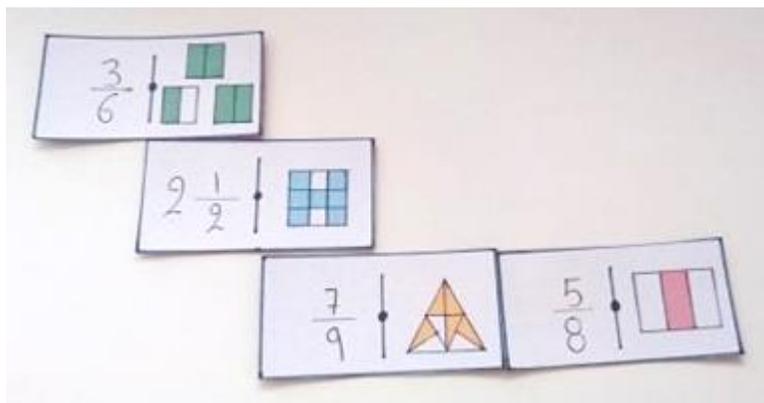


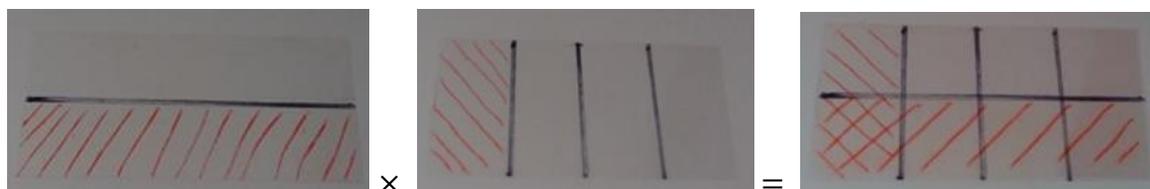
Ilustración 6. Dominó de fracciones (Fuente propia)



*Ilustración 7. Ejemplo del juego dominó de fracciones (Fuente propia)*

### Láminas transparentes

Este material está elaborado en láminas de acetato transparentes, tienen una forma rectangular y está compuesto por un total de 18 láminas transparentes: 12 con divisiones de manera vertical ( $1$ ,  $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$ ,  $1/5$ ,  $1/6$ ,  $1/7$ ,  $1/8$ ,  $1/9$ ,  $1/10$ ,  $1/11$  y  $1/12$ ) y seis con divisiones de manera horizontal ( $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$ ,  $1/5$ ,  $1/6$  y  $1/8$ ), las láminas transparentes listas para imprimir las podemos encontrar en el anexo 17. La actividad consistió en tomar una lámina de manera vertical y otra de manera horizontal, ubicar una encima de la otra y al hacer esto vamos a obtener un tercer rectángulo con más divisiones como se muestra en la ilustración 8. El objetivo del material fue reforzar los conocimientos sobre la multiplicación de fracciones.



*Ilustración 8. Ejemplo de la multiplicación de un medio por un cuarto con las láminas transparentes (Fuente propia)*

## **Metodología de intervención**

Para el proceso de intervención se utilizó el Método Singapur, el cual es una estrategia de enseñanza que busca mejorar el aprendizaje de la matemática en los estudiantes. El Método Singapur se centra en la resolución de problemas mediante el enfoque CPA (concreto, pictórico y abstracto), que consiste en una progresión, pasando de lo más fácil a lo más difícil y de lo concreto a lo abstracto. En la primera fase del Método Singapur (concreta) se utilizó como estrategia metodológica el aprendizaje cooperativo, para lo cual se desarrollaron tareas de manera colectiva y en la fase pictórica y abstracta se utilizó el trabajo individual.

## **Destrezas**

La propuesta gira en base al desarrollo de tres destrezas con criterio de desempeño del currículo general de educación básica del 2016 para el bloque Algebra y funciones que tienen que ver con la enseñanza y aprendizaje del concepto de fracción y la resolución de sus operaciones básicas.

- 1) M.3.1.34. Representar fracciones en la semirrecta numérica y gráficamente.
- 2) M.4.1.14. Representar y reconocer los números racionales como una fracción.
- 3) M.4.1.16. Operar en  $Q$  (adición, sustracción, multiplicación y división) resolviendo ejercicios numéricos.

## **Indicadores de evaluación**

Los indicadores que se consideraron para poder evaluar las tres destrezas planteadas en cada una de las actividades del trabajo de innovación fueron los siguientes:

- Los estudiantes representan en la recta numérica números fraccionarios.

- Los estudiantes representan gráficamente números fraccionarios en figuras regulares e irregulares.
- Los estudiantes identifican la fracción en los casos continuos y discretos.
- Los estudiantes resuelven problemas de adición, sustracción, multiplicación y división con fracciones.

### **Evaluación**

La propuesta fue evaluada mediante los siguientes instrumentos:

- La prueba inicial y final, la cual permitió conocer en qué medida los procesos de intervención por la investigadora permitieron mejorar el aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones.
- Las guías de observación permitieron conocer en cada grupo de trabajo realizado en el aula cómo se desarrolló el aprendizaje cooperativo, es decir, si existe respeto, asignación de tareas, si trabajan de manera organizada, si utilizan los recursos didácticos de acuerdo con la situación de aprendizaje, si siguen los procedimientos establecidos en las fichas de actividades, etc.

## 5. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN Y RESULTADOS OBTENIDOS

En esta parte se presenta los resultados y el análisis de los datos obtenidos en la prueba inicial (se evaluó antes de realizar los procesos de intervención), la prueba final (se aplicó después de realizar todos los procesos de intervención) y las guías de observación que se utilizaron en la sesión dos, cuatro, seis y ocho. Cabe recordar que el objetivo principal del proyecto fue conocer el impacto que tiene la utilización del Método Singapur en el aprendizaje de las operaciones básicas con fracciones en los estudiantes de octavo año de Educación Básica.

### 5.1 Prueba inicial y final

La información recogida a través de este instrumento fue analizada mediante el programa Excel y reciben un tratamiento cuantitativo. Tanto la prueba final como la inicial fue aplicada a los 41 estudiantes del octavo año de Educación Básica paralelo A. Todos los estudiantes del octavo grado de la institución educativa participaron de la prueba.

La prueba se dividió en cuatro dimensiones, que a su vez se dividieron en dos indicadores sobre la resolución de operaciones básicas con fracciones. El indicador 1 mide los conocimientos mínimos del concepto fracción y el indicador 2 mide la noción propia de lo que es fracción, los cuales podemos identificar en la tabla 3.

<b>Dimensión</b>	<b>Indicador 1</b>	<b>Indicador 2</b>
Representación en la recta numérica	Divide la recta	Ubica correctamente la fracción
Representación gráfica en figuras	Divide la figura en las partes que indica la fracción	Divide la figura en partes iguales
Identificación de la fracción	Ubica correctamente el numerador	Ubica correctamente del denominador
Solución de problemas con fracciones	Identifica los datos que está en el problema	Identifica la operación para realizar el problema

*Tabla 3. Dimensiones e indicadores de la prueba inicial/final*

**Primer indicador**

Ítem	Prueba Inicial		Prueba Final	
	Indicador 1		Indicador 1	
	Correcto	Incorrecto	Correcto	Incorrecto
Representación en la recta numérica	24 (58,5%)	17 (41,5%)	30 (73,2%)	11 (26,8%)
Ubicación en la recta numérica	5 (12,2%)	36 (87,8%)	28 (68,3%)	13 (31,7%)
Representación gráfica en figuras regulares	26 (63,4%)	15 (36,6%)	32 (78,0%)	9 (22,0%)
Representación gráfica en figuras irregulares	27 (65,9%)	14 (34,1%)	36 (87,8%)	5 (12,2%)
Identificación de la fracción en casos discretos	34 (82,9%)	7 (17,1%)	39 (95,1%)	2 (4,9%)
Identificación de la fracción en casos continuos	35 (85,4%)	6 (14,6%)	40 (97,6%)	1 (2,4%)
Solución de problemas- Adición	28 (68,3%)	13 (31,7%)	37 (90,2%)	4 (9,8%)
Solución de problemas- Sustracción	28 (68,3%)	13 (31,7%)	39 (95,1%)	2 (4,9%)
Solución de problemas- Multiplicación	9 (22,0%)	32 (78,0%)	31 (75,6%)	10 (24,4%)
Solución de problemas- División	21 (51,2%)	20 (48,8%)	35 (85,4%)	6 (14,6%)

*Tabla 4. Resultados del primer indicador de la prueba inicial y final (Fuente propia)*

La tabla 4 muestra en la primera columna los ítems o preguntas de la prueba, la segunda columna son los resultados del indicador (correcto e incorrecto) de la prueba inicial y en la tercera columna tenemos los resultados del indicador (correcto e incorrecto) de la prueba final. Estos resultados muestran que en la mayoría de las preguntas existe una pequeña mejoría variando del 12% al 24% de estudiantes, sin embargo en la pregunta 2 y 9 la mejoría corresponde a más de la mitad, es decir, que 53,6% de los estudiantes mejoraron mediante los procesos de intervención en la ubicación de los números en la recta numérica y en la solución de problemas en el caso de la multiplicación.

La pregunta dos fue la que resultó difícil para los estudiantes dado que la representación en la recta numérica tiene una concepción abstracta, por lo tanto, como menciona Chamorro (2015), para poder trabajar la representación de una fracción, hay que tener claro el concepto de fracción como parte-todo porque es la base para poder trabajar las demás representaciones. Debido a esto, en la prueba inicial sólo el 12,2% de los estudiantes lograron dividir la recta numérica, sin embargo, en la prueba final el 68,3% de los estudiantes dividieron correctamente la recta numérica.

La pregunta nueve con relación a la resolución de problemas con la multiplicación de fracciones muestra que sólo el 22% de los estudiantes en la prueba inicial identificaron los datos que se encontraban en el problema, pero en la prueba final, 75,6% de los estudiantes identificaron los datos. Esto demuestra que, las actividades relacionadas con la multiplicación de fracciones fueron significativas, pues los estudiantes incrementaron el razonamiento, siendo este un proceso que se plantea en el pentágono de la resolución de problemas matemáticos, que forma parte fundamental del Método Singapur (ver ilustración 1).

**Segundo indicador**

Ítem	Prueba inicial		Prueba final	
	Indicador 2		Indicador 2	
	Correcto	Incorrecto	Correcto	Incorrecto
Representación en la recta numérica	16 (39%)	25 (61,0%)	26 (63,4%)	15 (36,6%)
Ubicación en la recta numérica	4 (9,8%)	37 (90,2%)	17 (41,5%)	24 (58,5%)
Representación gráfica en figuras regulares	15 (36,6%)	26 (63,4%)	23 (56,1%)	18 (43,9%)
Representación gráfica en figuras irregulares	0 (0%)	41 (100%)	26 (63,4%)	15 (36,6%)
Identificación de la fracción en casos discretos	18 (43,9%)	23 (56,1%)	26 (63,4%)	15 (36,6%)
Identificación de la fracción en casos continuos	17 (41,5%)	24 (58,5%)	25 (61,0%)	16 (39,0%)
Solución de problemas- Adición	29 (70,7%)	12 (29,3%)	35 (85,4%)	6 (14,6%)
Solución de problemas- Sustracción	28 (68,3%)	13 (31,7%)	37 (90,2%)	4 (9,8%)
Solución de problemas- Multiplicación	20 (48,8%)	21 (51,2%)	30 (73,2%)	11 (26,8%)
Solución de problemas- División	21 (51,2%)	20 (48,8%)	25 (61,0%)	16 (39,0%)

*Tabla 5. Resultados del segundo indicador de la prueba inicial y final (Fuente propia)*

La tabla 5 nos indica que, existe una pequeña mejoría de los estudiantes en la mayoría de las preguntas, sin embargo, en la pregunta 4 sobre la representación en figuras irregulares hay una mejoría en el 63,4% de los estudiantes, pues en la prueba inicial nadie logró alcanzar el aprendizaje de representar las fracciones en figuras irregulares. El indicador 2 de la pregunta 4 tenía que ver con la división de la figura irregular en partes iguales. Esta pregunta resultó difícil para los estudiantes, debido a que las figuras que se plantearon eran poco comunes y por lo general se enseña en figuras como círculos, cuadrados o rectángulos y estas figuras facilitan la representación.

**Resuelve el ejercicio completo**

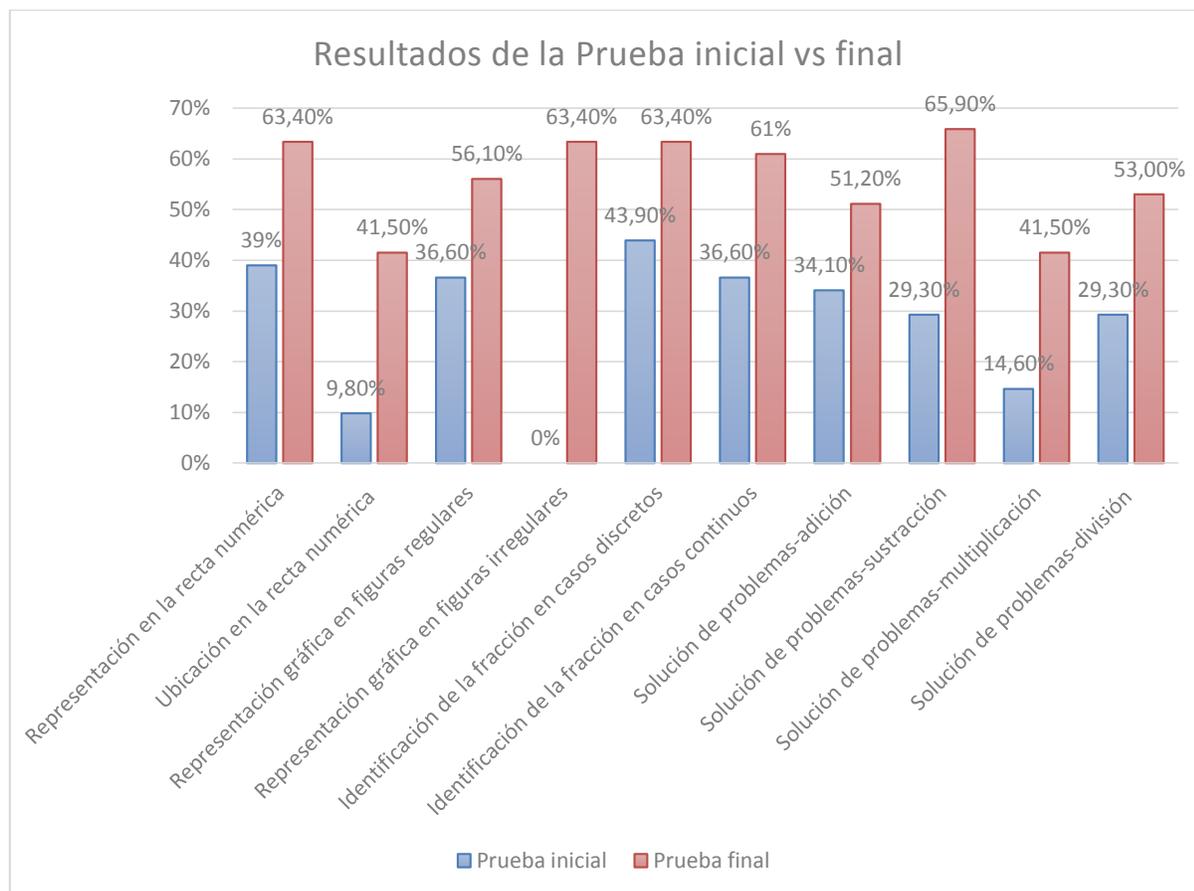
Ítem	Prueba inicial		Prueba final	
	Resuelve el ejercicio completo		Resuelve el ejercicio completo	
	Correcto	Incorrecto	Correcto	Incorrecto
Representación en la recta numérica	16 (39,0%)	25 (61%)	26 (63,4%)	15 (36,6%)
Ubicación en la recta numérica	4 (9,8%)	37 (90,2%)	17 (41,5%)	24 (58,5%)
Representación gráfica en figuras regulares	15 (36,6%)	26 (63,4%)	23 (56,1%)	18 (43,9%)
Representación gráfica en figuras irregulares	0 (0%)	41 (100%)	26 (63,4%)	15 (36,6%)
Identificación de la fracción en casos discretos	18 (43,9%)	23 (56,1%)	26 (63,4%)	15 (36,6%)
Identificación de la fracción en casos continuos	15 (36,6%)	26 (63,4%)	25 (61%)	16 (39%)

Ítem	Prueba inicial		Prueba final	
	Resuelve el ejercicio completo		Resuelve el ejercicio completo	
	Correcto	Incorrecto	Correcto	Incorrecto
Solución de problemas- Adición	14 (34,1%)	27 (65,9%)	21 (51,2%)	20 (48,8%)
Solución de problemas- Sustracción	12 (29,3%)	29 (70,7%)	27 (65,9%)	14 (34,1%)
Solución de problemas- Multiplicación	6 (14,6%)	35 (85,4%)	17 (41,5%)	24 (58,5%)
Solución de problemas- División	12 (29,3%)	29 (70,7%)	22 (53,7%)	19 (46,3%)

*Tabla 6. Resultados generales de la prueba inicial y final (Fuente propia)*

La tabla 6 muestra los resultados generales de la prueba inicial y final, es decir, de cuantos estudiantes resolvieron cada una de las diez preguntas correctamente. En la prueba inicial se observa que menos del 50% del grupo resolvieron el ejercicio completo, es decir correctamente. Esto nos indica que había muchas deficiencias en cuanto al tema de las fracciones y la resolución de problemas en las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división). Sin embargo, podemos observar que hubo una mejora en la prueba final de acuerdo con los siguientes indicadores. (1) representación en la recta numérica (el 50% de los estudiantes en la prueba final tiene una mejora significativa pues lograron resolver el ejercicio completo). (2) representación gráfica en figuras, este es el indicador en el que más estudiantes mejoraron, pues como podemos ver en la pregunta 4, en la prueba inicial ninguno resolvió el ejercicio completo, pero en la prueba final el 63,4% de los estudiantes resolvieron el ejercicio completo. (3) Identificación de la fracción, en este indicador se muestra una mejora en un promedio de 9 estudiantes, es decir el 22% y (4) Solución de problemas con operaciones de fracciones, en este se muestra que la mejora estuvo en un promedio de 10 estudiantes, es decir, del 22%. En la ilustración 9 tenemos los resultados que

relacionan la prueba inicial y final de las 10 preguntas que tenía el instrumento de evaluación de las fracciones y sus operaciones.



*Ilustración 9. Resultados de la prueba inicial vs final*

## 5.2 Resultados generales de la prueba inicial vs la prueba final

### Noción de fracción en la recta numérica

A pesar de los esfuerzos para la enseñanza de la ubicación de números fraccionarios en la recta numérica, sólo el 41,5% de los estudiantes logró el aprendizaje, es decir, menos de la mitad. En las mismas ideas, Chamorro (2015) indica que la representación de fracción en la recta numérica se hace complicado para los estudiantes, dado que, han conceptualizado la fracción

representación de áreas y, por lo tanto, los estudiantes tienen dificultades para representar los números fraccionarios en la recta numérica.

### **Representación de fracción en figuras irregulares**

Uno de los problemas en la enseñanza de las fracciones es el uso excesivo de figuras regulares para la comprensión de fracción como parte-todo. Así, en la representación gráfica de figuras irregulares, el 63,4% de los estudiantes logró este aprendizaje en la prueba final. Esto significa que los procesos de intervención contribuyeron en el desarrollo de este aprendizaje, sin embargo, el porcentaje de estudiantes que no lo logró es significativo. Esto debido a que, como mencionan Flores y moreno (2011), en Matemáticas no es suficiente con memorizar, es necesario comprender los conceptos y para ello, hay que interpretar y analizar representaciones. En muchas ocasiones, al representar gráficamente una fracción no se tiene en cuenta que las partes sean iguales y sólo se centran en la cantidad que pide.

### **Solución de problemas en la adición-sustracción**

Otros de los problemas que se presentan al trabajar con fracciones y sus operaciones es la resolución de problemas de adiciones y sustracciones, pues los estudiantes realizan las operaciones entre numeradores y denominadores considerando al numerador y denominador como números independientes y, por lo tanto, trabajan como si fueran números enteros. Por esta razón, en cuanto a la adición sólo se logró desarrollar este aprendizaje en el 51,2% de los estudiantes y en la sustracción se llegó al 65,9%.

### **5.3 Guías de observación**

Las guías de observación se utilizaron como instrumentos de evaluación en la sesión dos, cuatro, seis y ocho, pues, el objetivo de este instrumento fue el conocer cómo se desarrollaba el aprendizaje cooperativo en los 10 grupos de trabajo. Las guías de observación de las cinco sesiones tuvieron un tratamiento cualitativo y se los relacionó con los principios del aprendizaje cooperativo. Los indicadores que se observaron en cada sesión fueron los siguientes:

- Liderazgo: si todos los estudiantes desarrollaban tareas de liderazgo.
- Interdependencia positiva: comparten ideas, respetan la opinión del otro.
- Autonomía grupal: organización del grupo, asignación de tareas.
- Actitudes de los integrantes del grupo: motivación, interés.

### **Sesión 1**

El indicador de liderazgo sólo se cumplió en un grupo, donde cada integrante en función de sus potencialidades desarrolló tareas en beneficio del grupo. En los demás grupos, un solo estudiante asumió el rol de líder y distribuyó las actividades a los demás integrantes. El indicador de interdependencia positiva, al igual que el primer indicador sólo se evidenció en un grupo. El indicador de autonomía grupal estuvo presente en todos los grupos porque todos lograron organizarse y cumplir con la actividad planteada. Finalmente, en cuanto a las actitudes se evidenció que había interés por parte de los estudiantes, tal vez porque era algo nuevo y diferente a lo que estaban acostumbrados.

### **Sesión 4**

En esta sesión la información que se obtuvo mediante las guías de observación de los 10 grupos fue muy interesante, pues se pudo evidenciar la presencia de todos los indicadores en la mayoría de los grupos. Puesto que, casi todos los estudiantes aportaban ideas para comprender el muro de fracciones y desarrollar la actividad que se les planteó. Esta actividad les resultó interesante.

### **Sesión 6**

Mediante el análisis de las guías de la tercera sesión se evidenció que en esta clase ocurrió todo lo contrario a la sesión 4, pues en esta clase los indicadores se evidenciaron en pocos grupos. Los estudiantes no querían desarrollar la actividad porque estaban esperando un recurso nuevo y el recurso que se utilizó para esta clase fue el mismo que se utilizó en la sesión 4. Sin embargo, todos los grupos cumplieron con la actividad planteada.

**Sesión 8**

En esta sesión, el indicador de liderazgo se evidenció cumplió en casi todos los grupos, mediante el diálogo, acordaron que cada integrante tome dos láminas transparentes (una vertical y otra horizontal), las que ubicaron una encima de otra y analizaron lo que ocurría. Los demás indicadores al igual que el primero estuvieron presente en casi todos los grupos, pues se organizaron muy bien y lograron cumplir con la actividad de la mejor manera.

**5.4 Análisis de las tareas de ejecución**

En este apartado se realiza el análisis cualitativo de las tareas de ejecución más relevantes según los errores conceptuales que presentan los estudiantes en las fracciones. Se mostrarán algunos de los casos en los que son más notables estos errores conceptuales.

**Representación en la recta numérica**

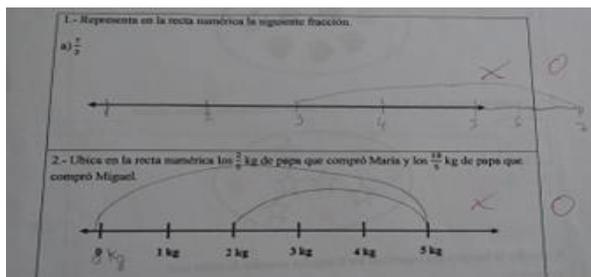


Ilustración 10. Prueba inicial caso 28

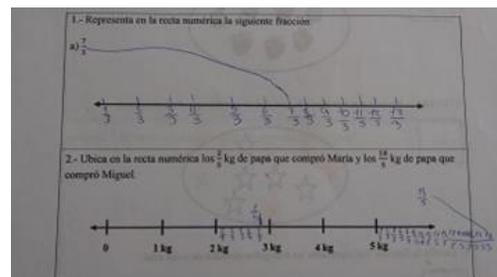
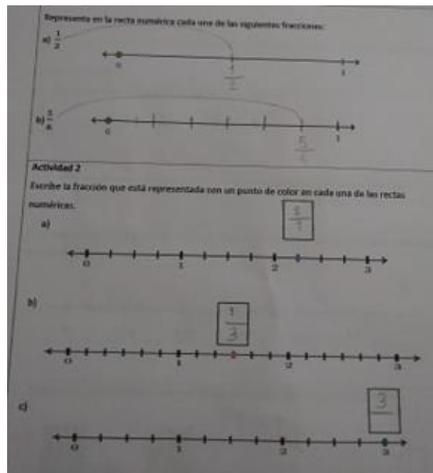


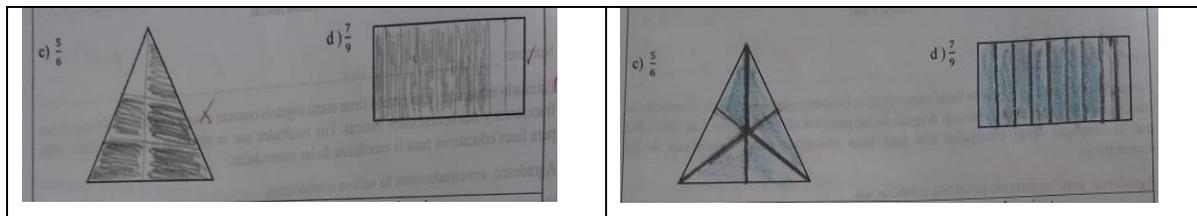
Ilustración 11. Prueba final caso 28

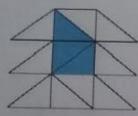
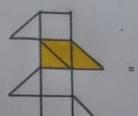
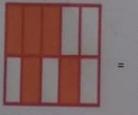
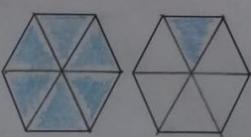


*Ilustración 12. Actividades caso 28*

Las ilustraciones 10, 11 y 12 pertenecen al caso número 28, donde se puede observar que existe un error conceptual sobre la noción de fracción en la recta numérica. En la ilustración 10 se observa como el estudiante ubica los números enteros en la recta y no puede ubicar la fracción, sin embargo, en la ilustración 11 vemos cómo el estudiante realiza la división y ubicación del número fraccionario en recta numérica. De igual manera, la ilustración 12 muestra como el estudiante en la actividad 1 puede dividir y ubicar la fracción en la recta numérica, sin embargo, en la actividad 2, al ser lo contrario y tener que escribir la fracción que está la recta, no lo hace correctamente. Este fue uno de los errores conceptuales más notorio, pues la mayoría de los estudiantes realizaron las actividades de esa misma manera.

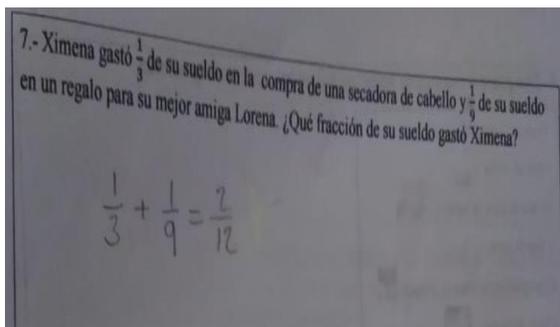
### Representación gráfica en figuras



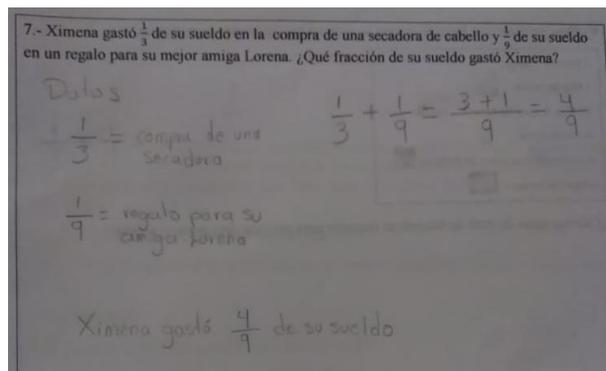
<i>Ilustración 13. Prueba inicial caso 2</i>	<i>Ilustración 14. Prueba final caso 2</i>
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p><b>Actividad 1</b> Escribe la fracción que representa lo pintado en las siguientes figuras:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>a)  = <math>\frac{3}{12}</math></p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>b)  = <math>\frac{3}{12}</math></p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;"> <p>c)  = <math>\frac{5}{10}</math></p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>d)  = <math>\frac{7}{9}</math></p> </div> </div> <p><b>Actividad 2</b> Representa las fracciones en los siguientes gráficos:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;"> <p>a) <math>\frac{1}{4}</math> </p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>b) <math>\frac{7}{16}</math> </p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;"> <p>c) <math>\frac{7}{6}</math> </p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>d) <math>\frac{4}{9}</math> </p> </div> </div> </div>	
<i>Ilustración 15. Actividades caso 2</i>	

La ilustración 13, 14 y 15 pertenecen al caso 2. La ilustración 13 y 14 muestran como el estudiante no tuvo ninguna dificultad al representar la fracción en una figura regular (rectángulo), pero al representar la fracción en el triángulo se observa como en la ilustración 13, que el estudiante si divide en las partes que le pide la fracción, pero no lo hace en partes iguales. En la figura 14 vemos como ya logra representar correctamente la fracción. En la ilustración 15 tenemos las actividades que se desarrollaron para que el estudiante comprenda la noción de fracción y pueda representar en cualquier tipo de figuras, sin embargo, vemos que en la actividad 2 en algunas figuras el estudiante no logra hacer la división en partes iguales. Al igual que en el caso 2, el representar fracciones en figuras irregulares fue el mayor inconveniente de los estudiantes, dado que en su mayoría los estudiantes representan fracciones en figuras regulares.

**Solución de problemas con fracciones (Adición-sustracción)**



*Ilustración 16. Prueba inicial caso 16*



*Ilustración 17. Prueba final caso 16*

La ilustración 16 y 17 corresponde al caso 16. En la ilustración 16 vemos uno de los errores que más se cometen al realizar una adición de fracciones, la cual es sumar numeradores y denominadores entre sí. En la ilustración 17 vemos cómo el estudiante logró aplicar el procedimiento adecuado para llegar a la solución de la adición de fracciones. Este error lo cometen la mayoría de los estudiantes y no solo con la adición, también lo hacen con la sustracción, restando numeradores y denominadores entre sí, como si se tratase de números enteros. Para reforzar este aprendizaje se plantearon varias actividades donde se incluyeron ejercicios y problemas de adición.

**Solución de problemas con fracciones (multiplicación)**

9.- Para preparar una torta de guineo se utilizan los siguientes ingredientes:

- 2 huevos.
- 1 taza de azúcar.
- 1½ taza de puré de banano.
- ¾ taza de leche.
- 4 cucharaditas de polvo de hornear.
- 2 tazas de harina.

¿Cuántas tazas de puré de banano se requiere para preparar tres tortas y media?

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1+1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$$

*Ilustración 18. Prueba inicial caso 13*

9.- Para preparar una torta de guineo se utilizan los siguientes ingredientes:

- 2 huevos.
- 1 taza de azúcar.
- 1½ taza de puré de banano.
- ¾ taza de leche.
- 4 cucharaditas de polvo de hornear.
- 2 tazas de harina.

¿Cuántas tazas de puré de banano se requiere para preparar tres tortas y media?

$$\frac{3}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{3 \times 7}{2 \times 2} = \frac{21}{4}$$

*Ilustración 19. Prueba final caso 13*

La ilustración 18 y 19 pertenece al caso 13. En la ilustración 18 podemos observar que tenemos un problema de multiplicación, donde el estudiante no identifica cuales son los datos que debe utilizar, pero si identifica el tipo de operación que debe realizar. En la ilustración 19 observamos como en la prueba final el estudiante identifica los datos y resuelve correctamente el ejercicio. Por lo general, al resolver ejercicios de multiplicación no suelen haber errores conceptuales en el procedimiento, sin embargo, cuando se les plantea en problemas existen errores de interpretación. Para poder reforzar y ayudar a superar este error de interpretación del problema, se realizaron varias actividades donde el estudiante tenía que resolver varios problemas similares al que está en la prueba.

## 6. CONCLUSIONES

El Método Singapur es sin duda una buena estrategia para la enseñanza de las Matemáticas, porque permite que el estudiante aprenda de manera más dinámica, pues se basa en la resolución de problemas, promoviendo el desarrollo de habilidades matemáticas útiles para la vida diaria. Esta metodología trabaja los contenidos de manera progresiva, respetando el estado cognitivo del estudiante, pues los contenidos se introducen desde los fáciles a los más complejos. Además, que para la introducción de conceptos se utiliza material concreto, luego se pasa a lo pictórico y finalmente a lo abstracto.

La implementación del Método Singapur en el octavo año de Educación Básica en las primeras sesiones fue un poco complicada debido a que se utilizaron materiales comerciales (legos, rosetas y dados) y los estudiantes en algunos grupos empezaron a jugar. Sin embargo, al pasar unos minutos se logró retomar la actividad en concordancia con el objetivo de la clase y se pudo finalizar la sesión satisfactoriamente. Por ello, es necesario que cada actividad en la primera fase del Método Singapur sea planificada cuidadosamente y los materiales a utilizar sean seleccionados de acuerdo con el objetivo de la clase, para de esta forma beneficiar significativamente al estudiante.

La primera fase al trabajarse en grupo hizo que se presenten pequeñas dificultades debido a que los estudiantes no estaban acostumbrados a trabajar de esta manera y menos en matemática. Sin embargo, en las últimas sesiones se pudo evidenciar los principios del aprendizaje cooperativo, pues, existía un poco más de compañerismo y además, eran capaces de autorregular su aprendizaje para beneficio del grupo, por lo que trabajar las matemáticas de manera grupal es viable y beneficioso para el estudiante porque existe apoyo entre pares, esto en concordancia con lo que dice Pujolàs (2015), quien menciona que trabajar en grupo permite generar un aprendizaje cooperativo, mejorando no sólo el aprendizaje sino también sus relaciones interpersonales. Las sesiones implementadas permitieron generar en el estudiante el interés y motivación, pues las clases eran dinámicas y diferentes a los que está acostumbrados.

A pesar de que las sesiones resultaron ser interesantes para los estudiantes, los resultados esperados no fueron en un 100%, pues al realizar el análisis y la comparación de los resultados de la prueba inicial y final se pudo notar que los cambios fueron mínimos. En la mayoría de las preguntas la mejoría estuvo entre cinco a diez estudiantes, es decir, del 12,2 % al 24,4%. Sólo en la pregunta números cuatro, relacionada con la representación gráfica en figuras irregulares la mejoría estuvo en el 63,4%. Hay que señalar que en la prueba inicial en esta pregunta ningún estudiante resolvió correctamente. Esto se debe a las dificultades que se presentan en la enseñanza de fracciones, dado que se enseña generalmente el concepto de fracción a partir de la representación de fracciones en figuras regulares (rectángulo, cuadrado, triángulo equilátero, etc.) o un círculo. Incluso, se enseña que el numerador indica las partes que tomo del entero y el denominador indica las partes que dividió el entero, pero no se enseña que esas partes tienen que ser iguales, dado que es una fracción.

Por consiguiente, adquirir la noción de fracción requiere de tiempo y mucha práctica, pues el estudiante no sólo debe comprender la noción de fracción, sino saber interpretar en las diferentes representaciones (parte-todo, medición, cociente, operador y cociente), pues como menciona Chamorro (2005), la enseñanza y aprendizaje de fracciones es un proceso complejo porque un número racional tiene muchas interpretaciones y los estudiantes deben dotar de significado a cada una de ellas.

### **6.1 Limitaciones del estudio**

Al realizar un proyecto donde se requiera la intervención en el aula, es necesario que se considere varios aspectos como: el número de días en que se va a realizar la intervención y el tiempo que se tiene para cumplir con la misma, la disposición de la tutora profesional de la institución educativa. Este proyecto tuvo algunas complicaciones en la aplicación de la propuesta de innovación porque en un principio se diseñó para trabajar sólo los viernes, sin embargo, en el calendario académico planteado por el ministerio de educación y en el de la institución existen varias actividades programadas que se desarrollaron en estos días, además de que existieron varios



feriados. Por lo tanto, fue necesario realizar reajustes en el cronograma de los procesos de intervención para dar cumplimiento de este.

## 7. REFERENCIAS

- Alonso Tello, C., López Barriga, P., & de la Cruz Vicente, O. (2015). Creer tocando. *Tendencias Pedagógicas*, 21, 249-262. Recuperado de <https://revistas.uam.es/tendenciaspedagogicas/article/view/2036/2144>
- Calderón, P., (2014). Percepciones de los y las docentes del primer ciclo básico, sobre la implementación del método Singapur en el colegio Mario Bertero Cevasco de la comuna de Isla de Maipo. Recuperado de: <http://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/2250/130579/Tesis%20Pedro%20Calderon%20Lorca.pdf;sequence=1>
- Cano, F. (2014). Unidad didáctica para la enseñanza de los fraccionarios en el grado cuarto de básica primaria. Recuperado de: <http://bdigital.unal.edu.co/44384/1/8412505.2014.pdf>
- Chamorro, M., (2005). *Didáctica de las Matemáticas*. Madrid: PEARSON EDUCACIÓN
- Espinoza, L., Matus, C., Barbe, J., Fuentes, J., & Márquez, F. (2016). Qué y cuánto aprenden de Matemáticas los estudiantes de básica con el Método Singapur: evaluación de impacto y de factores incidentes en el aprendizaje, enfatizando en la brecha de género. *Calidad en la educación*, (45), 90-131. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-45652016000200004>
- Fernández, D., (2017). El Método Singapur aplicado a la enseñanza de fracciones: Recuperado de: <http://uvadoc.uva.es/bitstream/10324/26917/1/TFG-G2620.pdf>
- Ferreiro, R. y Calderón, M. (2006). *El ABC del aprendizaje cooperativo. Trabajo en equipo para enseñar y aprender*. Alcalá de Guadaira (Sevilla): Editorial Trillas

Flores, P., & Moreno, A., (2011). *Matemáticamente competentes... Para reír*. Barcelona, España: Grao

Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P., (2014). *Metodología de la Investigación*. México D.F. McGraw-Hill

Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2018). *Educación en Ecuador. Resultados de PISA para el Desarrollo*. Recuperado de: [file:///C:/Users/usuario/Downloads/CIE\\_ResumenEjecutivoPISA18\\_20181123.pdf](file:///C:/Users/usuario/Downloads/CIE_ResumenEjecutivoPISA18_20181123.pdf)

Jarero, M., & Aparicio, E., & Sosa, L. (2013). Pruebas escritas como estrategia de evaluación de aprendizajes matemáticos. Un estudio de caso a nivel superior. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, 16 (2), 213-243.

Juárez, M., & Aguilar, M. (2016). *El método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en Primaria*. Recuperado de: [http://www.sinewton.org/numeros/numeros/98/Articulos\\_02.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/98/Articulos_02.pdf)

Ministerio de educación de Ecuador (MinEduc). (2016). *Currículo de los niveles de educación obligatoria*. Recuperado de: <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/08/Curriculov2.pdf>

Ministry of Education Singapore. (2012). Mathematics Syllabus Primary one to five. Recuperado

de:

[https://www.moe.gov.sg/docs/defaultsource/document/education/syllabuses/sciences/files/primary\\_mathematics\\_syllabus\\_pri1\\_to\\_pr.pdf](https://www.moe.gov.sg/docs/defaultsource/document/education/syllabuses/sciences/files/primary_mathematics_syllabus_pri1_to_pr.pdf)<https://revistas.uam.es/tendenciaspedagogicas/article/view/2036/24>

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura., (2011).

Enseñanza de las fracciones (Prácticas educativas-22). Recuperado de:

[http://www.ibe.unesco.org/sites/default/files/resources/edu-practices\\_22\\_spa.pdf](http://www.ibe.unesco.org/sites/default/files/resources/edu-practices_22_spa.pdf)

Pérez, G. (2004). *Investigación cualitativa: Retos e interrogantes y métodos*. Madrid: España

Pujolás, P. (2015). *9 Ideas Clave. El aprendizaje cooperativo*. Barcelona. Grao.

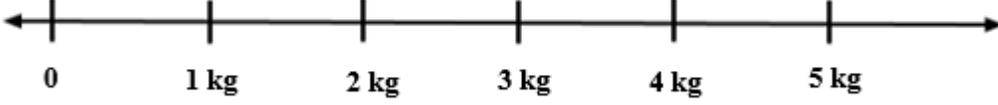
Rodríguez, S. (2011). El método de enseñanza de Matemática Singapur: “Pensar sin límites”.

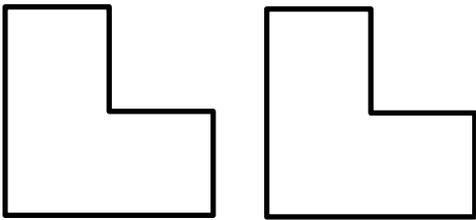
Recuperado de: [http://revistapandorabrasil.com/revista\\_pandora/matematica/selva.pdf](http://revistapandorabrasil.com/revista_pandora/matematica/selva.pdf)

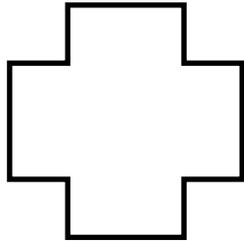
Vásquez, M., & Vilanova, M. (2017). Innovación Educativa de la UNAE. Conceptualización y establecimiento de categorías para la convocatoria de proyectos de investigación en innovación educativa.

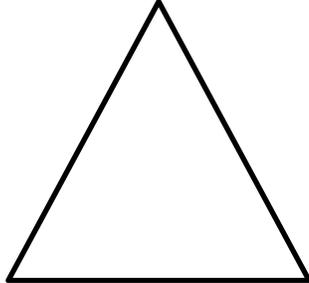
## 8. ANEXOS

### 8.1 ANEXO 1. Prueba inicial/final

 <p>UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN</p>	<b>PRUEBA INICIAL/FINAL</b>
<b>Objetivo:</b> Evaluar el conocimiento de los estudiantes sobre las fracciones y sus operaciones básicas.	
<b>Destrezas con criterios de desempeño a evaluar:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>M.4.1.14.</b> Representar y reconocer los números racionales como una fracción.</li><li>• <b>M.4.1.16.</b> Operar en Q (adición, sustracción, multiplicación y división) resolviendo ejercicios numéricos.</li></ul>	
1.- Representa en la recta numérica la siguiente fracción.	
a) $\frac{7}{3}$	
	
2.- Ubica en la recta numérica los $\frac{2}{5}$ kg de papa que compró María y los $\frac{18}{5}$ kg de papa que compró Miguel.	
	
3.- Representa gráficamente cada una de las fracciones en los siguientes gráficos:	

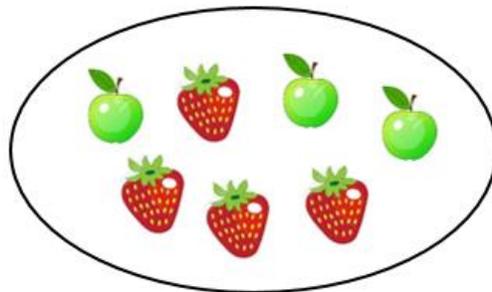
a)  $\frac{3}{2}$  

b)  $\frac{3}{8}$  

c)  $\frac{5}{6}$  

d)  $\frac{7}{9}$  

4.- Escribe la fracción que representa la cantidad de manzanas en el conjunto.

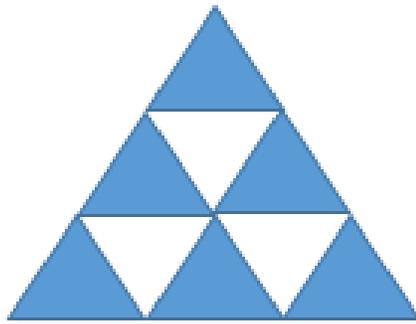


5.- Escribe la fracción que representa la cantidad de estrellas que Andrea coloreó.





6.- Escribe la fracción que representa los triángulos pintados de color azul.



7.- Ximena gastó  $\frac{1}{3}$  de su sueldo en la compra de una secadora de cabello y  $\frac{1}{9}$  de su sueldo en un regalo para su mejor amiga Lorena. ¿Qué fracción de su sueldo gastó Ximena?



8.- Juan fue en la mañana al mercado y compró  $\frac{5}{3}$  de queso, en la noche Juan utilizó para la merienda  $\frac{7}{8}$  del queso que compró. ¿Cuánto queso le queda a Juan?

9.- Para preparar una torta de guineo se utilizan los siguientes ingredientes:

2 huevos.	
1 taza de azúcar.	
1½ taza de puré de banano.	
¼ taza de leche.	
4 cucharaditas de polvo de hornear.	
2 tazas de harina.	

¿Cuántas tazas de puré de banano se requiere para preparar tres tortas y media?



10.- Raúl compró  $\frac{3}{4}$  de una pizza y la compartió con sus ocho amigos. ¿Qué fracción de pizza le tocó a cada uno?



## 8.2 ANEXO 2. Guía de observación

 UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN				<b>GUÍA DE OBSERVACIÓN</b>		
<b>Objetivo:</b> Conocer cómo se desarrolla el trabajo grupal de los estudiantes durante la primera fase del Método Singapur.						
<b>Criterios</b>		<b>Cumple</b>	<b>No Cumple</b>	<b>Observaciones</b>		
El grupo de trabajo está completo.						
Respetan la opinión del otro.						
Comparten sus ideas.						
Se preguntan entre ellos si tienen alguna duda.						
Se asignan tareas de manera que todos participen.						
Propician un clima de grupo agradable.						
Trabajan de manera organizada.						
Utilizan los materiales didácticos de manera que cumplan con el objetivo de la clase.						



Cumple con las tareas asignadas entre ellos.			
Siguen los procedimientos establecidos en la ficha de actividades.			
Al culminar la ficha de actividades, la revisan antes de entregarla.			



### 8.3 ANEXO 3. Procesos de intervención: micro planificaciones

 <p>UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN</p>  <p><b>PROCESOS DE INTERVENCIÓN (MICRO PLANIFICACIONES )</b></p>
<b>Objetivo:</b> mejorar el proceso de enseñanza de las operaciones básicas con fracciones.
Primera sesión
Tema: Representación en la recta numérica
Destreza: Representar fracciones en la semirrecta numérica y gráficamente. Ref. (M.3.1.34.) Estrategia: Método Singapur (manipulativo-pictórico-abstracto) Objetivo: Ubicar fracciones en la recta numérica.
Recurso: ficha de actividad # 1 Socialización del proyecto: <ul style="list-style-type: none"><li>• Explicación de la manera a trabajar durante las diez sesiones.</li><li>• Conformación de 10 grupos para trabajar durante todo el proyecto.</li></ul> Actividades de la sesión: <ul style="list-style-type: none"><li>• Activación de conocimientos previos sobre lo que es una fracción, las partes que tiene.</li><li>• Ejercicios prácticos con los estudiantes.</li><li>• A cada estudiante se le entregará la ficha de actividad.</li><li>• Al finalizar cada una de las actividades se realizará un conversatorio con todos los grupos.</li></ul>



<ul style="list-style-type: none"><li>• Retroalimentación de la clase.</li></ul>
Segunda sesión
Tema: Fracciones
Destreza: Representar y reconocer los números racionales como una fracción. Ref. (M.4.1.14.) Estrategia: Método Singapur (manipulativo) Objetivo: Comprender el concepto de fracción como parte-todo.
Recursos: materiales comerciales (legos, dados, rosetas), ficha de actividades # 2. Actividades: <ul style="list-style-type: none"><li>• A cada grupo se le entregará la ficha de actividades y los materiales a utilizar.</li><li>• Al finalizar cada una de las actividades se realizará un conversatorio con todos los grupos.</li><li>• Retroalimentación de la clase.</li></ul>
Tercera sesión
Tema: Fracciones
Destreza: Representar y reconocer los números racionales como una fracción. Ref. (M.4.1.14.) Estrategia: Método Singapur (pictórico-abstracto) Objetivo: Reconocer la representación gráfica y numérica de las fracciones como parte-todo.
Recursos: Dominó de fracciones, ficha de actividades # 3. Actividades: <ul style="list-style-type: none"><li>• Recuento de la clase anterior.</li></ul>



<ul style="list-style-type: none"><li>• Clase introductoria del docente.</li><li>• Entrega de la ficha de actividades #3 a cada estudiante.</li><li>• La actividad #3 se trabajara en grupo.</li><li>• Entrega del dominó de fracciones a cada grupo de estudiantes.</li></ul>
<b>Cuarta sesión</b>
Tema: Adición con fracciones
Destreza: Operar en Q (adición) resolviendo ejercicios numéricos. Ref. (M.4.1.16.).  Estrategia: Método Singapur (manipulativo)  Objetivo: resolver adiciones de fracciones con el uso de material concreto.
Recursos: ficha de actividades # 4, muro de fracciones.  Actividades: <ul style="list-style-type: none"><li>• Recuento de la clase anterior.</li><li>• Entrega de la ficha de actividades #4 y el muro de fracciones a cada grupo.</li><li>• Conversatorio con todos los grupos sobre la actividad realizada.</li><li>• Retroalimentación de la clase.</li></ul>
<b>Quinta sesión</b>
Tema: Adición con fracciones
Destreza: Operar en Q (adición) resolviendo ejercicios numéricos. Ref. (M.4.1.16.).  Estrategia: Método Singapur (pictórico-abstracta)  Objetivo: comprender la operación de la adición de fracciones.
Recursos: Ficha de actividades # 5.



<p>Actividades:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Recuento de la clase anterior.</li><li>• Clase introductoria por parte del docente.</li><li>• Entrega de la ficha de actividades a cada uno de los estudiantes.</li><li>• Comparación de las respuestas de las actividades realizadas.</li></ul>
<p>Sexta sesión</p> <p>Tema: Sustracción con fracciones</p>
<p>Destreza: Operar en Q (sustracción) resolviendo ejercicios numéricos. Ref. (M.4.1.16.).</p> <p>Estrategia: Método Singapur (manipulativo)</p> <p>Objetivo: Comprender la sustracción de fracciones.</p>
<p>Recursos: Ficha de actividades # 6, muro de fracciones.</p> <p>Actividades:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Recuento de la clase anterior.</li><li>• Entrega de la ficha de actividades # 6 y el muro de fracciones a cada grupo.</li><li>• Conversatorio con todos los grupos sobre la actividad realizada.</li><li>• Retroalimentación de la clase.</li></ul>
<p>Séptima sesión</p> <p>Tema: Sustracción de fracciones</p>
<p>Destreza: Operar en Q (sustracción) resolviendo ejercicios numéricos. Ref. (M.4.1.16.).</p> <p>Estrategia: Método Singapur (pictórico-abstracto)</p> <p>Objetivo: Resolver ejercicios de sustracción de fracciones.</p>



Recursos: Ficha de actividades # 7.

Actividades:

- Recuento de la clase anterior.
- Clase introductoria.
- Entrega de la ficha de actividades a cada uno de los estudiantes.
- Comparación de las respuestas de las actividades realizadas.

Octava sesión

Tema: Multiplicación de fracciones

Destreza: Operar en  $Q$  (multiplicación) resolviendo ejercicios numéricos. Ref. (M.4.1.16.).

Estrategia: Método Singapur (manipulativo)

Objetivo: Comprender la multiplicación de fracciones.

Recursos: Láminas transparentes en horizontal y vertical, ficha de actividades # 8.

Actividades:

- Clase introductoria.
- Entrega de la ficha de actividades # 8 y las láminas transparentes a cada grupo.
- Conversatorio sobre la actividad realizada.
- Retroalimentación de la clase.

Novena sesión

Tema: Multiplicación de fracciones

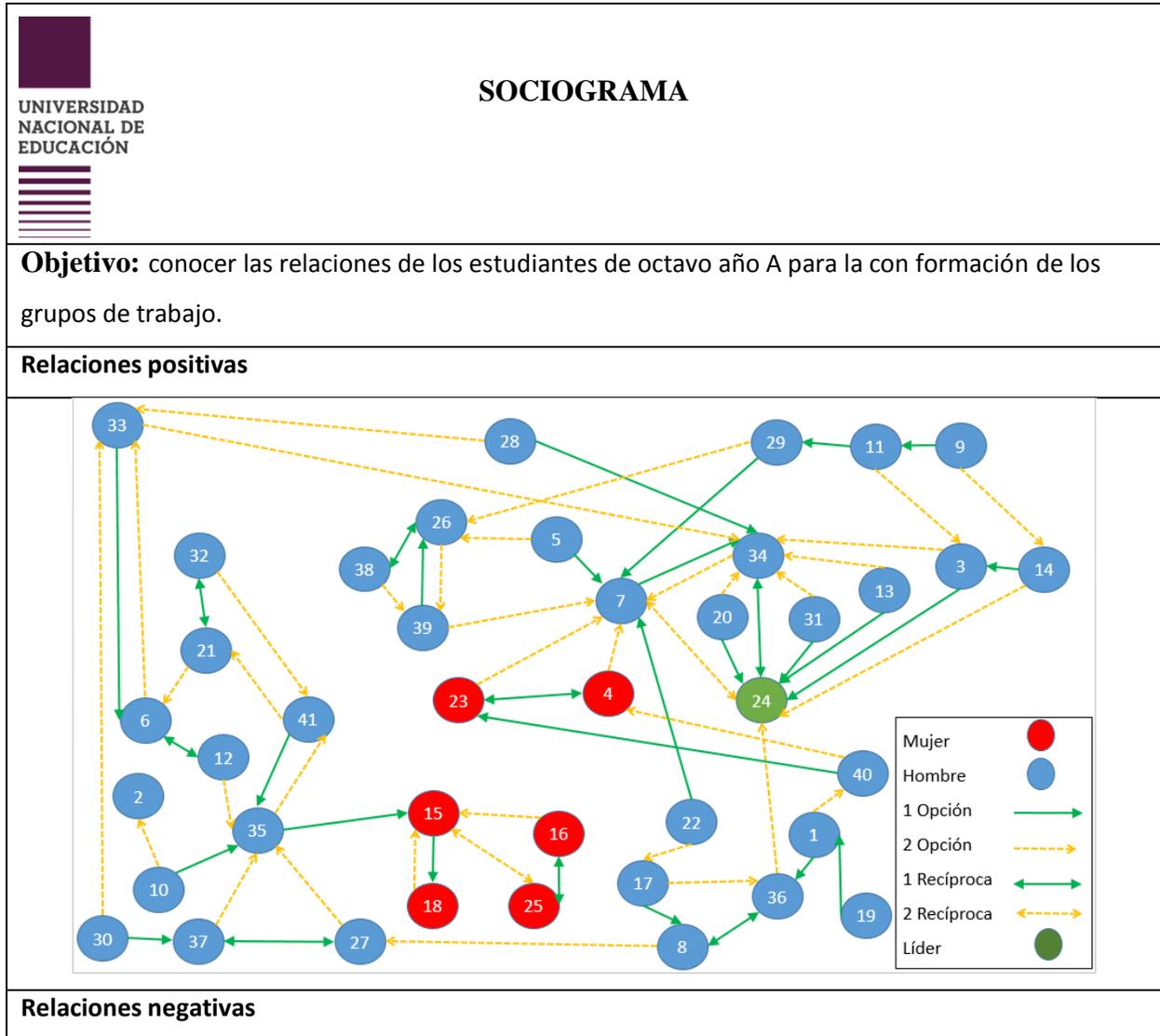
Destreza: Operar en  $Q$  (multiplicación) resolviendo ejercicios numéricos. Ref. (M.4.1.16.).

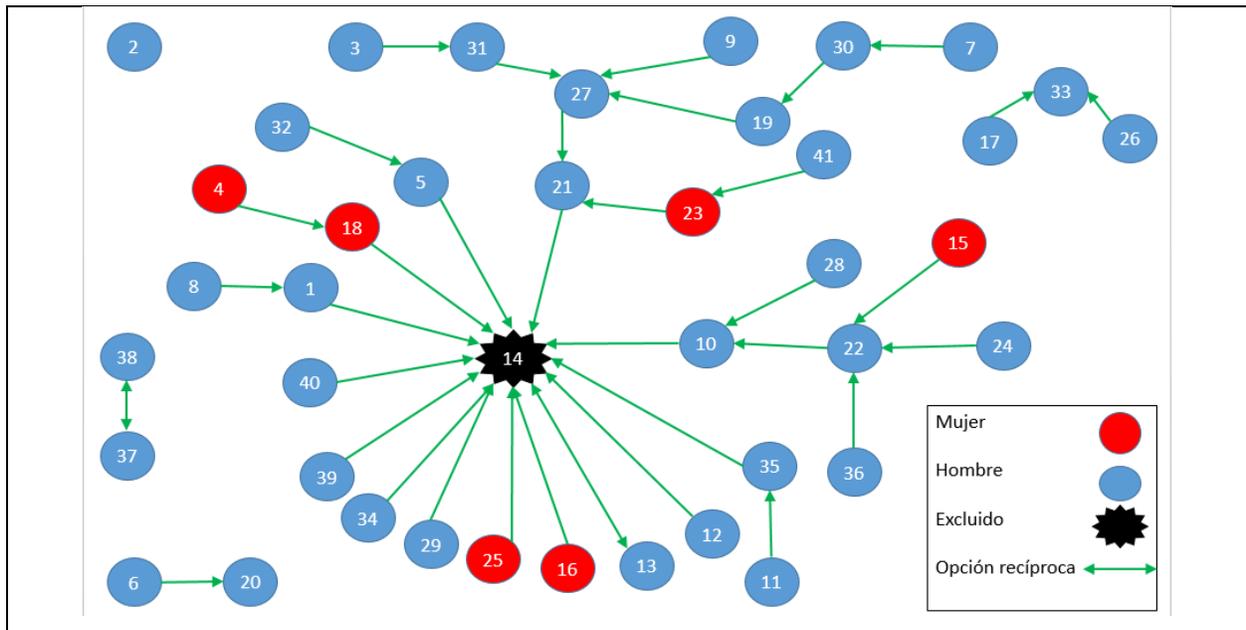
Estrategia: Método Singapur (pictórico-abstracto)



Objetivo: resolver ejercicios de multiplicación de fracciones.
Recursos: Ficha de actividades # 9.  Actividades: <ul style="list-style-type: none"><li>• Recuento de la sesión anterior.</li><li>• Entrega de la ficha de actividades # 9 a cada estudiante.</li><li>• Comparación de las respuestas de la ficha realizada.</li><li>• Retroalimentación de toda clase.</li></ul>
Décima sesión  Tema: División de fracciones
Destreza: Operar en $Q$ (división) resolviendo ejercicios numéricos. Ref. (M.4.1.16.).  Estrategia: Método Singapur (concreto-pictórico-abstracto)  Objetivo: Comprender y resolver ejercicios sobre la división de fracciones.
Recursos: Ficha de actividades # 10.  Actividades: <ul style="list-style-type: none"><li>• Clase introductoria.</li><li>• Resolución de ejercicios con la participación de los estudiantes.</li><li>• Entrega de la ficha de actividades # 10.</li><li>• Comparación de las respuestas de la ficha de actividades.</li><li>• Retroalimentación de toda la clase.</li></ul>

### 8.4 ANEXO 4. Sociograma





**8.5 ANEXO 5. Ficha de actividades # 1**



**UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN**



### FICHA DE ACTIVIDADES # 1

---

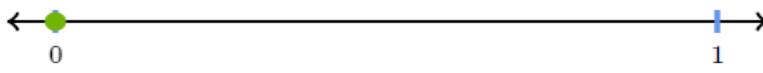
**Objetivo:** reforzar los conocimientos sobre la representación de una fracción en la recta numérica.

---

**Actividad 1**

Representa en la recta numérica cada una de las siguientes fracciones:

a)  $\frac{1}{2}$



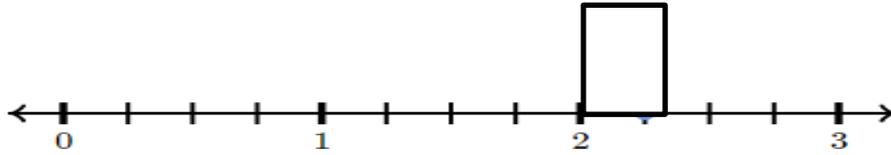
b)  $\frac{5}{6}$



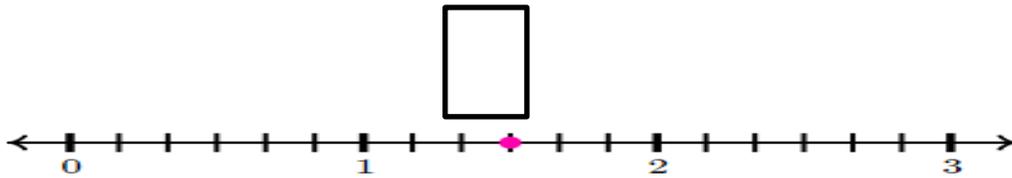
**Actividad 2**

Escribe la fracción que está representada con un punto de color en cada una de las rectas numéricas.

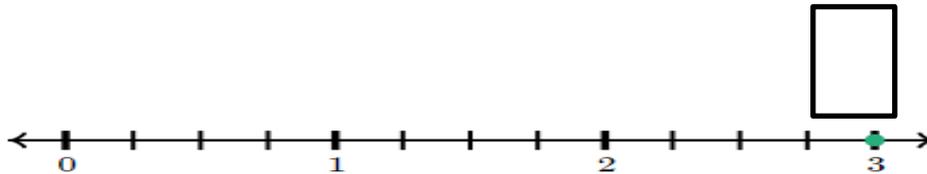
a)



b)



c)





8.6 ANEXO 6. Ficha de actividades # 2

 <p>UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN</p> 	<b>FICHA DE ACTIVIDADES # 2</b>
<b>Objetivo:</b> reforzar los conocimientos sobre el concepto de fracción como parte - todo.	
<b>Actividad 1 (Legos)</b>	
Realicen las 4 siguientes construcciones y respondan las preguntas.	
<ul style="list-style-type: none"><li>• Unan 8 piezas de un mismo color.</li><li>• Unan 8 piezas de los siguientes colores: 4 rojas y 4 celestes.</li><li>• Unan 8 piezas de los siguientes colores: 2 rojas, 2 anaranjadas, 2 celestes y 2 verdes.</li><li>• Unan los 8 legos pequeños alternando los colores.</li></ul>	
¿Qué representa cada una de las combinaciones realizadas?	
<hr/> <hr/> <hr/>	
¿Cómo las podrían escribir?	
<hr/> <hr/>	
<b>Actividad 2 (Rosetas)</b>	
Unan las rosetas que tienen de la manera que deseen.	
Conversa con tus compañeros y respondan las siguientes preguntas:	
¿Cuántas rosetas en total tienen?	



Elij

an un color ¿Del total de rosetas, qué representa el color que eligieron del total que tienen?

---

---

---

---

---

**Actividad 3 (Dados)**

- Lancen un dado, el valor resultante escríbanlo como numerador de una fracción.
- Lancen nuevamente el dado, el valor resultante escríbanlo como denominador de la fracción anterior.
- Repitan este proceso 4 veces (obtendrán 4 fracciones).

Recordando sus conocimientos sobre lo que representa una fracción

¿Qué representa el valor del numerador?

---

---

¿Qué

representa el valor del denominador?

---

---

---

De acuerdo con las actividades realizadas ¿Qué es una fracción para ustedes?

---

---

---

---



8.7 ANEXO 7. Ficha de actividades # 3



### FICHA DE ACTIVIDADES # 3

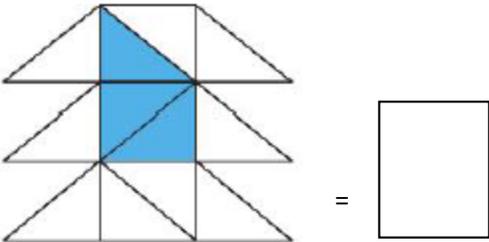


**Objetivo:** consolidar los conocimientos sobre la representación de fracciones.

**Actividad 1**

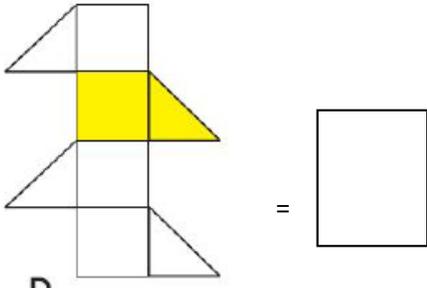
Escribe la fracción que representa lo pintado en las siguientes figuras:

a)



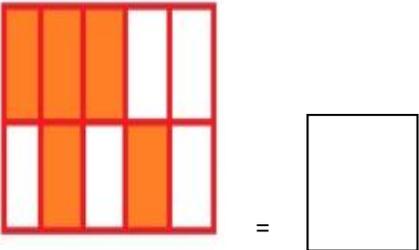
=

b)



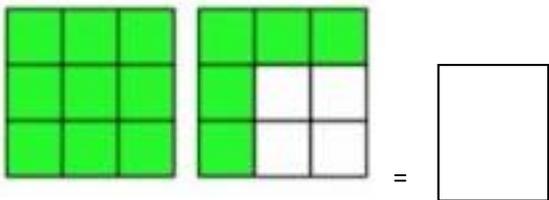
=

c)



=

d)



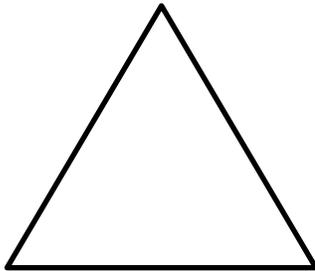
=



**Actividad 2**

Representa las fracciones en los siguientes gráficos:

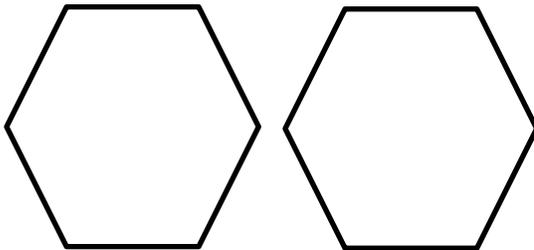
a)  $\frac{1}{4}$



b)  $\frac{7}{16}$



c)  $\frac{7}{6}$



d)  $\frac{4}{9}$



**Actividad 3 (Dominó de fracciones)**

- Observen las fichas de dominó y repártanla entre todos los integrantes.
- Ahora sí, empecemos a jugar.



8.8 ANEXO 8. Ficha de actividades # 4



UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN



FICHA DE ACTIVIDADES # 4

**Objetivo:** reforzar los conocimientos sobre la adición de fracciones.

**Actividad 1 (Muro de fracciones)**

- Analicen cada una de las piezas del muro de fracciones.
- Mediante el muro de fracciones realicen las siguientes adiciones:

a)  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$

b)  $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} =$

c)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} =$

d)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$

e)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} =$

**8.9 ANEXO 9. Ficha de actividades # 5**



UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN

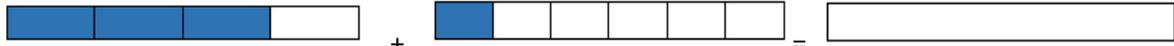
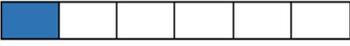
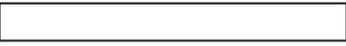


**FICHA DE ACTIVIDADES # 5**

**Objetivo:** reforzar los conocimientos sobre la adición de fracciones.

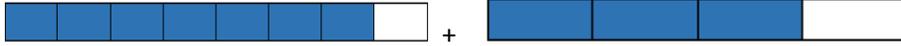
**Actividad 1**  
Resuelve las siguiente adiciones de fracciones

a)

 +  = 



b)



=

### Actividad 2

Resuelve los siguientes ejercicios:

a)  $\frac{9}{13} + \frac{5}{8} =$

- b) Ximena compró un pastel por el día de la madre, su hermana María se comió  $\frac{2}{7}$  del pastel y Ximena se comió  $\frac{5}{8}$  del pastel. ¿Cuánto del pastel se comieron entre las dos?



8.10 ANEXO 10. Ficha de actividades # 6



UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN



FICHA DE ACTIVIDADES # 6

**Objetivo:** reforzar los conocimientos sobre la sustracción de fracciones.

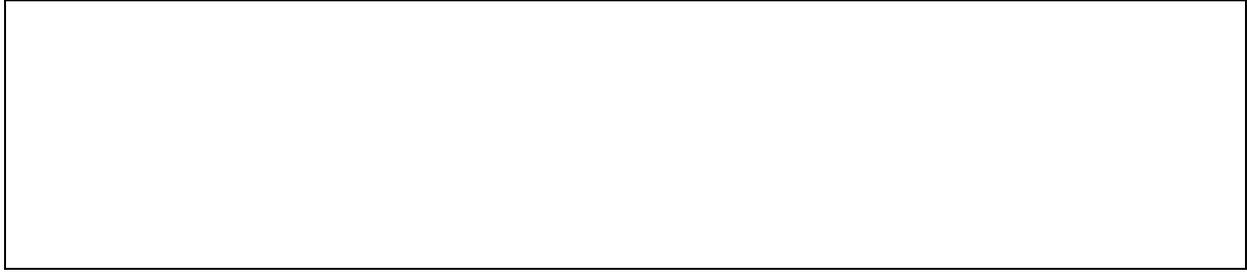
**Actividad 1 (Muro de fracciones)**

- Mediante el muro de fracciones realicen las siguientes sustracciones:

f)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} =$

g)  $\frac{1}{3} - \frac{1}{9} =$

h)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{8} =$





8.11 ANEXO 11. Ficha de actividades # 7



UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN



### FICHA DE ACTIVIDADES # 7

---

**Objetivo:** reforzar los conocimientos sobre la sustracción de fracciones.

---

**Actividad 1**  
Resuelve las siguientes adiciones de fracciones

a)

-=

b)

-

=

---

Leonor Lisseth Burgos Vásquez

Página 85



**Actividad 2**

Resuelve los siguientes ejercicios:

a)  $\frac{7}{9} - \frac{5}{18} =$

b) Juan recorre  $\frac{3}{4}$  km para llegar a casa de su abuelita, a los  $\frac{5}{8}$  del trayecto se encontró con su compañero Miguel ¿Qué fracción del trayecto le falta por recorrer a Juan para llegar a casa de su abuelita?



---

### 8.12 ANEXO 12. Ficha de actividades # 8

 <p>UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN</p> 	<b>FICHA DE ACTIVIDADES # 8</b>
<b>Objetivo:</b> reforzar los conocimientos sobre la multiplicación de fracciones.	
<b>Actividad 1 (Láminas transparentes)</b>	
Realicen la siguiente actividad y respondan a las preguntas.	
<ul style="list-style-type: none"><li>• Observen cada una de las láminas (horizontales y verticales).</li><li>• Escojan dos láminas: una horizontal y otra en vertical.</li><li>• Colóquenla una encima de la otra.</li></ul>	
¿Qué pasa al colocar una lámina encima de otra?	
<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	
¿Cuántos cuadros obtuvieron? ¿Por qué?	
<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	

**8.13 ANEXO 13. Ficha de actividades # 9**



UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
EDUCACIÓN



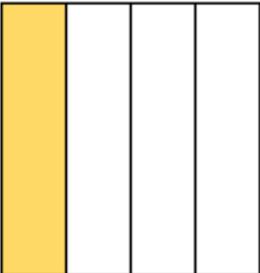
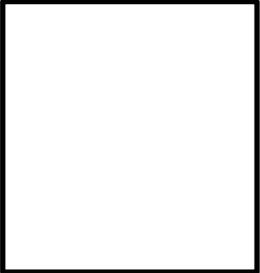
### FICHA DE ACTIVIDADES # 9

**Objetivo:** reforzar los conocimientos sobre la multiplicación de fracciones.

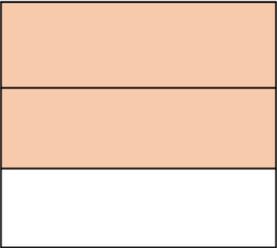
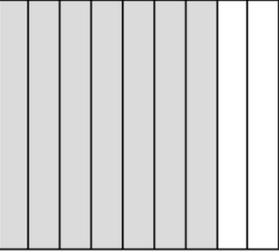
**Actividad 1**

Resuelve las siguientes multiplicaciones con fracciones:

a)


×

=


b)


×

=


Leonor Lisseth Burgos Vásquez

Página 88



**Actividad 2**

Resuelve los siguientes ejercicios:

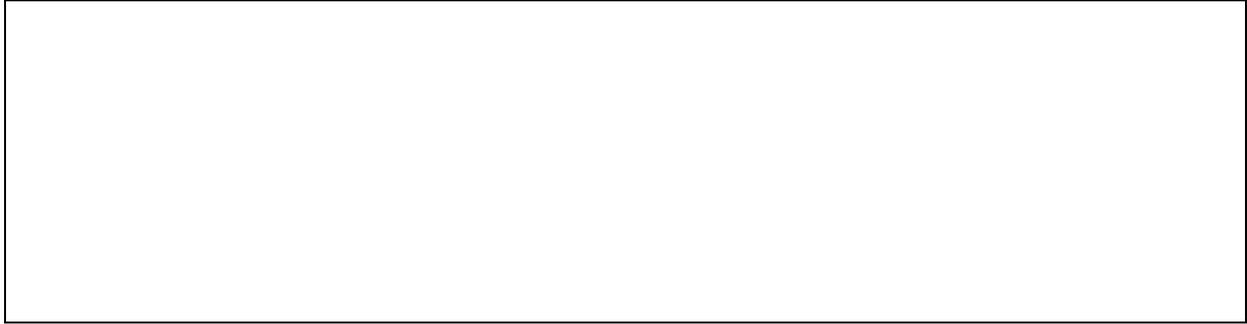
a)  $\frac{9}{10} \times \frac{3}{5} =$

b) El valor de 1 kg de harina es \$7, ¿Cuál será el precio de  $3\frac{3}{4}$  kg?



8.14 ANEXO 14. Ficha de actividades # 10

	<b>FICHA DE ACTIVIDADES # 10</b>
<p>UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN</p>	
<p><b>Objetivo:</b> reforzar los conocimientos sobre la división de fracciones.</p>	
<p><b>Actividad 1</b></p>	
<p>Resuelve los siguientes ejercicios:</p>	
<p>a) <math>\frac{4}{5} \div \frac{3}{9} =</math></p>	
<p>b) <math>\frac{4}{7} \div \frac{5}{3} =</math></p>	
<p><b>Actividad 2</b></p>	
<p>Resuelve el siguiente problema:</p>	
<p>a) Luis reparte <math>\frac{7}{9}</math> de un pastel entre sus 4 hijos. ¿Qué fracción del pastel le toca a cada uno?</p>	



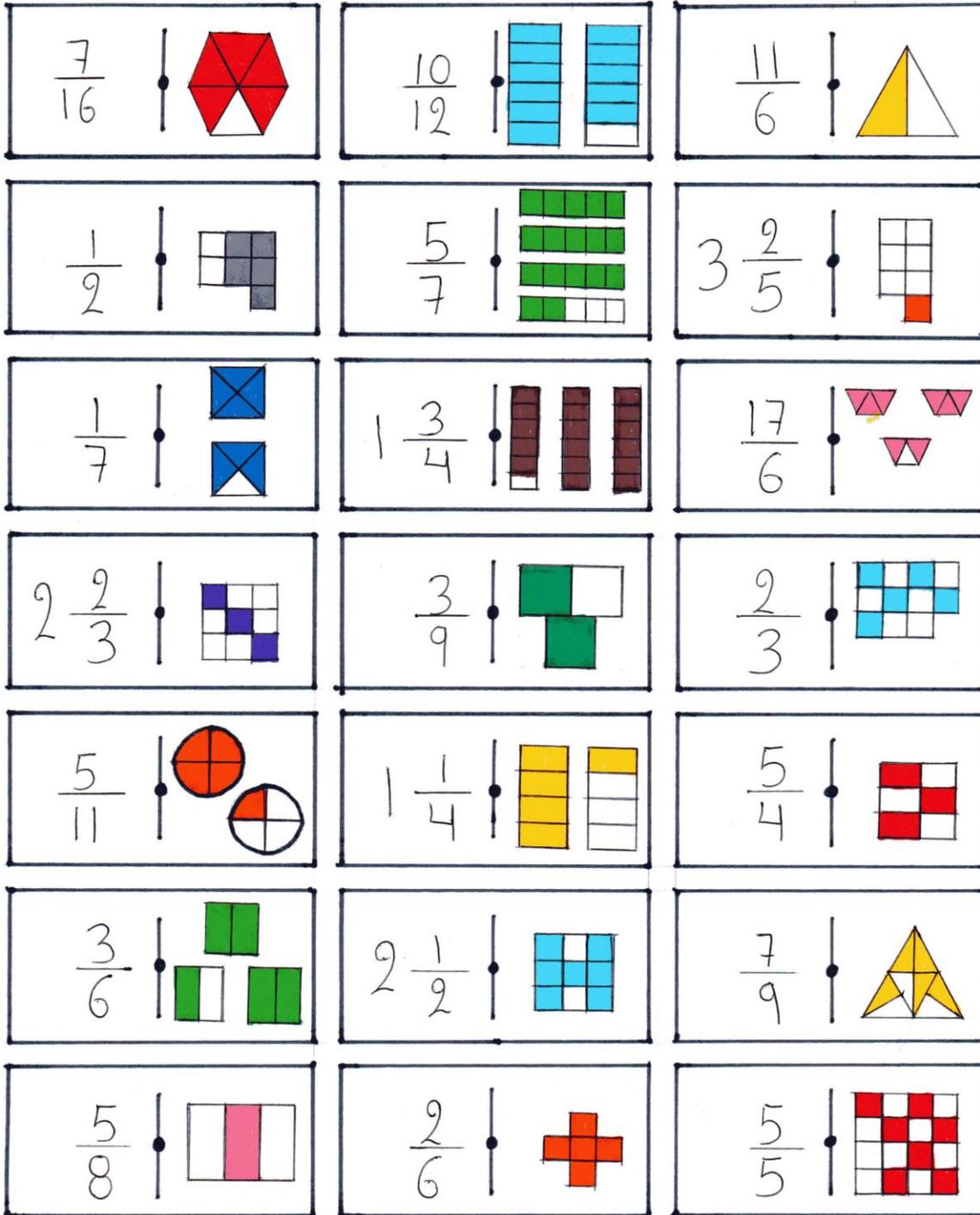


8.15 ANEXO 15. Muro de fracciones

1									
$\frac{1}{2}$					$\frac{1}{2}$				
$\frac{1}{3}$			$\frac{1}{3}$			$\frac{1}{3}$			
$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$			$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		
$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$	
$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$	
$\frac{1}{7}$									
$\frac{1}{8}$									
$\frac{1}{9}$									
$\frac{1}{10}$									



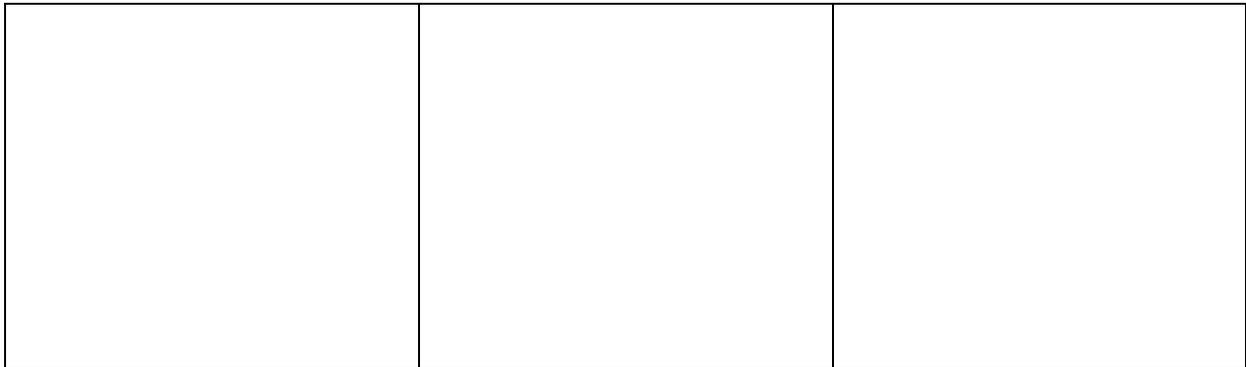
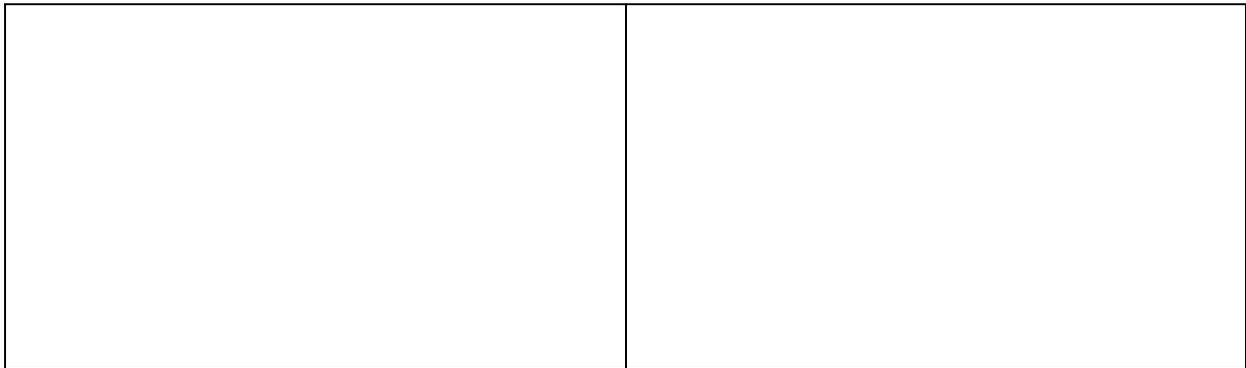
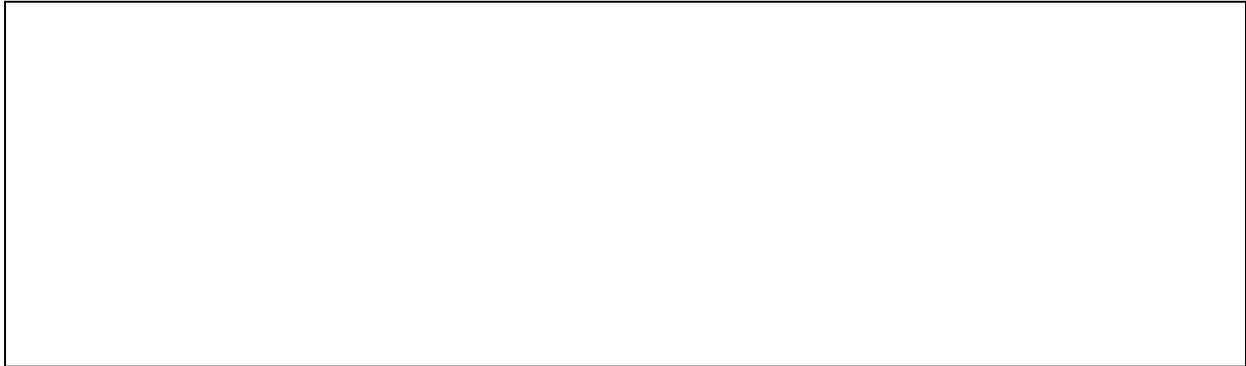
8.16 ANEXO 16. Dominó de fracciones





**8.17 ANEXO 17. Láminas transparentes**

Láminas transparentes verticales





--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Láminas transparentes horizontales












Cláusula de licencia y autorización para publicación en el  
Repositorio Institucional

Yo, Burgos Vásquez Leonor Lisseth en calidad de autor/a y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Procesos de intervención mediante el Método Singapur para la enseñanza de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo año de Educación General Básica", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad Nacional de Educación UNAE una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad Nacional de Educación UNAE para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Azogues, 05 de agosto de 2019



---

Leonor Lisseth Burgos Vásquez

C.I: 1724716921

Cláusula de propiedad intelectual

Leonor Lisseth Burgos Vásquez, autor/a del trabajo de titulación “Procesos de intervención mediante el Método Singapur para la enseñanza de operaciones básicas con fracciones en estudiantes de octavo año de Educación General Básica”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Azogues, 05 de agosto de 2019



---

Leonor Lisseth Burgos Vásquez

C.I: 1724716921