



**UNAE**

## **UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN**

**Carrera de:**

Educación Básica

Itinerario Académico en: Pedagogía de la Matemática

### **El Método Singapur para el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos con números fraccionarios**

Trabajo de titulación previo a la  
obtención del título de Licenciado/a en  
Ciencias de la Educación Básica.

**Autores:**

Lilibeth Anaí Alba Cobos

CI: 0105122287

María del Carmen García Cárdenas

CI: 0302534516

**Tutor:**

Luis Enrique Hernández Amaro

CI: 0150827103

**Azogues-Ecuador**

11-agosto-2019

## Resumen

La presente investigación se elaboró con el objetivo de implementar una estrategia didáctica para el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos relacionados con las fracciones en estudiantes de 7° año de EGB de la Unidad Educativa “Tres de noviembre”, mediante el empleo del método Singapur. Para el logro de este objetivo se trabajó de forma sistemática con los estudiantes de este grupo de estudiantes y los docentes de matemática de la Unidad educativa; el alcance de la investigación es descriptivo porque especifica las características de los procesos metodológicos de enseñanza y del desarrollo de competencias en la Matemática.

En la investigación sustentada en un paradigma sociocrítico, se utilizaron como métodos fundamentales el analítico sintético y la modelación que fueron combinados con técnicas tales como el análisis documental, la observación participante, las entrevistas y la aplicación de pruebas pedagógicas por lo que se apoya en un enfoque cualitativo-cuantitativo.

Con la implementación de la propuesta se logró que los estudiantes tengan una mayor comprensión del contenido de Matemática respecto a fracciones, también se logró que los estudiantes potencien su capacidad de razonamiento para la resolución de problemas, mejoras en las relaciones interpersonales a partir de las dinámicas de grupo aplicadas durante las actividades de la estrategia y la actitud de los estudiantes hacia la matemática tuvo cambios positivos porque ahora sienten mayor afectividad por la misma.

**Palabras clave:** desarrollo de competencias, resolución de problemas, método Singapur, estrategia didáctica

### Abstract

The present research was elaborated with the objective of implementing a didactic strategy for the development of competences in the resolution of mathematical problems related to the fractions in students of the 7th year of the EGB of the Educational Unit "Tres de Noviembre" through the use of the Singapore method. In order to achieve this goal, we worked systematically with the students of this group of students and the mathematics teachers of the Educational Unit; the scope of the research is descriptive because it specifies the characteristics of the methodological processes of teaching and the development of competences in Mathematics.

In research based on a socio-critical paradigm, synthetic methods and modeling were used as fundamental methods, which were combined with techniques such as documentary analysis, participant observation, interviews and the application of pedagogical tests qualitative-quantitative approach.

The implementation of the proposal, students were able to gain a greater understanding of Mathematics content with respect to fractions. Students were also able to improve their reasoning skills to solve problems and improve interpersonal relationships based on the dynamics of group applied during the activities of the strategy. Moreover, the attitude of students towards mathematics had positive changes because now they feel more affective for it.

**Key words:** development of competences, problems resolution, Singapore method, didactic strategy

## Índice de Contenidos

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	7
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	7
<b>JUSTIFICACIÓN</b> .....	9
<b>Pregunta de investigación</b> .....	10
<b>Objetivo general</b> .....	11
<b>Objetivos específicos</b> .....	11
<b>ANTECEDENTES</b> .....	11
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	17
<b>Marco Teórico</b> .....	17
1. <b>Desarrollo de Competencias</b> .....	17
2. <b>Resolución de problemas matemáticos</b> .....	24
3. <b>El Método Singapur en la enseñanza de la Matemática</b> .....	29
4. <b>Enseñanza de Fracciones</b> .....	37
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	42
<b>Marco Metodológico</b> .....	42
<b>FASES DE LA INVESTIGACIÓN</b> .....	43
<b>MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN</b> .....	44
<b>TÉCNICAS E INSTRUMENTOS</b> .....	46
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	56
<b>Propuesta: Estrategia Didáctica</b> .....	56
1. <b>Fundamentos de la estrategia</b> .....	56
2. <b>Fases de la estrategia</b> .....	57
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	85
<b>RESULTADOS</b> .....	85
<b>CONCLUSIONES</b> .....	101
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	103
<b>Anexos</b> .....	111

## Índice de Figuras

Figura 1: Etapas de la estrategia didáctica.....	57
Figura 2: Porcentaje de estudiantes que lograron cumplir con los criterios.....	85
Figura 3: Porcentaje de estudiantes que lograron cumplir con los criterios.....	87
Figura 4: Promedio de las fichas de trabajo .....	93
Figura 5: Problemas sobre suma de fracciones. ....	96
Figura 6: Problemas sobre resta de fracciones. ....	96
Figura 7: Problemas sobre multiplicación de fracciones.....	97
Figura 8: Promedios de la dimensión afectividad .....	98
Figura 9: Promedios de la dimensión ansiedad .....	98
Figura 10: Promedios de la dimensión aplicabilidad.....	99
Figura 11: Promedios de la dimensión habilidad .....	100



### **Índice de Tablas**

Tabla 1: Cantidad de estudiantes que lograron cumplir con los criterios.....	88
Tabla 2: Cantidad de estudiantes que lograron cumplir con los criterios.....	94
Tabla 3: Cantidad de estudiantes que lograron el desarrollo de 4 indicadores.....	95

## CAPÍTULO 1

### INTRODUCCIÓN

La presente investigación fue desarrollada durante el periodo de prácticas pre profesionales establecidas por la Universidad Nacional de Educación (UNAE), correspondientes al noveno ciclo de formación académica, las mismas estuvieron orientadas hacia la experimentación y análisis de la realidad educativa ecuatoriana. Las observaciones y vivencias experimentadas durante la formación profesional han permitido conocer que en varias instituciones educativas los estudiantes tienen una poca comprensión del contenido de fracciones, razón por la cual, se ha visto necesario establecer una propuesta que permita al estudiante comprender y razonar sobre tal concepto.

La investigación se asienta de forma particular en las prácticas pre profesionales desarrolladas en la Unidad Educativa “Tres de Noviembre” de la ciudad de Cuenca. El grupo de estudio está conformado por los 34 estudiantes pertenecientes al 7° año de Educación General Básica (EGB) paralelo “C”. Durante el proceso de prácticas pre profesionales realizadas en el séptimo año de EGB, paralelo “C”, se pudo constatar que los estudiantes presentan dificultades en la comprensión de los problemas matemáticos y en la identificación de algoritmos de resolución. La metodología implementada para la enseñanza se basa en la clase magistral que aunque posibilite el aprendizaje, promueve la memorización.

En consecuencia, los estudiantes presentan limitaciones para descubrir y crear nuevos aprendizajes. Por otra parte, la dinámica del aula establece el trabajo individual lo cual disminuye la interacción entre los estudiantes. Asimismo, la variedad de tareas para presentar los conceptos teóricos es escasa pues se sigue únicamente el modelo de actividades propuestos en el texto del estudiante. Todas estas problemáticas impiden que los estudiantes desarrollen competencias limitando la aplicación de los conocimientos a situaciones y contextos de la vida real.

Por otro lado, los estudiantes presentan confusión en lo que implica el concepto de fracción y se les dificulta razonar sobre problemas matemáticos con números fraccionarios. A pesar de que los estudiantes aun requerían desarrollar algunas destrezas necesarias en este contenido matemático si tienen una actitud positiva hacia la Matemática. Otro aspecto identificado fue que, aún es necesario generar espacios de aprendizaje en los que los

estudiantes mejoren sus relaciones interpersonales. Ello, porque se identificó la falta de compañerismo, solidaridad y tolerancia entre ellos.

Con todo ello, en esta investigación se establece una propuesta didáctica como un refuerzo matemático para que los estudiantes logren alcanzar competencias que les permitan desarrollarse como seres competentes en la sociedad. Para la implementación de la misma se contó con una buena disposición y compromiso para trabajar por parte de los estudiantes, así como, de las autoridades y docentes de la institución. El compromiso brindado y la disposición de los investigadores en este proceso permitieron idear una propuesta de mejora en el área de Matemática respecto al contenido de fracciones.

La propuesta establecida como resultado del proceso investigativo tiene como finalidad la implementación de una estrategia didáctica para el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos relacionados con las fracciones en estudiantes de 7° año de EGB de la Unidad Educativa “Tres de noviembre” mediante la implementación del método Singapur. Estas competencias comprenden la adquisición de conocimientos, actitudes, valores, destrezas y emociones que un estudiante debe poseer para su correcto desenvolvimiento en la sociedad. Esta propuesta se basa en el método Singapur como estrategia didáctica que promueve el desarrollo de competencias a partir de los componentes mencionados anteriormente.

El enfoque de este método de enseñanza permite la ejercitación de habilidades mentales para la comprensión de conceptos matemáticos abstractos. El estudiante debe atravesar por tres diferentes etapas de complejidad del pensamiento:

1. Manipular la información transformada en elementos concretos.
2. Establecer gráficos de acuerdo a la información adquirida.
3. Alcanzar un proceso de abstracción de la información.

Por otro lado, el método Singapur plantea ocho pasos para la resolución de problemas matemáticos. Estos pasos permiten al estudiante comprender y analizar la información dada. Además, contribuyen a la motivación del estudiante puesto que emplean gráficos y material concreto despertando la curiosidad por el aprendizaje. Así también, da la oportunidad que el proceso de resolución sea flexible ya que el estudiante puede ensayar varias veces hasta

encontrar la solución al problema. Con este método de aprendizaje se busca el desarrollo de competencias para la resolución de problemas matemáticos. Siendo este el proceso organizado desde el sistema educativo orientado a la formación de conocimientos, habilidades prácticas, valores éticos y emociones que se movilizan conjuntamente para la resolución de problemas sobre diversos temas.

De acuerdo a la propuesta mencionada, la presente investigación se adscribe a la línea de investigación número dos “*Procesos de aprendizaje y desarrollo*”, establecida por la Universidad Nacional de Educación (UNAE) que dice: “esta línea se relaciona con temas como las teorías de aprendizaje, clase invertida y lesson study, aprendizaje basado en problemas, teorías y técnicas de motivación, las concepciones de educación de calidad, el rol de las prácticas pre profesionales, entre otras” (UNAE, 2015). En esta investigación se abordan teorías del aprendizaje con base en teorías cognitivas y las actividades planteadas en la propuesta buscan generar motivación y participación en los estudiantes para su aprendizaje. A partir de lo cual se busca aportar a la calidad educativa con nuevas estrategias de enseñanza.

## **JUSTIFICACIÓN**

Los organismos que amparan el proceso educativo recalcan la importancia de promover la calidad educativa mediante nuevas metodologías de enseñanza para formar seres críticos y reflexivos. La Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura [UNESCO, 2011] menciona que se debe “promover el uso de material didáctico y planes de estudio pertinentes y actualizados” para lograr un aprendizaje de calidad (p. 22). Así también, en el artículo 27 de la Constitución ecuatoriana se establece que “la educación se centrará en el ser humano y garantizará su desarrollo holístico, (...) será participativa, (...) estimulará (...) la iniciativa individual y comunitaria, y el desarrollo de competencias y capacidades para crear y trabajar” (Asamblea Constituyente del Ecuador, 2016).

Por otro lado, el Ministerio de Educación (2016) define en el currículo ecuatoriano las destrezas con criterio de desempeño que los estudiantes de 7° año de EGB deben alcanzar respecto al contenido de fracciones. Entre las cuales se tiene: M.3.1.33. Leer y escribir fracciones a partir de un objeto, un conjunto de objetos fraccionables o una unidad de medida, M.3.1.39. Calcular sumas y restas con fracciones obteniendo el denominador común,

M.3.1.42. Resolver problemas de sumas y restas con fracciones, e interpretar la solución dentro del contexto del problema, M.3.1.40. Realizar multiplicaciones y divisiones entre fracciones, empleando como estrategia la simplificación y M.3.1.42. Resolver problemas de multiplicaciones y divisiones con fracciones, e interpretar la solución dentro del contexto del problema.

Todo lo dicho es el ideal planteado por los documentos legales que respaldan el proceso educativo. Sin embargo, sobre la base del desarrollo de las prácticas pre profesionales se identificó que los estudiantes aún no han alcanzado las destrezas mencionadas y estas no han sido abordadas desde un enfoque por competencias. Todo lo mencionado anteriormente justifica la pertinencia de la investigación que se pretende ya que los investigadores esperan responder al encargo social permitiendo la formación de seres críticos, reflexivos y capaces de resolver problemas para su desarrollo holístico en la sociedad.

Lo dicho anteriormente posibilita el planteamiento de la siguiente **pregunta de investigación**: ¿Cómo perfeccionar el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos relacionados con las fracciones en estudiantes de 7° año de EGB de la Unidad Educativa “Tres de noviembre”?

Para orientar la investigación se plantean las siguientes preguntas fundamentales:

- ¿Cuáles son los referentes teóricos relacionados con el desarrollo de competencias para la resolución de problemas matemáticos mediante el método Singapur?
- ¿Cuál es el estado actual del desarrollo de competencias para la resolución de problemas de los estudiantes de 7° año de Educación General Básica de la Unidad Educativa “Tres de noviembre”?
- ¿Qué recurso didáctico permite generar el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos sobre fracciones?
- ¿Cuál es el grupo de estudio que se beneficiará de la implementación del recurso didáctico?
- ¿Qué instrumentos permitirán valorar el recurso didáctico empleado?

Estos planteamientos permiten la identificación del **objetivo general**: Implementar una estrategia didáctica para el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos relacionados con las fracciones en estudiantes de 7° año de EGB de la Unidad Educativa “Tres de noviembre”, mediante el empleo del método Singapur.

Para su logro se plantean los siguientes **objetivos específicos**:

- Sistematizar referentes teóricos sobre el desarrollo de competencias para la resolución de problemas matemáticos mediante el método Singapur.
- Diagnosticar la utilización del método Singapur en el desarrollo de competencias para la resolución de problemas sobre fracciones en estudiantes de 7° de EGB de la Unidad Educativa “Tres de noviembre”.
- Diseñar una estrategia didáctica basada en el Método Singapur, para el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos sobre fracciones en estudiantes de 7° año de EGB de la Unidad Educativa “Tres de noviembre”.
- Aplicar la estrategia didáctica diseñada en estudiantes de 7° año de EGB de la Unidad Educativa “Tres de noviembre”.
- Valorar la efectividad de la aplicación de la estrategia didáctica.

## **ANTECEDENTES**

Son antecedentes del proceso investigativo los siguientes:

### **Investigación #1**

La investigación titulada “la incidencia del método Singapur en el rendimiento académico de los alumnos/ as de primer y segundo ciclo, en el área de matemática en los centros escolares, desarrollada por los autores Wendy Martínez, Luis Chafoya, José Martínez y Mario Rivera, plantea como objetivo: conocer la incidencia del método Singapur en la enseñanza de la matemática. Esta investigación surge de la necesidad de lograr cambios en la educación del Salvador puesto que es en la matemática donde el sistema educativo presenta falencias. Pero, con la implementación de esa metodología, dicen los autores, contribuirá la construcción de un conocimiento significativo por parte del estudiante y, además, los motivará a participar activamente en todo el proceso.

La implementación del método Singapur en los centros escolares de Santa Ana- El Salvador se basan en el desarrollo de competencias que permitan a los estudiantes afrontar las diversas situaciones que surgen en la actual sociedad del conocimiento. Además, señalan los autores que la resolución de problemas favorece a los estudiantes al momento de considerar soluciones, puesto que continuamente desarrollarán y utilizarán diferentes estrategias. Entonces, con este método se puede asegurar “un aprendizaje efectivo y dinámico haciendo uso de razonamiento lógico matemático” (Martínez, Chafoya, Martínez, Rivera, 2016, p.6).

Todos los aportes generados por los autores de esta investigación y los resultados obtenidos en la misma, ha permitido fundamentar la propuesta didáctica planteada. La problemática sustentada por los autores ha permitido constatar las dificultades que presentan los estudiantes. Así también, los resultados obtenidos en la investigación realizada en Santa Ana- El Salvador, corroboró que el método Singapur contribuye “al logro de los objetivos de aprendizaje fomentando el desarrollo humano de los participantes en el proceso, convirtiéndola en una experiencia agradable, libre de tensiones y encaminada a generar relaciones humanas armoniosas, libre expresión y desarrollo de la autocrítica” (Martínez, Chafoya, Martínez, Rivera, 2016, p.6).

## **Investigación #2**

El trabajo de investigación de la autora María de los Ángeles Lara, titulado “el uso del método de Singapur y su incidencia en la resolución de adiciones y sustracciones sin reagrupación con material concreto gráfico y simbólico, en los niños de segundo año de básica del centro educativo particular Iberoamérica de la ciudad de Ambato, se implementó con la finalidad de identificar la incidencia del método Singapur en el desarrollo de habilidades de razonamiento y la capacidad para la resolución de problemas. Además, esta investigación da a conocer la importancia de la aplicación de esta metodología pues permite que los estudiantes desarrollen mejor sus tareas y refuercen los conocimientos logrando el nivel deseado y una formación académica excelente.

Además, la autora señala que con el empleo de las tres fases: concreto, pictórico y abstracto, se está favoreciendo a la formación de estudiantes capaces de reflexionar y abstraer contenidos significativamente. Asimismo, la autora hace hincapié en que, al implementar el

método Singapur en las aulas desde la educación inicial se logra excelentes resultados respecto a la asignatura de matemáticas, puesto que el estudiante logrará desarrollar habilidades sociales, la adquisición de conocimientos y podrán ser más creativos y reflexivos al momento de resolver un problema sea del contenido de matemática o un problema que se presente en el ámbito social.

La fundamentación teórica, el empleo de instrumentos y recursos didácticos de esta investigación desarrollada en la ciudad de Ambato permitió recabar información y conocer la incidencia que posee el método Singapur en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática. Así como también, permitió corroborar que su aplicación potencia la capacidad de razonamiento de los estudiantes frente a un problema matemático. Y la mejora sustancial respecto a las interrelaciones de los estudiantes en el aula de clase.

### **Investigación #3**

El trabajo de investigación de Medina (2015) titulado “El currículo enfocado en el desarrollo de competencias matemáticas para octavo, noveno y décimo años de educación general básica” tiene como objetivo proponer competencias matemáticas fundamentales para lograr el perfil de salida establecido por el Ministerio de Educación del Ecuador. Esto surge en vista de que, como lo menciona la autora, es necesario establecer un cambio innovador que permita formar a los estudiantes con miras a lograr el perfil de salida que el Ecuador espera de las instituciones educativas. La autora dice que uno de los mayores problemas identificados en las aulas es que los estudiantes no reconocen la importancia de su aprendizaje pues siempre concluyen con la pregunta ¿para qué me sirve esto?

Es por ello que la enseñanza debe dejar de lado la transmisión de conocimientos para lograr el desarrollo integral del estudiante. Ahora no es posible educar solamente en base a destrezas ya que la época en la que vivimos exige más por parte de los aprendices. Por ello, la autora establece un nuevo enfoque educativo. Un enfoque que tenga como fin el desarrollo humano. Es decir, que atienda a los ámbitos procedimentales, actitudinales y prácticos. A partir de esa perspectiva diferente, la autora menciona al enfoque por competencias para articular la educación empleando todos los aspectos que comprenden la vida de los estudiantes. Tales aspectos se refieren a lo cognitivo, a lo funcional, a lo personal y a la ética. La autora concluye que para que un estudiante sea competente debe desarrollarse en los

ámbitos mencionados, pero además debe tener la capacidad de integrar y generalizar lo aprendido para transferirlo a la vida real.

Esta investigación aportó al presente trabajo investigativo ya que detalla aquellos aspectos que el docente debe tener en cuenta para lograr la enseñanza a partir del enfoque por competencias. Además, establece características particulares que pudieran aplicarse en el área de la Matemática para contribuir a que el estudiante aprenda los contenidos y desarrolle habilidades, destrezas, valores y motivaciones para resolver problemas atravesando las etapas necesarias hasta llegar a la solución. Todo ello, contribuyó a que las actividades establecidas en la propuesta didáctica de la presente investigación estén diseñadas con base en el desarrollo de competencias de los estudiantes para su formación integral.

#### **Investigación #4**

La investigación titulada “Percepciones de los y las docentes del primer ciclo básico, sobre la implementación del método Singapur en el colegio Mario Bertero Cevalco de la comuna de Isla de Maipo”, realizada por Calderón (2014), surge de la necesidad de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en un colegio de Chile. El autor menciona tal necesidad en vista de que Chile ha obtenido puntajes bajos tanto en pruebas nacionales como internacionales (PISA y TIMSS) en el área de Matemática. Además, el MINEDUC de Chile (2004) citado por Calderón (2014) menciona que la enseñanza de la Matemática se ha dado especialmente para el aprendizaje de rutinas de procedimientos dejando de lado aspectos importantes como “la exploración, construcción, validación y sistematización de conocimientos” (p. 12).

Es por ello que el autor ha realizado una investigación exhaustiva sobre la metodología de enseñanza que le ha permitido a Singapur contarse entre los países que mejores promedios han obtenido en el área de la Matemática. Al emplear el método Singapur, el autor de la investigación descrita menciona que se logrará desarrollar habilidades en los estudiantes para que sean capaces de resolver problemas matemáticos concretizando el pensamiento abstracto. Por otro lado, para aplicar el método Singapur, el autor resalta la importancia de capacitar a los docentes. Por lo cual, la investigación tiene como objetivo “comprender las percepciones de los y las docentes de primer ciclo básico sobre la implementación del Método Singapur en el Colegio Mario Bertero Cevalco de la comuna de Isla de Maipo.

La implementación de la propuesta descrita en la investigación permitió conocer que una gran cantidad de docentes se sintieron felices al aprender la dinámica del método Singapur. Con ello, se puede identificar que el método Singapur no solo permite el aprendizaje de los estudiantes y su desarrollo holístico sino motiva a los docentes a implementar metodologías de enseñanza diferentes a lo ya conocen. A partir de todo lo dicho, la investigación mencionada aportó a la propuesta didáctica con teorías importantes sobre el método Singapur. Además, permitió direccionar la implementación de la propuesta a desarrollar el pensamiento lógico de los estudiantes para que puedan analizar y contextualizar los aprendizajes en la realidad social.

Todas las aportaciones mencionadas anteriormente y las experiencias adquiridas a lo largo de la carrera de Educación Superior han permitido comprender que es indispensable que en los primeros niveles de escolaridad la educación se dé con base al desarrollo de competencias para lograr que el estudiante desarrolle habilidades, destrezas, valores, motivaciones y actitudes. Y de esta manera, se contribuya a la formación de estudiantes capaces de comprender la realidad y transformarla.

Por otro lado, la presente investigación contribuye a la formación de los investigadores pues les permite adquirir y desarrollar competencias básicas para su ejercicio profesional, como: conocimientos y destrezas matemáticas, habilidades comunicativas, valores sociales y competencias digitales. Además, el desarrollo de la investigación permite que el investigador comprenda la realidad, acepte la diversidad e intente vincularla a las necesidades existentes en el campo educativo. También, le permite desarrollar un pensamiento crítico y reflexivo para proponer soluciones a las diversas problemáticas que pueden surgir en el campo educativo y social.

## **ESTRUCTURA DEL PROYECTO**

Este proyecto se ha diseñado en cinco capítulos. El capítulo I establece la introducción, la problemática identificada con los aspectos que la justifican, la pregunta de investigación y los objetivos que se pretenden alcanzar. El capítulo II aborda los referentes teóricos e investigaciones previas que dan sustento a la propuesta diseñada. El capítulo III plantea la metodología aplicada: métodos, técnicas y procedimientos empleados en el estudio. El

capítulo IV comprende la propuesta de la investigación y la valoración de la implementación. Y el capítulo V corresponde a los resultados y conclusiones de la investigación.

La investigación se basa en un paradigma socio crítico y es de tipo descriptiva con un enfoque cualitativo-cuantitativo. Los instrumentos y técnicas de recolección son: entrevista, encuesta, observación participante, registro anecdótico, pruebas de diagnóstico, post test, grupos de discusión, listas de cotejo, fichas reflexivas, un test actitudinal, fichas didácticas y guías didácticas. La investigación se desarrolla en seis fases. Empieza con la identificación del objeto de estudio y finaliza con la valoración de la estrategia didáctica.

## CAPÍTULO 2

### Marco Teórico

#### 1. Desarrollo de Competencias

##### 1.1.El desarrollo de competencias como enfoque educativo

La sociedad en la que se encuentra la generación del siglo XXI está llena de cambios y alteraciones. Cada vez, surgen más teorías, investigaciones y experimentos con el objetivo de lograr adelantos en campos como la medicina y la educación. Grandes mentes están trabajando para lograr avances que beneficien a la sociedad. En medio de esta propagación masiva de datos, el problema no es la cantidad sino la calidad de información que reciben los estudiantes.

¿De verdad estamos formando individuos con una buena calidad educativa? ¿Estamos facilitando todo lo necesario para que puedan desenvolverse y sobrevivir en esta sociedad? La respuesta a estas preguntas nos hace pensar en que la educación debe velar por la formación holística de los estudiantes. Una forma mediante la cual los docentes pueden lograrlo es teniendo como enfoque de transformación el desarrollo de competencias en los estudiantes. Pero, ¿qué es el enfoque por competencias?, ¿cuándo surgió?

El enfoque por competencias, según lo declara Pérez (2007), se hizo popular en 1970 en Estados Unidos con “el movimiento de formación profesional de los docentes” (p. 10). Luego en 1990 vuelve a tomar auge “con el sistema nacional de cualificaciones profesionales en Reino Unido” (Pérez, 2007, p. 10). Este enfoque tomó posición pues se requería establecer estándares para definir cómo direccionar el desarrollo y formación del capital humano y profesional. Más adelante, la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos) realiza un informe sobre el desarrollo de competencias llamado DeSeCo (Definición y Selección de Competencias). Este informe tuvo su primera versión en el año 2000, pero fue divulgado en el año 2003. Paralelamente, el parlamento europeo en el año 2002 asume el enfoque de competencias con el objetivo de mejorar la implementación del currículo escolar.

El objetivo general de la implementación del enfoque por competencias es lograr la equidad social. Este enfoque busca generar igualdad de oportunidades al priorizar el logro de unas competencias para toda la población. Por ello, se plantea competencias básicas-

suficientes para cada individuo, así como para la comunidad en general. Al formar a todos los estudiantes a partir de un mismo enfoque se contribuye a que todos tengan las mismas posibilidades de ingresar a la vida laboral y social. Ello se considera un factor urgente en la actualidad en vista de todas las exigencias y transformaciones que presenta la sociedad actual.

Algunas de las transformaciones que presenta la sociedad, según lo menciona Gobierno Vasco (s.f.) tienen que ver con: “el aumento del nivel de exigencias para integrarse en la sociedad del conocimiento” (p. 3). La sociedad actual exige constantemente una excelente preparación y desarrollo de diversas capacidades; quienes no se ajusten a ello, serán propensos a ser marginados por la misma sociedad.

Otra transformación que señala la referida institución es “la crisis permanente de los contenidos formativos” (Gobierno Vasco, s.f., p. 3). En la actualidad los contenidos formativos quedan obsoletos en poco tiempo debido a la abundante información que se genera día a día. La información que se produce es actualizada constantemente, por lo que, pierde validez de forma acelerada. Por ello, no es de gran utilidad solamente transmitir el conocimiento aprendido sino es fundamental desarrollar en los estudiantes la capacidad para seguir aprendiendo.

Un tercer cambio, según lo señala el Gobierno Vasco (s.f.) es “el cambio de paradigma educativo” (p. 3). La educación no está centrada en el docente o en el aprendizaje como lo estaba en épocas anteriores, sino en el sujeto que aprende, el estudiante. El sistema educativo le ha otorgado mayor protagonismo al estudiante. Como se puede ver, la necesidad de establecer un nuevo enfoque educativo se da por la preocupación por una educación de calidad.

Como lo dice Pérez (s.f.), el punto de atención ahora es “la capacidad [que tiene el estudiante] para entender procesar, seleccionar, organizar y transformar [la información] en conocimiento; así como la capacidad de aplicar [la información] a las diferentes situaciones y contextos” (p. 7). Los estudiantes son dinámicos en la construcción de su aprendizaje ya que “emiten juicios, revisan, reflexionan y cambian el comportamiento” hasta establecer un “conocimiento útil y relevante” (p. 11). No lo hacen de forma aislada sino mediante la interacción con otros individuos, situaciones y objetos de su realidad. Es por todo ello que el

proceso educativo debe darse buscando la formación integral del estudiante; para lo cual, es necesario trabajar bajo un enfoque de desarrollo de competencias.

Entonces, ¿qué es una competencia? De acuerdo al informe DeSeCo (2003) citado por el Gobierno Vasco (s.f.), el término competencia puede definirse como:

La capacidad de responder a demandas complejas y llevar a cabo tareas diversas de forma adecuada. Supone una combinación de habilidades prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes, emociones y otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz (p. 5).

Al desarrollar competencias el estudiante podrá identificar y emplear los conocimientos más importantes para solucionar diversos problemas. Según el informe DeSeCo, existen ciertas competencias básicas o fundamentales. Estas son aquellas que benefician a cualquier individuo. Son un “conjunto de conocimientos, destrezas y actitudes esenciales para que todos los individuos puedan tener una vida plena como miembros activos de la sociedad” (Gobierno Vasco, s.f. p. 5). Según este mismo informe, para que una competencia sea valiosa para toda la población debe cumplir con tres características principales:

1. Debe ser desarrollada durante la formación obligatoria.
2. Debe ser transferible, es decir, aplicable en varias ocasiones.
3. Debe ser multifuncional. Mediante esta se debería solucionar diferentes problemas.

Al trabajar mediante el desarrollo de competencias, el docente debe tener en cuenta los siguientes aspectos: “**las competencias no son directamente evaluables**” (Gobierno Vasco, s.f. p. 6). El desarrollo de una experiencia está relacionado con la adquisición de saberes, valores, actitudes y destrezas. Por lo que, es importante establecer indicadores para verificar si el estudiante está cumpliendo con todos estos aspectos.

**Las competencias no reemplazan a los elementos que forman parte del currículo, sino, lo complementan.** También, **las competencias no son los aprendizajes básicos o mínimos;** sino, representan los aprendizajes que el estudiante requiere aprender para poder vivir y desarrollarse en la sociedad. Y **las competencias no están aisladas unas de otras** sino se entrelazan, y, se requiere una de otra.

Por otro lado, según lo establece Pérez (2007), las competencias deben responder a seis características principales.

- La competencia tiene un carácter holístico e integrado. La competencia abarca no solo destrezas académicas, sino habilidades sociales y valores éticos y morales. Por tanto, involucra tanto factores internos como externos.
- La importancia de los contextos de aprendizaje. El niño empieza a aprender y a desarrollar ciertas habilidades desde que nace por lo que su primer escenario para desenvolverse es el espacio social. Todo ser humano adquiere los primeros aprendizajes en el seno familiar, por tanto, aprende del contexto. De ahí, la importancia de relacionar el contexto real del estudiante con los conocimientos que se pretende enseñar.
- La relación que existe entre las competencias y las actitudes del sujeto aprendiz. Si un estudiante ha desarrollado las actitudes correctas hacia su aprendizaje, las competencias que adquiera no serán solo en el campo de las habilidades sino en las disposiciones para aplicar lo aprendido.
- La transferibilidad creativa. El estudiante debe tener la capacidad de transferir las competencias adquiridas a nuevas situaciones, sean estas más o menos complejas.
- La reflexividad. Para que el estudiante transfiera las competencias adquiridas a situaciones reales, es necesario que atraviese por procesos de análisis, reflexión y comprensión de la situación.
- El carácter evolutivo que tiene la competencia. Con el paso del tiempo una competencia se va desarrollando, pero termina deteriorándose de manera que surge una nueva (pp. 14-15).

Ya que existe una gran diversidad social, la variedad de competencias que el sujeto puede desarrollar es muy amplia. Por lo cual, DeSeCo (s.f.) citado por Pérez (2007) ha establecido tres competencias fundamentales que pueden servir de guía para la formación integral del estudiante. Primero, la “competencia para usar herramientas de forma interactiva y eficaz” (p. 19). El sujeto no solo debe conocer cómo emplear cierta herramienta, sino, debe comprender qué papel puede cumplir esa herramienta en su desarrollo humano.

Segundo, la competencia para trabajar en grupos heterogéneos. Hoy es fundamental saber relacionarse con los demás, respetar y comprender sus diferencias. Las interacciones con el otro, le permiten al sujeto compartir conocimientos y enriquecer el suyo propio. Y, tercero, la “competencia para actuar de forma autónoma” (p. 20). El sujeto debe ser capaz de defender sus derechos, cumplir sus responsabilidades y proponer sus opiniones y voluntades.

Por otro lado, ¿cómo se debe evaluar el aprendizaje enfocado en el desarrollo de competencias? El Gobierno Vasco (s.f.) establece que la evaluación desde el enfoque por competencias involucra un proceso global. Es un proceso global porque se emplea en relación a los objetivos de la clase, los contenidos que se enseñen y los indicadores de evaluación que establezca el currículo. El proceso de evaluación dentro del enfoque por competencias es un proceso formativo y procesual.

Es formativo porque observa que el estudiante aprenda los contenidos necesarios y desarrolle las habilidades y valores fundamentales para su desarrollo en la sociedad. Y es procesual porque analiza el progreso del estudiante y se da durante todas las etapas del proceso educativo. Por ejemplo, se debe realizar al empezar el proceso educativo para descubrir los conocimientos previos de los estudiantes y diseñar las actividades de clase basadas en las necesidades detectadas.

En el proceso de evaluación por competencias el docente juega un rol importante. Ya que, es él quien analiza la actuación de los estudiantes. Sin embargo, existe un agente fundamental en este proceso de evaluación, es el propio estudiante. El estudiante es capaz de regular su proceso de formación y reconocer qué aspectos aún no ha logrado desarrollar. Para ello, el estudiante emplea la autoevaluación y la coevaluación. El estudiante debe ser capaz de demostrar cómo moviliza él, los saberes a situaciones concretas. Como se puede ver, el proceso de evaluación resulta de un análisis que efectúa tanto el docente como el estudiante de la aplicabilidad de lo aprendido sobre la solución a problemas.

## **1.2. Competencia Matemática: la relación entre el desarrollo de competencias y las matemáticas.**

En la actualidad, es necesario que el proceso educativo se dé basándose en el desarrollo de competencias ya que con ello se responde a lo que necesita el sujeto aprendiz para

desenvolverse en la sociedad. Según Zabala y Arnau (2007) citado por Íñiguez (2015), los aprendices necesitan adquirir y desarrollar “conocimientos conceptuales y procedimentales” (p. 118). Este enfoque de enseñanza no debe limitarse a ciertas asignaturas sino debería abarcar todas las áreas del conocimiento, especialmente el área de la Matemática. Ello es importante puesto que tanto habilidades, conocimientos, actitudes y valores permitirán el desarrollo holístico del estudiante favoreciendo su inmersión en la sociedad. Así que, es necesario desarrollar competencias matemáticas en los estudiantes, pero ¿qué es la competencia matemática?

Niss (2003) dice que la competencia matemática es la “habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar la Matemática en una variedad de contextos intra y extra matemáticos” (p. 218). Por tanto, no es suficiente con que el docente contribuya a que los estudiantes adquieran conocimientos del contenido científico. El docente debe permitir que el estudiante sepa cómo y cuándo aplicar lo aprendido. El estudiante necesita tener la capacidad de resolver problemas relacionados al contenido aprendido, así como, relacionados al contexto y vida real en la que se desenvuelve. El autor mencionado establece ocho competencias matemáticas que el proceso educativo debe influir a que el estudiante las desarrolle.

La primera competencia de la que él habla es el que el estudiante pueda pensar de forma matemática. El estudiante debe tener la capacidad de aplicar el pensamiento numérico (cuantitativo) en las situaciones de su vida. La segunda competencia se refiere a la capacidad de proponer y solucionar problemas. El proceso educativo no debe lograr solamente que el estudiante resuelva problemas de forma mecánica mediante algoritmos. Todo lo contrario, el estudiante debería resolver problemas a partir de su razonamiento.

El razonamiento podría ser estimulado con nuevas formas de analizar los problemas. Por ejemplo, el docente podría guiar a que los estudiantes representen los datos, preguntas y aspectos relevantes del problema mediante gráficos, dibujos o cualquier otro medio. Luego, podría invitarlos a cuestionar qué información conocen del problema, pero qué necesitan conocer para resolver el problema. Con ello, el estudiante tiene la oportunidad de identificar por él mismo lo que necesita y cómo puede resolver el problema planteado.

La tercera competencia es crear modelos de forma matemática. Pollack (1997) citado por Íñiguez (2015) dice que el docente debe tener la capacidad de pasar desde la realidad al

modelo y viceversa. Así, el estudiante tendrá la capacidad de interpretar los resultados obtenidos. Una cuarta competencia es el razonamiento matemático. Esta competencia establece que el sujeto debe contar con argumentos rigurosos para crear correctamente los conceptos matemáticos, es decir, las demostraciones constituyen un elemento principal.

La quinta competencia es la “representación de entidades matemáticas” (Íñiguez, 2015, p. 19). Esta implica que el estudiante puede comprender representaciones diversas de los conceptos matemáticos. La competencia mencionada se relaciona con la sexta: uso correcto de símbolos matemáticos y formalismos. Usar correctamente la simbología debería contribuir a que el estudiante resuelva correctamente el problema.

La séptima competencia hace referencia a la correcta comunicación en, sobre y con la Matemática. Esto implica tener la capacidad comunicativa para comprender mensajes con información matemática. Y la octava competencia es el empleo de recursos y herramientas. Todos los recursos que se empleen como aplicaciones tecnológicas y otros medios físicos deben ser usadas correctamente para las actividades relacionadas con la Matemática.

Entonces, a partir de las conceptualizaciones analizadas se puede decir que una competencia matemática es:

La habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral (Ministerio de Educación y Ciencia, 2006, citado por Gutiérrez, Martínez y Nebreda, 2008, p. 10).

¿Existe algún organismo o entidad que evalúe el proceso educativo de acuerdo al desarrollo de competencias? Actualmente, las instituciones educativas no realizan una evaluación sobre el desarrollo de competencias puesto que promueven una educación basada en el desarrollo de destrezas. Sin embargo, el proyecto PISA sí considera necesario evaluar a los estudiantes en cuanto a su capacidad para responder a las situaciones sociales. Al respecto el proyecto PISA establece tres ejes sobre los cuales evaluar la competencia matemática: conocimientos, procesos y contextualización.

Los conocimientos tienen que ver con aquellos conceptos matemáticos básicos como cantidad, forma, probabilidad, entre otros. Los procesos se refieren a la aplicación que el estudiante hace de sus aprendizajes. Estos procesos pueden partir desde lo más básico que es la reproducción hasta la reflexión para la conceptualización de las situaciones problema. Y la contextualización se basa en que los problemas que el estudiante debe resolver tienen que estar contextualizados al mundo que lo rodea (Íñiguez, 2015, p. 120). Con ello, se podrá eliminar la mera transmisión de conocimientos y la aplicación mecánica de los mismos.

## **2. Resolución de problemas matemáticos**

### **2.1.Importancia del aprendizaje basado en la resolución de problemas**

La Matemática, ¿puede ser aprendida de manera funcional? Tanto la ciencia, así como, el medio social en el que el ser humano se desarrolla han dado muestra de que la Matemática cumple un rol imprescindible para la vida del ser humano. Sin embargo, cuando los aprendices están en la escuela no identifican tal importancia. Incluso, muchos estudiantes sienten frustración al tener que estudiar conceptos matemáticos puesto que no encuentran su funcionalidad.

La situación mencionada quizá surja porque el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, por lo general, no se ha realizado de forma dinámica. Comúnmente, la metodología de enseñanza de la Matemática que se empleaba en las instituciones educativas obligaba al estudiante a recibir información. La información era adquirida a través de algunas clases magistrales y el uso constante de la memoria; no se recurría a la demostración y aplicación práctica de los contenidos matemáticos aprendidos.

Entonces, ¿cómo se podría desarrollar el proceso de enseñanza de la Matemática para que sea efectivo? Un aspecto que puede contribuir a mejorar el aprendizaje en el área de la Matemática es enseñar a partir de la resolución de problemas. Tal como lo mencionan Arcavi y Friedlander, (2007) “la Resolución de Problemas [se considera] el foco en las matemáticas” (p. 11). Entonces, una enseñanza basada en la resolución de problemas contribuye a que el estudiante experimente de forma más cercana y real los problemas que puede abarcar la Matemática y proponga una solución.

Royo (1953) citado por Blanco (2014) menciona que más que el libro de estudio se debería considerar una enseñanza basada en la resolución de problemas. Incluso, menciona que la importancia de los problemas en el aprendizaje de la Matemática rescata más “el poder [que] el no saber, el pensar y no el memorizar” (Royo, 1953, citado por Blanco, 2014, p. 11). Ello, debido a que la resolución de problemas en el área de la Matemática permite desarrollar las capacidades de “análisis, comprensión, razonamiento y aplicación” (Royo, 1953, citado por Blanco, 2014, p. 11).

Pero, ¿qué es un problema? Un problema es una situación en la que el estudiante atraviesa por una etapa de incertidumbre y busca algún objetivo (Blanco y Pino, 2015, p. 81). Un problema, por lo general, se expresa en un enunciado y su solución exige la aplicación del contenido teórico. Un problema surge cuando presenta, para el sujeto, dificultades al resolverlo. Tal como lo mencionan Wallace y Johnson, (1983) citados por Blanco y Pino (2015), un problema es:

Una situación que supone una meta para ser alcanzada donde existen obstáculos para alcanzar ese objetivo que requiere deliberación, y se parte del desconocimiento del algoritmo útil para resolver el problema. La situación es usualmente cuantitativa o requiere técnicas matemáticas para su solución, y debe ser aceptado como problema por alguien antes de que pueda ser llamado problema (p. 83).

Por otro lado, es importante señalar que no todo problema es considerado siempre problema. Es necesario que el estudiante no pueda resolver tal problema, porque necesita adquirir conocimientos o alcanzar nuevos niveles de razonamiento. Aquello debe suceder para que se considere problema; caso contrario se lo considera ejercicio.

## **2.2. Tipos de problemas matemáticos**

Según Pino (2015), el docente debe conocer la diversidad de problemas existentes en el campo de las matemáticas. Si el docente conoce los diferentes tipos de problemas existentes, podrá seleccionar los más adecuados para el desarrollo y significatividad del aprendizaje del estudiante. La primera clasificación de la que el autor mencionado habla es la establecida por Polya (1986, citado por Pino, 2015): “problemas por resolver” y “problemas por demostrar” (p. 188). Un problema por resolver presenta “incógnita, datos y condición, y en un problema de demostrar hay hipótesis y conclusión” (ídem). Otros autores como Blum y Niss (1991),

establecen que existe dos tipos de problemas, los aplicados y los puros. Los aplicados se desarrollan en contextos de la realidad y los puros se desarrollan dentro del ámbito matemático (ídem).

Pino (2015) habla de otra clasificación determinada por Simon (1973). Tal clasificación diferencia a los problemas bien estructurados de los mal estructurados. Los que están bien estructurados, por lo general, son presentados en los textos matemáticos. Estos problemas presentan los datos necesarios para ser resueltos. Los problemas mal estructurados, usualmente, son encontrados en la vida diaria. Estos no siempre muestran toda la información necesaria, por lo que, deben ser replanteados (p. 189).

Por otro lado, Puig (1996) citado por Pino (2015) habla de otras clasificaciones. Por ejemplo, menciona a los problemas de reconocimiento. Estos surgen cuando el estudiante solamente tiene que buscar el resultado en lo que su memoria ha guardado, pero si tiene que emplear un algoritmo, está frente a un problema algorítmico. También hay los problemas de aplicación cuando el estudiante sabe qué procedimiento debe aplicar, pero si tiene que diseñar un procedimiento para resolverlo, es un problema de búsqueda (ídem).

Entre otras clasificaciones, Borasi (1986, citado por Pino, 2015, p. 190) clasifica los problemas en:

- problemas con texto: a través del texto se informa todos los datos necesarios
- ejercicio: establecen algún algoritmo
- puzle: pone a prueba la creatividad del estudiante y no siempre la solución aparece mediante una solución matemática
- prueba de una conjetura: intenta demostrar una proposición
- problemas de la vida real: establece la creación de un modelo, aplicación de instrucciones y análisis en la realidad
- situación problemática: no presenta la información completa para su solución
- situación: establece nuevas relaciones a partir de la reflexión del estudiante

### 2.3. Tipos de resolución de problemas

En la enseñanza de la Matemática es fundamental el aprendizaje de la resolución de problemas ya que promueve el desarrollo de una serie de capacidades. Por ejemplo, estimula la capacidad de análisis y síntesis. Además, contribuye al desarrollo de la creatividad, el razonamiento y la abstracción. Por lo cual, es necesario que el docente tenga la oportunidad de conocer todas aquellas formas mediante las cuales enseñar a sus estudiantes a resolver problemas. Ello con el objetivo de brindar al estudiante alternativas diferentes para estructurar sus capacidades de pensamiento. Esto es razón por la que a continuación se analizarán algunas clasificaciones que proponen diversos autores para resolver problemas.

Wallas (1926) citado por Poggioli (2009) menciona que el estudiante debe pasar por cuatro fases para resolver problemas:

1. Preparación: El estudiante analizará el problema para seleccionar aquellos datos importantes.
2. Incubación: En esta fase el estudiante realiza un análisis inconsciente del problema. Lo vuelve a leer y encuentra detalles que pueden ayudarlo en su comprensión del problema.
3. Inspiración: El estudiante empieza a pensar en una solución espontánea.
4. Verificación: El estudiante examina la solución y comprueba que esté diseñada y desarrollada correctamente (p.12).

Otro conjunto de pasos ordenados propuestos para la resolución de problemas lo establecen Andre (1986) y Hayes (1981) citados por Poggioli (2009), ellos mencionan que la resolución de problemas se desarrolla a partir de 8 pasos (p. 13):

1. Comprender que en el problema se muestran los datos que el estudiante tiene disponible, pero requiere encontrar algo más para proponer una solución.
2. Detallar la información que le brinda el problema.
3. Analizar aquellos aspectos fundamentales del problema y desechar lo que no es necesario para encontrar la solución al problema.
4. Crear una solución.

5. Revisar aquellas aparentes soluciones que pueden llevar al estudiante a la respuesta correcta del problema.
6. Seleccionar la mejor opción.
7. Aplicar la solución.
8. Verificar que la solución haya permitido obtener la respuesta correcta al problema.

Por otro lado, Baroody (1994) citado por Pérez y Ramírez, (2011) menciona 4 aspectos necesarios para la resolución de problemas:

1. El estudiante debe comprender lo que el problema pide que se resuelva y la información que brinda para encontrar esa solución.
2. El estudiante debe analizar el problema a través de heurísticas. Las heurísticas permiten que el estudiante identifique qué procedimientos debe realizar a fin de encontrar una solución.
3. El estudiante debe estar motivado para analizar el problema y lograr encontrar una solución.
4. El estudiante debe apoyarse en la característica de flexibilidad. Esta le permitirá emplear diferentes recursos y ensayar varias veces hasta encontrar la solución correcta.

Otros autores como Gagné y Brunner (s.f.) citados por Pérez y Ramírez (2011) mencionan que para que el estudiante pueda resolver problemas es fundamental que sienta motivación por hacerlo. También, el docente debe generar los espacios necesarios para activar los conocimientos que el estudiante ya posee y pueda aplicarlos a nuevas situaciones. Por otro lado, el estudiante requiere el apoyo gráfico para transferir la información a una representación simbólica. Y finalmente el docente debe proveer al estudiante de algunos problemas similares al resuelto para que pueda transferir los conocimientos adquiridos.

Por último, Pérez y Ramírez (2011) mencionan el modelo de resolución de problemas establecido por Polya. Según este método, el estudiante necesita atravesar por cuatro etapas. Para empezar, el estudiante debe comprender el problema. Eso significa que el estudiante tiene que analizar el problema y entender la incógnita y los datos que tiene a su disposición para buscar una solución al problema. El estudiante puede usar cualquier medio para analizar tal información tal como gráficos, dibujos, diagramas, entre otros. La segunda etapa es crear

un plan de solución. El docente tiene la responsabilidad de guiar al estudiante mediante preguntas para que logre concebir un plan. Por otro lado, es en esta etapa que el estudiante puede recurrir a sus conocimientos previos y combinarlos para generar una nueva solución. La siguiente etapa es la ejecución del plan. En esta etapa el estudiante aplica el plan de solución formulado. Y por último el estudiante debe examinar el plan diseñado y la aplicación del mismo.

Todas las propuestas mencionadas permiten que el estudiante potencialice su capacidad de análisis y comprensión. Sin embargo, para la resolución de problemas matemáticos, Casas y Torres (2015) establecen que es necesario que el estudiante desarrolle otras capacidades que resultan fundamentales como “leer comprensivamente, reflexionar, establecer hipótesis, planificar y evaluar las estrategias, comprobar resultados y saberlos comunicar” (p. 149).

Para que el estudiante pueda desarrollar estas capacidades, el docente tiene la responsabilidad de generar espacios de análisis e implementar diversas estrategias que motiven al estudiante. Con el fin de generar algunas de las capacidades descritas, en esta investigación se ha seleccionado un método de enseñanza que recopila partes fundamentales de lo mencionado y propone una estrategia que contribuye al desarrollo de competencias para la formación holística de los estudiantes, tal método es el Método Singapur.

### **3. El Método Singapur en la enseñanza de la Matemática**

#### **3.1. Historia del Método Singapur y su currículo**

El método Singapur se origina en el año 1982, en razón de las bajas calificaciones que obtenían los estudiantes en las pruebas estandarizadas. Este método surge como una propuesta de enseñanza de matemáticas basado en el currículo del país de mismo nombre. Se ha desarrollado durante más de 30 años y ha sido implementado en instituciones educativas de países como: Estados Unidos, España, Colombia, y Chile. En Chile, el Ministerio de Educación (2016) ha implementado innovaciones pedagógicas en la enseñanza de la matemática como es el caso del método Singapur, “cuya aplicación se fundamenta en los buenos resultados académicos que ha obtenido Singapur en pruebas globales como la prueba PISA (2105)” (Juárez y Aguilar, 2018, p.78).

El sistema educativo de Singapur, como medida de mejora, plantea la enseñanza de la matemática a partir de tres fases o etapas que anteceden a la comprensión matemática: concreta, pictórica y abstracta. Felmer (2012) indica que Singapur es un país que “logró su independencia en el año de 1965 y que, gracias a la capacidad e inteligencia creadora de sus habitantes, desde el primer día invirtió fuertemente, de manera sostenida y creciente en la educación” (p.292). El mismo autor agrega que “la calidad que ha logrado Singapur en la educación está relacionada con el fortalecimiento del currículo, textos, y la educación continua a profesores y directivos” (ídem).

Singapur, con el paso del tiempo, fue mejorando la calidad de su currículo, de sus textos escolares, de las escuelas y del personal docente y administrativo. La formación inicial y continua de los profesores fue un elemento indispensable para que Singapur tuviera un gran desarrollo en la educación. Su proceso educativo se centró en la enseñanza de matemática; su marco curricular se enfocó en la resolución de problemas matemáticos. Se pretendía que los niños desde temprana edad adquiriesen habilidades y conceptos necesarios para el desarrollo del pensamiento matemático, al tiempo de ser capaces de resolver, formular y dar solución a los diferentes problemas matemáticos con el uso de la creatividad y la imaginación.

Con el método Singapur se pretende lograr que el estudiante adquiriera conocimientos no desde una manera abstracta, sino desde una perspectiva concreta y pictórica. De esta forma el estudiante comprenderá los conceptos y resolverá problemas matemáticos. El método se basa en el empleo de material concreto, en modelos visuales y en una constante práctica, todo lo cual contribuye a lograr una profunda comprensión de los conceptos y a desarrollar el pensamiento lógico y la creatividad matemática.

En el currículo de matemáticas de Singapur se propone el desarrollo de habilidades matemáticas en la solución de problemas, para lo cual se establecen cinco componentes: conceptos, habilidades, actitudes, meta cognición y procesos, los que confluyen en la resolución de problemas matemáticos. Todos ellos se encuentran interrelacionados para lograr un proceso de aprendizaje significativo dentro de las aulas de clase (Mejía, Mendoza y Mier, 2017). Se los describe a continuación:

1. **Conceptos:** En la enseñanza de matemática los niños y niñas crean, exploran y enfatizan ideas matemáticas en profundidad. Para lo cual es necesario facilitar a los estudiantes un abanico de experiencias varias, que les ayuden a alcanzar la comprensión de conceptos matemáticos. Para alcanzar una comprensión matemática no hace falta memorizar, sino entender y analizar. Esto permite el desarrollo de competencias al tiempo que estimula el interés en el estudiante.
2. **Habilidades:** El proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática comprende que la actividad del estudiante incluye la elaboración de conceptos, teoremas y sus respectivas demostraciones, procedimientos y la resolución de los ejercicios. “Las habilidades matemáticas incluyen habilidades de procedimiento para el cálculo numérico, manipulación algebraica, visualización espacial, análisis de datos, medición, uso de herramientas matemáticas y estimación” (Ministry of Education Singapore, 2007, p.7).
3. **Procesos:** Los cuales refieren a las habilidades de conocimiento implicados en la adquisición e implementación de conocimiento. Están incluidos elementos como “el razonamiento, la comunicación, las conexiones, las habilidades de pensamiento, la heurística, la aplicación y el modelado” (Ministry of Education Singapore, 2007, p.7).
4. **Actitudes:** “Están relacionadas con las creencias, motivaciones, apreciación de los estudiantes por el aprendizaje de las matemáticas (...) y la perseverancia en la solución de un problema” (Ministry of Education Singapore, 2007, p.9). La actitud del estudiante hacia la matemática depende de las experiencias de aprendizaje; sus actitudes positivas provienen de un aprendizaje de la matemática divertido, significativo y relevante. Es necesario prestar mayor atención al diseño de actividades, esto con la finalidad de promover confianza y aprecio hacia el aprendizaje de las matemáticas
5. **Meta-cognición:** En Singapur la enseñanza de la matemática se da a partir de experiencias que permiten el desarrollo de la meta cognición. Se logra monitorear los pensamientos, así como la autorregulación del aprendizaje. “La meta-cognición, o pensar sobre el pensamiento, se refieren a la conciencia y la capacidad de controlar los procesos de pensamiento, en particular a la selección y uso de las estrategias de resolución de problemas” (Ministry of Education Singapore, 2007, p.9).

El método Singapur no busca que el estudiante memorice, sino que comprenda lo que hace mediante estas representaciones; busca que sea él quien construya su propio conocimiento a través de experiencias propias y significativas. La idea es que el estudiante relacione las matemáticas con su vida. Este método permite al estudiante introducir un concepto a partir de una vivencia propia para luego reforzarla con una representación pictórica y llegar, finalmente, a la abstracción. A ello se suman aspectos importantes como el trabajo en equipo y el acompañamiento de estrategias que motiven el aprendizaje de matemáticas.

### **3.2.¿Qué es el Método Singapur?**

El método Singapur, según Rodríguez (2011) citado por Juárez y Aguilar (2018):

Es una estrategia concreta que promueve el desarrollo de procesos, habilidades y actitudes en el pensamiento matemático; se caracteriza por hacer de la resolución de problemas el foco del proceso, los pasos que se siguen para resolver los problemas matemáticos (p.78).

Este método posibilita que los estudiantes visualicen fácilmente un problema matemático, lo que les permitirá ejercitar habilidades y estrategias mentales. Ello propicia el pensamiento flexible en la selección de soluciones para diferentes situaciones. A su vez, permite que se enseñe cada concepto matemático partiendo de representaciones concretas, pasando por representaciones pictóricas hasta llegar a lo abstracto o simbólico (concreto, pictórico y abstracto). El método abordado puede implementarse en todos los años escolares, incorporando actividades de motivación y comprensión. Esta metodología se acerca a las teorías de autores como Montessori, Mialaret, Dienes o Canals, todos ellos bajo el paradigma constructivista. Tanto el método Singapur como la teoría constructivista facilitan a los estudiantes las herramientas necesarias para que creen sus propios procedimientos para la solución de los problemas planteados.

### **3.3.Teorías del aprendizaje del Método Singapur**

El método Singapur tiene su fundamento epistemológico en las teorías generadas por el psicólogo Jerome Brunner, por el matemático Zoltan Dienes y por el psicólogo Richard Skemp, quienes abordan la psicología cognitiva.

#### **3.3.1. Brunner: enfoque metodológico concreto, pictórico y abstracto**

Bruner (2001), citado por Mejía, Mendoza y Mier (2017), considera que “la educación es una forma de diálogo, una extensión del diálogo en el que el niño aprende a construir conceptualmente el mundo con la ayuda, guía, andamiaje del adulto” (p. 15). En el escenario educativo es el docente quien guía el proceso de enseñanza y aprendizaje del estudiante. Además, es quien debe proporcionar al niño problemas que le permitan comprender y dejar de lado el cálculo y la memorización. Tales problemas deben comprender situaciones del contexto del estudiante y acompañarlas de material concreto

Bruner aporta significativamente a esta metodología a través del enfoque metodológico CPA que consiste en c = concreto (material concreto), p = pictórico (representaciones visuales de la información) y a = abstracto (uso de símbolos y números). Dicho enfoque consiste en la progresión gradual de lo concreto hacia lo pictórico, terminando con lo abstracto o simbólico. A través de este método el docente se vuelve constructor del estudiante. Además, se facilita al docente una serie de guías para la enseñanza matemática. Por su parte, el método resulta flexible y adaptable, por lo que se puede incorporar material concreto de acuerdo al contenido y las necesidades de los estudiantes. Además, Bruner aporta a esta metodología su enfoque del currículo en espiral, donde los contenidos de aprendizaje no se agotan, sino que al estudiante se le presentan varias oportunidades para el estudio de un concepto matemático.

### **3.3.2. Dienes: variación sistemática y perceptual al proceso de aprendizaje**

Dienes (s.f.) citado por Hilaquita (2018) enriquece esta metodología incorporando la variación sistemática, que es una forma de presentar a los estudiantes una variedad de estrategias para aprender un contenido. La variación perceptual por su parte, permitirá al alumno abstraer de diferentes formas un problema matemático. Para lo cual propone 6 etapas en la enseñanza de las matemáticas.

- 1. Adaptación:** Se presenta al estudiante una situación real o imaginaria a la cual adaptarse. Es necesario que previamente tenga noción del concepto de entorno que le rodea para poder adaptar su organismo al mismo. Se le presenta al estudiante una actividad lúdica con el uso de material concreto. Las actividades y materiales tienen que ir conforme a lo que se quiere enseñar.

2. **Estructuración:** Se plantea al estudiante una actividad estructurada, de manera que sea él quien se dé cuenta de las limitaciones o restricciones que presenta dicha actividad. Deberá cumplir ciertas condiciones o reglas para llegar al objetivo propuesto. Es decir, en ese instante el estudiante estará presto a jugar bajo ciertas restricciones dadas.
3. **Abstracción:** Para esta etapa se requiere la atención del niño y motivar a que realice juegos con una misma estructura, pero con apariencia distinta. En esta etapa el estudiante interioriza la operación del juego y la relaciona con aspectos de la naturaleza abstracta.
4. **Representación gráfica o esquemática:** Donde se permite que el estudiante realice una representación gráfica o esquemática de la estructura, a punto de convertirla en una forma de visualización de la misma. Las representaciones pueden ser visuales, auditivas, a manera de gráficas, diagramas o tablas.
5. **Descripción de las representaciones:** En esta etapa el niño es capaz de transformar sus representaciones a un lenguaje simbólico matemático. Para ello, es importante que cada niño cree su propio lenguaje para que luego se pueda entablar entre ellos las ventajas y limitaciones, para, finalmente, escoger la más adecuada para la operación matemática.
6. **Formalización o demostración:** El niño ha llegado a la etapa en que es capaz de explicar lo realizado de forma convincente. Además, a partir de lo que ya conoce puede generar nuevas y complejas resoluciones matemáticas y llegar a obtener nuevos teoremas.

### 3.3.3. Richard Skemp

Richard Skemp (1978) citado por Montes, Flores, Carmona, Huitrado y Flores (2014) definió a la comprensión como la asimilación de distintos elementos dentro de esquemas, los cuales constituyen el conocimiento Su aporte al método de Singapur es la idea de la comprensión instrumental y la relacional.

- **Comprensión instrumental (saber hacer):** En este tipo de comprensión se tiende a permitir un recuerdo fácil con la finalidad de promover recompensas que resulten más tangibles e inmediatas. Así como para proporcionar un acceso inmediato a las respuestas (Meel, 2003). A su vez, implica la ejecución de muchas reglas en lugar de

aplicar ciertos principios generales, por lo que se pueden presentar errores si es que la tarea encomendada no se ajusta al modelo estándar.

- **Compresión relacional (saber qué):** Esta comprensión permite una transferencia más eficiente. La información se extrae de la memoria del estudiante, lo que contribuye a que dicha comprensión sea un fin por sí mismo (Meel, 2003). La comprensión relacional implica saber lo que se debe hacer y por qué se debe hacerlo (Montes, Flores, Carmona, Huitrado y Flores, 2014). Se caracteriza por comprender estructuras conceptuales que permiten la construcción de distintos planes para desarrollar una tarea puntual.

### 3.4.El Método Singapur aplicado a la resolución de problemas

La resolución de problemas contribuye a la “construcción del saber matemático” (Juárez y Aguilar, 2018, p.79). El método Singapur promueve el desarrollo de procesos, habilidades y actitudes que favorecen el pensamiento matemático del estudiante. Además, se caracteriza por hacer de la resolución de problemas el foco del proceso.

Por su parte, los pasos que se siguen para resolver los problemas matemáticos, según Hilaquita (2018), son:

1. **Lectura del problema:** El estudiante debe leer el problema que es planteado por los docentes, las veces que sean necesarias hasta que le resulte claro. El número de lecturas pueden ser dos o más, lo importante es que el estudiante comprenda y entienda el enunciado. Ciertos problemas matemáticos podrían resultar confusos, ambiguos o engañosos, por lo que es ineludible que los estudiantes lean detenidamente las palabras y, posteriormente, descifren las operaciones matemáticas. El contexto del problema tiene una gran importancia, pues de él depende que el estudiante no tenga dificultades durante el proceso de comprensión.
2. **Decidir de qué o de quién se habla:** Los estudiantes, posterior a la lectura, identifican los datos particulares del problema, para lo cual el docente les proporcionará, a manera de ayuda, las siguientes preguntas: ¿De qué se habla? y ¿De quién se habla en el problema? Por ejemplo, en el caso de un problema sobre suma de fracciones, donde se plantea lo siguiente: “María va a la tienda a comprar ingredientes para preparar una tarta de banana”, la pregunta “¿De qué se habla?”

tendría como respuesta: “Una compra de ingredientes para preparar una tarta”; mientras que la pregunta: “¿De quién se habla?” tendría como respuesta: “María”.

- 3. Dibujo de una barra unidad:** El dibujo de una barra de unidad se constituye en el material concreto proporcionado por el docente con el objetivo de facilitar el proceso de enseñanza aprendizaje, así como la comprensión de los conceptos matemáticos. La barra unidad es un modelo pictórico que posibilita el procesamiento de la información proporcionada y que otorga sentido a las cantidades propuestas en el problema. En comparación al método algebraico, el de Singapur resulta menos abstracto, lo que origina un mayor involucramiento de los estudiantes en su aprendizaje.
- 4. Relectura del problema frase por frase:** Aunque parezca redundante resulta indispensable que el problema sea comprendido a cabalidad por los estudiantes, por lo que la relectura es necesaria. Se recomienda releer hasta cinco veces el problema, siempre de manera concentrada y haciéndose preguntas de índole meta cognitiva, tales como: ¿Qué he entendido? ¿Qué datos puedo encontrar en el problema? ¿Cuáles son los datos más relevantes?
- 5. Ilustración de las cantidades del problema:** Se genera en los estudiantes la destreza de crear estrategias mentales, lo que fortalece el pensamiento flexible y adaptable a diversas circunstancias. Los estudiantes, por medio de la ilustración de los datos del problema, obtienen mejores opciones a ser aplicadas en una situación de cálculo. Por ejemplo, cuando se desarrolla un contenido de fracciones el estudiante empleará gráficas de barra o circulares.
- 6. Identificación de la pregunta:** Este paso consiste en la relectura de la pregunta o incógnita del problema planteado; es decir, se constituye en la recapitulación del paso 2. El planteamiento de la incógnita permite que el estudiante reconozca el tipo de operación a realizarse. Sin embargo, es importante señalar que no solo la incógnita especifica la operación, sino todos los elementos del problema.
- 7. Realización de las operaciones correspondientes:** A partir de los datos obtenidos y de su representación gráfica, el estudiante procede a la ejecución de la operación matemática correspondiente. Es decir, el estudiante pasa de lo que se denomina “fase concreta” a la “fase de abstracción”. En la presente fase el estudiante desarrolla su

capacidad de análisis. Al respecto, Panca (2017) agrega que el gráfico, al igual que el enunciado del problema también contribuye a la identificación de la operación a realizarse.

- 8. Escritura de la respuesta con sus unidades:** Es el último paso y, por tanto, tiene una gran importancia. La respuesta es planteada por el estudiante a manera de una oración completa que exprese con claridad los datos obtenidos.

#### **4. Enseñanza de Fracciones**

##### **4.1.¿Qué son las fracciones?**

Las partes fraccionarias consisten en partes o porciones iguales de un entero o unidad. Las fracciones también pueden representar cantidades mayores que una, es decir,  $3/2$ ,  $5/4$ , etc. Por otra parte, las fracciones representan tanto un número como una relación. Se pueden representar como: 1) parte de un todo, un lugar en la recta numérica; 2) una respuesta a un cálculo de división; o 3) una forma de comparar dos conjuntos o medidas (Bailey, Hoard, Nugent y Geary, 2012). Se clasifican en tres amplias categorías: fracciones racionales, operadoras y equivalentes.

Las fracciones racionales son simplemente una forma de representar tamaños que no son números enteros, por ejemplo, si una pizza se corta en 4 partes iguales y alguien se come 1 rebanada de pizza, no se comió toda la pizza, sino una rebanada de las cuatro rebanadas ( $1/4$ ). Las fracciones como operadores se refieren a casos en los que la fracción actúa como un operador: nos dice que hagamos algo con el número entero, por ejemplo, 30 dulces divididos en partes iguales entre 5 alumnos. La fracción indica que debe hacerse algo con el 30. Los 30 deben dividirse por 5 dando a cada niño 6 dulces. Por su parte, las fracciones equivalentes son dos (o más de dos) formas de describir la misma cantidad usando partes fraccionarias de diferentes tamaños (Keijzer y Terwel, 2001).

La relación entre diferentes números puede dar diferentes representaciones de la misma fracción. Permite escribir la misma cantidad de varias maneras, por ejemplo:  $2/4 = 4/8$ . Este concepto de fracciones equivalentes es muy importante para cuando los estudiantes tienen que sumar y restar fracciones, por lo que se debe tomar el tiempo y la energía adecuados para presentarlo de manera significativa en las etapas iniciales. Las fracciones deben pertenecer a la misma "familia" para sumarlas o restarlas, es decir, cuando tenemos fracciones

homogéneas (Hincapié, 2011). Por otro lado, se tiene a las fracciones con diferente denominador, denominadas fracciones heterogéneas. En el caso de la suma y resta de fracciones cuando son heterogéneas se debe proceder a encontrar el mínimo común múltiplo (m.c.m) lo que, por el contrario, en las fracciones homogéneas, se coloca el mismo denominador y se resuelve los numeradores ya sea suma o resta.

#### **4.2.La enseñanza de fracciones y su importancia**

Zarzar (2013) ha señalado que el concepto de fracción se encuentra presente en los más diversos contextos. En el caso del entorno escolar, la fracción es parte del currículo de educación básica. Al respecto, el autor observa que, pese a que la mayoría de los estudiantes pasan un tiempo razonable de instrucción escolar, continúan enfrentando problemas con ese concepto matemático. Zarzar (2013) ha reflexionado con respecto a que la idea de fraccionamiento conlleva a la concepción de que cuando algo se divide, lo es, necesariamente en porciones menores que el todo inicial. Cuando el “todo” no es suficientemente claro para los estudiantes, la idea de unidad es oscura y el fraccionamiento es difícil de entender.

Meza y Barrios (2010) agregan que la comprensión de la división de la unidad, es decir, el paso del concepto de número natural al concepto de número fraccionario, implica la comprensión de procesos de medición y partición de una unidad en el marco de situaciones en donde la unidad de medida no esté contenida un número exacto de veces en la cantidad que se desea medir o en las que se hace necesario expresar una magnitud en relación con otras magnitudes, como por ejemplo, relacionar fracciones, números mixtos y números decimales.

Con respecto a la enseñanza de las fracciones se han identificado varios constructos intuitivos (medida, cociente, operador multiplicativo y razón), en los que se esconde el conocimiento de la fracción. Perera y Valdemoros (2009), han llevado a cabo procesos de enseñanza experimental con estudiantes de primaria, donde a través de actividades lúdicas o contextualizadas se propició en el estudiante la construcción de la noción de fracción y el reconocimiento de algunos de sus significados (relación parte-todo, medida, cociente intuitivo y rudimentos de operador multiplicativo).

En relación a los problemas que se presentan durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones, Perera y Valdemoros (2009), los atribuyen a que las fracciones son poco aplicadas a situaciones de la vida real, lo que deriva en que los estudiantes disponen de reducidos conocimientos previos cuando comienzan el estudio de este contenido matemático en el aula primaria.

Por su parte, la importancia del aprendizaje y por tanto, de la enseñanza de las fracciones reside en la alta relevancia que los números fraccionarios tienen en la vida real, en la cotidianidad y en la sociedad en general. El conocimiento cabal de las particularidades de los números fraccionarios tiene una importancia decisiva para realizar transacciones comerciales adecuadas o para ejecutar actividades diarias como: seguir las instrucciones de un recetario, para lo cual se requiere fraccionar ciertos ingredientes o productos; para realizar compras en el mercado y se busca adquirir algún producto pero en cantidades pequeñas, como por ejemplo: medio litro de yogurt ( $1/2$ ), un cuarto de kilo de azúcar ( $1/4$ ); en la repartición de ciertas porciones en una reunión familiar (torta, pizza, etc.).

#### **4.3.El Método Singapur en la enseñanza de fracciones (ejercicios y resolución de problemas).**

En la aplicación de método Singapur en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las fracciones se desarrolla un trabajo manipulativo, pictórico y abstracto de las matemáticas. La representación se sostiene en el diseño de una figura geométrica que posee dimensiones reconocibles. Como se señaló con anterioridad, la barra representada con forma rectangular es el gráfico mayormente empleado en el método Singapur, lo que se explicaría en razón de que la mayoría de sus materiales poseen previamente aquella forma geométrica. La barra permite la representación unitaria y en partes, facilitándose el paso de la parte manipulativa a la pictórica (Fernández, 2017). No obstante, el rectángulo no tiene por qué ser la única manera de representar a la unidad en todos los problemas; la circunferencia por su parte se presta también para la representación de la unidad.

También es factible la representación de una fracción en la que su numerador es mayor que su denominador. En este caso, se suelen emplear dos figuras unitarias que se dividen en las partes indicadas por el denominador, para lo cual se da color tanto a la figura unitaria

entera como a la parte de la segunda, hasta completar las partes exigidas por el numerador. Por su parte, cuando se requiera trabajar con fracciones es necesario emplear materiales previamente contruidos (Fernández, 2017).

En tal caso, el método Singapur implica la comparación de fracciones a través de la barra de fracciones. En ella se ubican las fracciones a analizar de modo alineado. Las fracciones son comparadas con la finalidad de observar su magnitud. Posteriormente, se emplean las ilustraciones o gráficos con el objetivo de alcanzar una comprensión y una apropiación abstracta. A su vez para llevar a cabo operaciones con divisiones, la primera de todas las fracciones es representada para, posteriormente, ser dividida entre el segundo denominador.

Para la multiplicación, en cambio, se emplea una representación gráfica para la obtención del resultado de una multiplicación con fracciones. Para ello se divide el cuadrado en 5 divisiones y 4 divisiones, como indica el denominador de ambas fracciones; se colorean las 3 divisiones (de  $3/5$ ) y 1 división (de  $1/4$ ) tal como ordena el numerador de cada fracción (Fernández, 2017). Finalmente, a través de ciertas instrucciones se alcanza la resolución del enunciado. El problema se inicia con una operación y se continúa ofreciendo una pequeña pista para observar su resolución. Así, los estudiantes captan el procedimiento aplicado para arribar a una solución y son capaces de explicar el procedimiento seguido o, a su vez, proporcionar otra estrategia para llegar a solución similar.

Hoven y Garelick (2007), por su parte, agregan que la barra rectangular se constituye en una herramienta poderosa para representar y resolver problemas complejos, así como para explicar y reforzar conceptos como la suma y la resta, la multiplicación y la división, y las fracciones, los decimales, los porcentajes y las proporciones. Si no está vinculado a los conceptos incorporados en las lecciones, el modelo de barra no sería necesariamente significativo.

Para concluir, puede establecerse que el método Singapur resulta una herramienta de suma utilidad para la enseñanza-aprendizaje de las fracciones, principalmente porque hace hincapié en los aspectos concretos de este tipo de número. Así mismo, sus fortalezas se sustentan en un trabajo que se basa en la manipulación de los materiales y en la ilustración de los problemas, lo que permite que el estudiante asiente el aprendizaje en un contexto real



y que este se vuelva significativo. Además, el hecho de que la práctica constante sea un elemento siempre presente en la aplicación del método Singapur, trae consigo el afianzamiento de los aprendizajes.

## CAPÍTULO 3

### Marco Metodológico

La presente investigación se basa en el paradigma socio crítico puesto que pretende la transformación social del grupo de estudio según las necesidades y condiciones identificadas en la fase diagnóstica de la investigación. De acuerdo a Arnal (1992) citado por Alvarado y García (2018) “la teoría crítica es una ciencia social que no es puramente empírica ni solo interpretativa; sus contribuciones, se originan de los estudios comunitarios y de la investigación participante” (p.190). En los marcos de este paradigma el investigador puede pensar y actuar de forma crítica y auto-reflexiva de acuerdo a las necesidades encontradas en la investigación. Bajo esta línea de pensamiento se sustenta la investigación ya que, pretende contribuir a la mejora educativa con una metodología didáctica para la enseñanza de la matemática basada en las necesidades, intereses y actitudes hacia las matemáticas que presenta el grupo de estudio.

Por otro lado, el tipo de estudio de investigación seleccionado es el descriptivo ya que se busca describir las características de una sola muestra o grupo de estudio. Recolecta datos que serán descritos indicando la situación de la investigación. Además, permitirá medir de forma independiente variables, conceptos y datos con mayor precisión. Tal como lo afirma Fernández (s.f) “el objetivo de este tipo de investigación es (...) describir; (...) cuál es la situación en el momento de la investigación. Su informe debe contener el ser, no el deber ser. Después de describir se puede interpretar, inferir y evaluar” (p.7). Con este tipo de estudio de investigación, el investigador tiene la posibilidad de detallar la forma y el momento en el que se manifiesta el fenómeno a fin de establecer las propiedades importantes encontradas.

El enfoque de esta investigación es cualitativo-cuantitativo porque combina el empleo de técnicas e instrumentos propios de ambos enfoques. Por una parte, el enfoque cuantitativo permite establecer con exactitud patrones que caractericen a una población y por otra parte el enfoque cualitativo logra recabar información mediante la observación e interpretación. Tal como lo fundamenta Sampieri y Mendoza (2008) “los métodos mixtos representan un conjunto de procesos sistemáticos, empíricos y críticos de investigación e implican la recolección y el análisis de datos cuantitativos y cualitativos” (p.546) lo cual permite recabar información fiable acerca del fenómeno estudiado. Tal información al ser recabada desde dos

perspectivas investigativas permite la aplicación de una triangulación para lograr obtener una imagen completa y un mayor entendimiento del estudio.

El proyecto de investigación se desarrolló en la Unidad Educativa “Tres de Noviembre” ubicada en la ciudad de Cuenca. El grupo de estudio seleccionado para esta investigación está conformado por 34 estudiantes del 7° año de EGB paralelo “C”, 22 mujeres y 12 varones, entre 10 y 12 años de edad. El 55,9% de los estudiantes provienen de una familia nuclear, el 8,8% de una familia monoparental materna, el 2,9% de una familia monoparental paterna, el 26,5% de una familia extendida y el 5,9% de una familia estructurada. El grupo de estudio en su totalidad pertenece al sector urbano. En lo que respecta al clima del aula se ha identificado un bajo desarrollo de valores sociales y de convivencia, usualmente cada estudiante actúa solo en beneficio propio. Se trabajó de manera sistemática con los 34 estudiantes del 7° año de EGB paralelo “C” y con los docentes (dos docentes) del área de la Matemática.

### **FASES DE LA INVESTIGACIÓN**

1. Identificación del objeto de estudio partiendo del contexto, con el objetivo de recolectar o sistematizar referentes teóricos que permitan fundamentar la investigación.
2. Realizar un diagnóstico exploratorio sobre cómo aprenden matemáticas los estudiantes de la Unidad Educativa “Tres de noviembre” en base al desarrollo de competencias con el método de Singapur.
3. Diseñar los instrumentos pertinentes para la valoración de la estrategia didáctica.
4. Diseñar la estrategia didáctica que responda al objeto de estudio para el desarrollo de competencias matemáticas.
5. Aplicar la estrategia didáctica a los 34 estudiantes del 7° año de EGB de la escuela antes mencionada, para solventar la necesidad detectada.
6. Valorar la implementación de la estrategia didáctica.

## **MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN**

### **1.1.1. Métodos teóricos**

En esta investigación se emplearon los métodos de investigación empíricos y teóricos. Los métodos teóricos, según Rodríguez (2007), también son llamados lógicos, ya que, permiten el “uso del pensamiento en sus funciones de: deducción, análisis y síntesis” (p. 16). Los que fueron empleados en esta investigación son: analítico-sintético y modelación. Estos métodos son aquellos que están basados en procesos de abstracción y a través de ello, se detecta relaciones y aspectos fundamentales del objeto de estudio.

Los métodos teóricos posibilitan, según Cerezal y Fiallo (2005) “a partir de los resultados obtenidos, sistematizarlos, analizarlos, explicarlos, descubrir qué tienen en común para llegar a conclusiones confiables que nos permitan resolver el problema” (p. 45). Además, se emplean para “la construcción de las teorías científicas, para la elaboración de las premisas metodológicas de la investigación y también en la construcción de las hipótesis científicas” (Cerezal, Fiallo, 2005, p.45)

#### **1.1.1.1. Método analítico-sintético**

Este método está formado por dos operaciones mentales que funcionan como un par dialéctico. El método analítico “es un camino para llegar a un resultado mediante la descomposición de un fenómeno en sus elementos constitutivos” (Lopera y colectivo 2010, p. 17) y el método sintético “integra los componentes dispersos de un objeto de estudio para analizarlos en su totalidad” (Lopera y colectivo 2010, p. 14-15). “Es un procedimiento mental que tiene como meta la comprensión cabal de la esencia de lo que ya conocemos en todas sus partes y particularidades” (Ruiz, 2007, p. 15).

Entonces, según lo dicho anteriormente, el método analítico-sintético implica el análisis de las partes de un todo para la adquisición de mayor veracidad y precisión en lo que se investiga y la síntesis del fenómeno para tener una visión global de lo que se quiere investigar. En la sistematización de los referentes teóricos sobre el objeto de estudio este método se empleó para analizar y sintetizar la información obtenida durante la etapa de diagnóstico de la problemática de investigación.

### 1.1.1.2. Método de Modelación

Este método consiste en “la reproducción de determinadas propiedades y relaciones del objeto investigado en otro objeto especialmente creado (modelo) con el fin de su estudio detallado” (Reyes y Bringas, 2006, p. 10). “El modelo es la representación de un objeto real que en el plano abstracto el hombre concibe para caracterizarlo y poder, sobre esa base, darle solución a un problema planteado, es decir satisfacer una necesidad” (Reyes y Bringas, 2006, p. 10).

El método de modelación se empleó a partir de investigaciones realizadas sobre las fases que comprenden una estrategia (diagnóstico, planificación, ejecución y evaluación) para el diseño de la estrategia didáctica de esta investigación. Después del análisis de cada una de las fases fue necesario adecuarlas a las necesidades del contexto en el que se realizó la investigación. Para comprobar la efectividad de la misma se establecieron diferentes instrumentos, tales como, entrevistas, grupos discusión, fichas reflexivas, observación, test de actitudes y listas de cotejo.

### 1.1.2. Métodos empíricos

Los métodos empíricos son aquellos que toman a la experiencia como medio principal de la investigación. Las características fundamentales y relaciones detectadas en la investigación son adquiridas a través de la percepción del sujeto. De esta forma los métodos empíricos, según Cerezal y Fiallo (2005), se utilizan para:

Descubrir y acumular un conjunto de hechos y datos como base para verificar la hipótesis; dar respuesta a las preguntas científicas (...), obtener argumentos para defender una idea (...), pero que no son suficientes para profundizar en las relaciones esenciales que se dan en los procesos pedagógicos (p.45).

Algunas técnicas e instrumentos que se basan en la aplicación de métodos empíricos se detallan a continuación.

## **TÉCNICAS E INSTRUMENTOS**

En la presente investigación las principales técnicas utilizadas son: la observación participante, la entrevista, la encuesta, las pruebas pedagógicas y técnicas psicológicas. A continuación, se describe cada una de ellas con sus instrumentos respectivos.

- **Observación participante**

La técnica de observación es “un proceso cuya función primera o inmediata es recoger información sobre el objeto que se toma en consideración. Esta recogida implica una actividad de codificación: la información bruta seleccionada se traduce mediante un código para ser transmitida a alguien” (Postic y Ketele, 2000, p. 17). Para desarrollar el proceso de observación el investigador debe tener en cuenta la objetividad y precisión, requiere establecer un fin determinado, así como directrices particulares para observar (Cerda, 1991, p. 237). Con ello es evidente que la observación va más allá de solo ver, esta implica la interacción por parte del investigador y lo que se pretende investigar.

Zermeño (2015) habla de tres tipos de observación, la participante, la no participante y la etnográfica. Menciona que en la participante el investigador forma parte del grupo investigado para “conocer a fondo lo que interesa saber” (p. 34). Por ello se puede decir que la observación participante obliga al investigador a inmiscuirse con el objeto observado, debe participar y pasar la mayor cantidad de tiempo con los sujetos investigados a fin de conocer directamente todo lo que puede constituirse importante para su investigación (Cerda, 1991, p. 244).

En el transcurso de esta investigación se realiza una observación participante de forma sistemática. La observación se emplea en las etapas de: diagnóstico, ejecución y valoración de la estrategia didáctica. Esta técnica tiene como objetivo diagnosticar las necesidades y deficiencias educativas de los estudiantes respecto a la adquisición de conocimientos matemáticos y habilidades de razonamiento para la resolución de problemas. Los instrumentos aplicados bajo esta técnica de recolección son: registro anecdótico, listas de cotejo y fichas reflexivas.

**Registro anecdótico (anexo 1):**

El registro anecdótico “es un informe que describe hechos, sucesos o situaciones concretas que se consideran importantes para el grupo, y da cuenta de sus comportamientos, actitudes, intereses o procedimientos (Morocho y Espinoza, s.f, citado por Ramírez, 2017, p.8). Es así, que mediante este instrumento se logra obtener evidencias significativas en los logros de aprendizaje o en las necesidades de apoyo que requiere el grupo involucrado.

Este instrumento se implementa durante la fase de diagnóstico y ejecución de la estrategia didáctica. Durante el diagnóstico, el investigador tiene la oportunidad de identificar qué aspectos influyen en el comportamiento de los estudiantes y qué tipo de relación existe entre ellos. Además, puede identificar quiénes son los estudiantes que participan más, quiénes usualmente se distraen y qué actividades, por lo general, causan conflictos entre todos los miembros del aula. Por otro lado, la implementación del registro anecdótico durante la ejecución de la estrategia didáctica diseñada, permite al investigador reconocer si las actividades planteadas están causando efectos positivos en las relaciones interpersonales, en los aprendizajes, en las habilidades, en los valores y en las actitudes hacia la Matemática.

**Listas de cotejo (anexo 2 y 3):**

La lista de cotejo es un instrumento válido para evaluar “saberes, preferentemente, aprendizajes referidos al saber hacer y al saber ser. (...) Habilidades o destrezas para la actuación, productos en donde se da una lista de características que debe poseer el producto terminado y actitudes del desarrollo personal social” (p.6). En la presente investigación se emplea dos listas de cotejo en la etapa de ejecución de la estrategia didáctica.

La primera lista de cotejo que se emplea corresponde al contenido matemático propuesto por el Ministerio de Educación Ecuatoriano. La lista consta de 15 ítems que permiten conocer cuál es la formación de los estudiantes respecto al contenido de la Matemática y que competencias han logrado desarrollar partir de los conocimientos matemáticos establecidos por el currículo 2016 para su desarrollo holístico. La segunda lista de cotejo se emplea durante la etapa de ejecución de la estrategia didáctica con el objetivo de evaluar tres valores

fundamentales (la justicia, la innovación y la solidaridad) que deben adquirir los estudiantes en la educación obligatoria para su perfil de salida.

#### **Fichas reflexivas (anexo 4):**

Mediante esta técnica el docente puede identificar qué sentimientos y emociones provocaron las actividades diseñadas para el aprendizaje en sus estudiantes. Las fichas reflexivas están formadas con preguntas de opinión que permiten recolectar datos cualitativos para analizarlos con base a la postura de los sujetos que forman parte de la investigación. Según Cerda (2014) las preguntas de opinión “interrogan a las personas sobre lo que piensan u opinan sobre algo, y que no harían en tal o cual circunstancia hipotética” (p. 378). El objetivo de la ficha reflexiva es identificar las emociones e impresiones causadas en los estudiantes mediante el empleo de la estrategia didáctica titulada El desarrollo de competencias en el aprendizaje de fracciones. Se desea identificar las emociones e impresiones que causó esta estrategia para valorar la efectividad de la misma.

- **Entrevista (anexo 5)**

La entrevista, según Albert (2007), es una “conversación con una finalidad” (p. 242). La entrevista se da por medio de un diálogo entre dos partes, el entrevistado y el entrevistador, quienes mantienen una comunicación bidireccional. La conversación que se desarrolla en la entrevista abarca toda forma de expresión que las partes involucradas utilicen como palabras o gestos. Según el mismo autor existen 3 tipos de entrevistas: las estructuradas, las semiestructuradas y las no estructuradas. En el caso de esta investigación se emplea una entrevista estructurada con preguntas referentes a la estrategia didáctica implementada por los investigadores. La entrevista está dirigida a todo el grupo de estudio con el objetivo identificar las actitudes, emociones y los aprendizajes que los estudiantes han desarrollado durante la implementación de la estrategia didáctica.

Por otro lado, en esta investigación se implementó a los grupos de discusión (anexo 6) como una modalidad de entrevista grupal que según Mayorga y Tójar (2004) sirven para obtener material cualitativo significativo sobre “las percepciones, motivaciones, opiniones y actitudes de los participantes” (p.3). Además, es una técnica cualitativa que guarda relación

similar a una entrevista. Puesto que parte “de una línea argumental dirigida por un entrevistador o moderador, pero orientada a un grupo de personas, que van a debatir esa línea argumental” (p.1).

En la presente investigación se realiza dos grupos de discusión cada uno de ellos consta de objetivo y una guía de preguntas que permite la recolección de información relevante. Para la aplicación del mismo en esta investigación, se selecciona un número de 14 estudiantes (7 participarán en el primero y los otro 7 en el segundo). Estos estudiantes fueron seleccionados intencionalmente de modo que aporten información relevante. El grupo de discusión se realiza en dos momentos:

1. En la quinta sesión de clase con el objetivo de conocer aspectos sobre la motivación del grupo y puntos de vista acerca de las actividades desarrolladas, con preguntas tales como: ¿las clases desarrolladas hasta ahora han sido de su gusto? ¿por qué?, ¿el empleo de material concreto ha despertado el interés por aprender? ¿por qué?, ¿la conformación de los grupos ha sido de su agrado? ¿por qué?, ¿lograron comprender cómo resolver los ejercicios con números fraccionarios? ¿por qué?, ¿qué clase les pareció más llamativa? ¿por qué?, ¿qué clase provocó aburrimiento? ¿por qué?

2. En la décima sesión con el objetivo de conocer si las relaciones, la motivación y las actitudes han ido dando cambios. En este caso las preguntas son similares a la del primer grupo de discusión, puesto que lo que se quiere es valorar los cambios en aquellos aspectos. Las preguntas son las siguientes: ¿el empleo de material concreto o recurso didáctico, les motivó aprender el tema de fracciones? ¿por qué?, ¿trabajar en equipo es una buena opción? ¿por qué?, ¿las actividades desarrolladas han sido interesantes o provocaban aburrimiento? ¿por qué?, ¿agruparse con los compañeros que no han tenido buena relación ha ayudado a mejorarla? ¿por qué? El instrumento utilizado para estas dos técnicas de recolección de información es el cuestionario que se detalla en el siguiente apartado.

- **Encuesta (anexo7)**

La encuesta es una técnica de investigación que recolecta información de manera metódica y ordenada sobre las variables que se vinculan en la investigación respecto a una población

o una muestra. Mediante la encuesta el investigador puede obtener información sobre opiniones, sentimientos, acciones, deseos y motivaciones de los individuos encuestados. La peculiaridad de la encuesta es que cuando esta se aplica, se lo hace a todos los individuos seleccionados con las mismas preguntas y en el mismo orden. Según Sierra, (s.f.) citado por Casas, Repullo y Donado (2003), por lo general la encuesta permite la “obtención de datos de interés sociológico mediante la interrogación a los miembros de la sociedad [y] es el procedimiento sociológico de investigación más importante y el más empleado” (p. 143).

En esta investigación, el objetivo de la encuesta es identificar la percepción que tienen los docentes del área de la Matemática de la Unidad Educativa “Tres de Noviembre” sobre la enseñanza y aprendizaje de las fracciones en Educación Primaria. Esta técnica de investigación se presenta en la fase de diagnóstico de la estrategia didáctica con el fin de recabar información sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de las fracciones y resolución de problemas vistos desde la óptica de los docentes del aula.

El instrumento aplicado tiene preguntas tales como: ¿qué importancia tiene la noción de fracción en el proceso de enseñanza y aprendizaje?, ¿qué dificultades han encontrado en la enseñanza de fracciones?, ¿qué operación les resulta más difícil emplear a los estudiantes?, ¿cómo han logrado que los estudiantes alcancen destrezas en la resolución de problemas? y ¿qué metodologías han aplicado para la enseñanza de resolución de problemas? Esta técnica se aplicó a partir del cuestionario.

### **Cuestionario:**

Según Zermeño (2015), el cuestionario es un instrumento de recolección de datos necesarios para la investigación. “Está compuesto por un conjunto de preguntas respecto de una o más variables a medir. Y puede contener dos tipos de preguntas: cerradas y abiertas” (Zermeño, 2015, p. 30). García, Alfaro y Hernández (2006), señalan que los cuestionarios “recogen de forma organizada los indicadores de las variables implicadas con el objetivo de la encuesta” (p. 232). El cuestionario se limita a ser un instrumento formado por un conjunto de ítems dirigidos a los sujetos que el investigador considera necesarios para la investigación.

El cuestionario que se aplica en la entrevista tiene por objetivo orientar la conversación entre el docente y el estudiante para identificar el impacto de la implementación de la propuesta. Así también, el objetivo del cuestionario en los grupos de discusión es conocer las opiniones y emociones generadas en los estudiantes con la implementación de la estrategia didáctica. Finalmente, el objetivo del cuestionario implementada en la encuesta a docentes tiene como objetivo recolectar datos importantes sobre el rendimiento académico y la actitud de los estudiantes hacia la Matemática, desde el punto de vista de los docentes. Además, identificar las estrategias y metodologías de enseñanza aplicadas por los docentes del área de Matemática de la Unidad Educativa Tres de Noviembre.

- **Pruebas pedagógicas**

La prueba pedagógica es una técnica que permite “obtener información respecto al rendimiento académico de los estudiantes; es pues, un campo que se refiere básicamente a la constatación de la adquisición de conocimientos, habilidades, destrezas” (Tapia, 2012, p.16). Es así que, esta técnica proporciona información sobre cómo está evolucionando el aprendizaje del estudiante. La prueba permite medir y evaluar el rendimiento y los conocimientos que tienen los estudiantes, por ello esta técnica se aplica con el objetivo de conocer el nivel de conocimientos de los estudiantes respecto a la noción de fracción y a la resolución de problemas y ejercicios matemáticos con números fraccionarios. La técnica se divide en varias pruebas que permiten evaluar el rendimiento de los estudiantes. Los instrumentos empleados para esta técnica son: prueba diagnóstica (anexo 8), pre test (anexo 9), pos test (anexo 10), fichas didácticas y guías didácticas.

**Prueba diagnóstica, pre test y post test:**

La prueba diagnóstica se aplica en la etapa de diagnóstico de la estrategia. La misma consta de preguntas regidas al contenido matemático sobre fracciones y engloba los conocimientos básicos que los estudiantes deberían dominar. El pre test se aplica de igual forma, en la etapa de diagnóstico de la estrategia. Esta prueba consta de preguntas específicamente sobre problemas de las operaciones básicas con números fraccionarios. Y, finalmente, el pos test se emplea en la etapa de evaluación de la estrategia didáctica con preguntas similares al pre test, pero con un mayor grado de complejidad.

**Fichas didácticas:**

Según Mello (1968) citado por Alfaro y Chavarría (2003), la ficha didáctica o ficha de trabajo es “el hilo conductor que manda, dirige [y] motiva. (...) es un instrumento de trabajo que facilita la graduación del aprendizaje por unidades asequibles a los alumnos” (p. 14). La ficha didáctica le permite al docente establecer las actividades de trabajo necesarias para la consecución de los objetivos de clase. Además, al ser un instrumento que genera motivación, la ficha didáctica permite que los estudiantes presenten mayor disposición para trabajar en clase. El objetivo de la implementación de las fichas didácticas es dar seguimiento a los aprendizajes que los estudiantes desarrollan durante las sesiones de clase.

Las fichas didácticas empleadas en las sesiones de clase abordan dos contenidos; primero la noción de fracción y segundo la multiplicación de fracciones. Respecto a la primera ficha didáctica se analiza si los estudiantes pueden identificar las relaciones de orden de un conjunto de fracciones. Y si logran identificar la forma correcta para representar las fracciones de forma algebraica y gráfica. Con la segunda ficha didáctica se analiza si los estudiantes pueden representar, mediante el empleo de material concreto, algunas multiplicaciones de fracciones. También se valora si los estudiantes pueden identificar la forma gráfica de las fracciones, así como, el algoritmo correcto para multiplicar fracciones.

**Guía didáctica:**

La guía didáctica es un instrumento que dirige el proceso educativo del estudiante, ya que, aproxima los procesos de pensamiento del estudiante a los recursos didácticos y actividades de aprendizaje. Además, contribuye al desarrollo de la responsabilidad y trabajo autónomo del estudiante. La guía didáctica debe estar formada por los elementos necesarios que promuevan aprendizajes. Algunos de esos elementos son el contenido de aprendizaje, la metodología o actividades que el estudiante debe seguir para el cumplimiento de las tareas, además de todos los recursos y herramientas pedagógicas que van a promover aprendizajes. Según García (2014), la guía didáctica debe convertirse en un elemento motivador para generar interés hacia el área del conocimiento que se está enseñando.

El objetivo del empleo de las guías didácticas es facilitar y orientar el aprendizaje dentro del aula de clase. Las guías didácticas empleadas en las sesiones de clase abarcan los siguientes contenidos: noción de fracción a través de material manipulativo y gráficos, simplificación mediante material concreto y descomposición en factores, mínimo común múltiplo con material concreto, suma y resta de fracciones y problemas con números fraccionarios. Las guías sobre los problemas con números fraccionarios contienen la estructura planteada por el método Singapur para la resolución de problemas matemáticos en ocho pasos. Las demás guías se basan en las tres fases para el aprendizaje propuestas por el método Singapur. Además, cada guía contiene un apartado en el que se indica información relevante sobre el concepto teórico que se trabajará en esa clase. También, cada guía establece las reglas que se requiere para completar las actividades de la guía didáctica

- **Técnica psicológica sociograma**

El sociograma es una de las técnicas que permite “lograr una imagen precisa de las relaciones informales existentes en el seno de los grupos. Relaciones que frecuentemente permanecen ocultas o poco visibles, para quienes trabajan en entornos grupales, ya sean docentes o directivos de organizaciones” (Rodríguez, Morera, 2001, s.p). Esta técnica permite conseguir datos que expresan la intensidad de las interrelaciones de un grupo de estudio, tanto afectiva como instrumental.

El sociograma se aplica con el objetivo de conocer las relaciones interpersonales entre los estudiantes. Es decir, detectar a los niños que son rechazados o tienen dificultad para integrarse al grupo, descubrir los bandos ya establecidos en el grupo e identificar a los niños que funcionan como líderes. Ello se vuelve un factor esencial para potenciar la participación de dichos líderes y rescatar a los grupos aislados e integrarlos en el proceso de enseñanza aprendizaje. Esta técnica se emplea en las etapas de diagnóstico y ejecución de la estrategia didáctica.

- **Técnica psicológica test (anexo 11)**

“Los test pueden construirse y utilizarse para someter a prueba hipótesis innovadoras e investigar constructos que no han sido suficientemente estudiados, para asegurarse la

obtención de modelos de medida robustos” (Comisión internacional de test, 2014, p.5). Además, según lo menciona Múñiz (2010), los test permiten mostrar la conducta del sujeto de estudio de acuerdo a ciertas variables que permiten al investigador inferir aspectos importantes que influyen en el comportamiento del fenómeno. En la presente investigación, se aplica esta técnica con el objetivo de conocer qué actitudes y conductas tienen los estudiantes respecto a la Matemática. Esta técnica se emplea en la etapa de diagnóstico con los estudiantes de 7° año de EGB “C”. El instrumento empleado en esta investigación es la escala tipo Likert.

### **Escala tipo Likert:**

La escala tipo Likert es una de las más utilizadas en el campo de medición de actitudes “se trata de un conjunto de reactivos de actitud donde todos los reactivos son considerados con un valor de actitud aproximadamente igual y donde cada uno de los participantes señala con grados de acuerdo o desacuerdo” (Kerlinger, 2002 citado por Albert, 2007, p.108). El conjunto de reactivos está conformado por ítems, los cuales están elaborados a base de juicios o afirmaciones, ante esto son los sujetos quienes tienen que manifestarse. “El propósito de la escala de puntuación sumada es ubicar a un individuo en algún punto del continuo del nivel de acuerdo a la actitud” (Kerlinger, 2002 citado por Albert, 2007, p.108).

En la presente investigación esta escala se implementa en la etapa de diagnóstico con el objetivo de conocer la actitud que presentan los estudiantes hacia la matemática y la importancia que le dan a dicha asignatura. Además, la misma escala se aplica en la etapa de evaluación de la estrategia con el objetivo de conocer si ha mejorado la actitud hacia la Matemática. Este instrumento ha sido estructurado de acuerdo a cuatro dimensiones: afectividad, aplicabilidad, habilidad y ansiedad. Cada dimensión consta de cuatro a cinco reactivos que permiten colocar al estudiante en el nivel de acuerdo a la actitud.

En la dimensión afectividad se presenta cinco reactivos sobre sensibilidad, emoción y actitud que los estudiantes tienen hacia la Matemática. En la dimensión aplicabilidad, engloba cuatro reactivos sobre la importancia de la Matemática en la escuela, contexto y en un futuro como profesionales. En la dimensión habilidad se enlista cinco reactivos que contemplan aspectos de la Matemática en los que los estudiantes creen poseer habilidades.



Finalmente, en la dimensión ansiedad se le presenta al estudiante cinco reactivos acerca de si tienen miedo o nervios hacia la asignatura de la Matemática. Así también, se indica un reactivo sobre si presentan inseguridad en la clase de Matemática.

## CAPÍTULO 4

### Propuesta: Estrategia Didáctica

**Estrategia:** El desarrollo de competencias en el aprendizaje de fracciones.

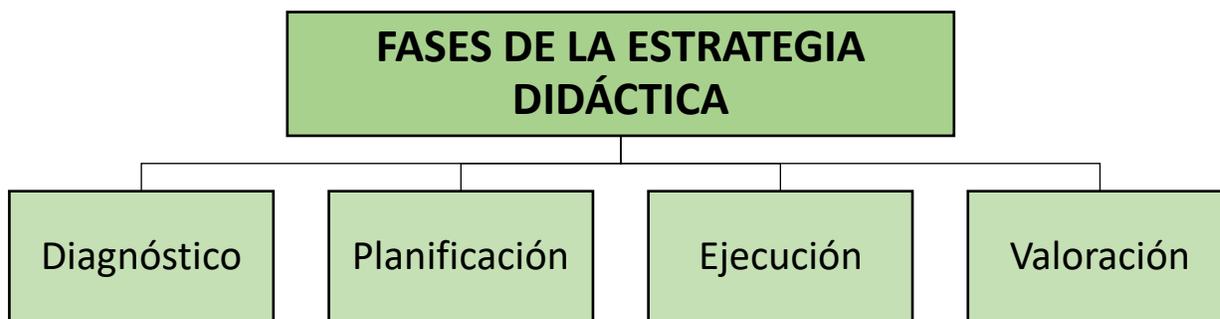
#### 1. Fundamentos de la estrategia

Cañedo (2018), en su tesis doctoral manifiesta que:

Los fundamentos didácticos están sustentados en garantizar el carácter plenamente activo y consiente del estudiante, planificar el sistema de tareas docentes de tipo problémico con una sistematización y consolidación de las acciones y operaciones seleccionadas y organizadas de acuerdo a los niveles de asimilación del conocimiento reproductivo, productivo y creativo en correspondencia con las diferencias individuales de los estudiantes (p.48).

La propuesta planteada al ser un proceso didáctico hace posible fundamentarla como una “estrategia didáctica” que según Rodríguez (2007), en el campo de la pedagogía, estas “se refieren a tareas y actividades que pone en marcha el docente de forma sistemática para lograr unos determinados objetivos de aprendizaje en los estudiantes” (p.2). A ello se suma el aporte de Cañedo (2018), una estrategia didáctica permite al estudiante “apropiarse de los métodos de solución de problemas (...) [que] contribuyan al dominio de la simplificación máxima posible del cálculo, la exactitud y correspondencia de los resultados (...) con la realidad (...) [estas son] las invariantes para desarrollar [habilidades] (p.48)

De acuerdo, con lo establecido por los autores descritos anteriormente, la estrategia didáctica como propuesta de mejora “el desarrollo de competencias en el aprendizaje de fracciones” se fundamenta como estrategia didáctica, puesto que son actividades dirigidas para estudiantes con el objetivo de desarrollar competencias matemáticas y habilidades de razonamiento para la resolución de problemas matemáticos con números fraccionarios. En este caso particular la estrategia se organizó considerando las fases de diagnóstico, planificación, ejecución y valoración tal como se representa en la siguiente figura.



*Figura 1: Etapas de la estrategia didáctica*

La propuesta se fundamenta en las destrezas con criterio de desempeño que se encuentran a continuación: M.3.1.33. Leer y escribir fracciones a partir de un objeto, un conjunto de objetos fraccionables o una unidad de medida, M.3.1.37. Establecer relaciones de orden entre fracciones, utilizando material concreto, la semirrecta numérica y simbología matemática ( $=$ ,  $<$ ,  $>$ ), M.3.1.15. Utilizar criterios de divisibilidad por 2, 3, 4, 5, 6, 9 y 10 en la descomposición de números naturales en factores primos, M.3.1.17. Encontrar el mínimo común múltiplo de un conjunto de números naturales.

M.3.1.39. Calcular sumas y restas con fracciones obteniendo el denominador común, M.3.1.42. Resolver problemas de sumas y restas con fracciones, e interpretar la solución dentro del contexto del problema, M.3.1.40. Realizar multiplicaciones y divisiones entre fracciones, empleando como estrategia la simplificación, M.3.1.42. Resolver problemas de multiplicaciones y divisiones con fracciones, e interpretar la solución dentro del contexto del problema (Ministerio de Educación, 2016).

## **2. Fases de la estrategia**

### **2.1. Diagnóstico**

En esta etapa se organizó el trabajo a partir de las siguientes tareas:

1. Determinación de las categorías de análisis.
2. Elaboración y aplicación de los instrumentos.
3. Organización e interpretación de la información relevante.

#### 4. Presentación de resultados.

Los resultados obtenidos en la fase de diagnóstico se detallan a continuación:

El **registro anecdótico** (ver anexo 1), permitió conocer la metodología empleada por el docente, así como la escasa aplicación de estrategias metodológicas que promuevan el razonamiento de los estudiantes. A ello, se suma la falta de empleo de material concreto en temas que se requiere para que el estudiante logre la abstracción del contenido.

La relación de los estudiantes no permitía el uso de trabajo cooperativo, existían grupos ya conformados y estudiantes que pasaban aislados en el aula. Ello se corroboró con la aplicación del **sociograma** puesto que se obtuvo la presencia de estudiantes aislados y de grupos ya establecidos. Es evidente la poca relación de los estudiantes y sus pares, esto ha provocado la búsqueda de dinámicas grupales que promuevan el compañerismo y mejoren los lazos de amistad.

El **test de actitudes** (ver anexo 13) permitió evidenciar que los estudiantes en su mayoría tienen afectividad hacia la matemática, sin embargo, poseen un bajo rendimiento en la asignatura y no presentan las tareas y trabajos. Por otro lado, en el mismo test, respecto a la dimensión ansiedad existen estudiantes que la presentan cuando tienen que realizar actividades relacionadas con la Matemática.

La **encuesta** (ver anexo 7) aplicada a los docentes del área de la Matemática constató la importancia que tiene la enseñanza de fracciones, puesto que este criterio está presente en las acciones realizadas en la vida cotidiana. Además, los docentes señalan que las problemáticas en la enseñanza de tal contenido, es debido a la falta de concentración y disciplina en el aula, así como, la falta de razonamiento y análisis de los estudiantes en la resolución de problemas. Afirman, además, un rendimiento medio de tal contenido y creen conveniente la aplicación de nuevas estrategias que promuevan el razonamiento y el análisis. Un docente ha trabajado el tema mediante el método analítico y el otro docente la observación de imágenes. Sin embargo, dicen que los estudiantes no razonan y los trabajos o pruebas lo hacen de forma mecánica.

La **prueba diagnóstica** (ver anexo 8) reflejó que los estudiantes del 7° año de EGB tienen un promedio de 3.6/10 en lo que respecta al contenido de problemas con números fraccionarios. Este promedio es preocupante puesto que, con ello, se constata que los estudiantes no han logrado el nivel medio. Y en cuanto al contenido la mayoría de estudiantes no escriben correctamente de forma algebraica las fracciones, tienen confusión al momento de representar un número fraccionarios en gráfico. Respecto a las sumas y restas de fracciones no realizan el proceso correcto y el empleo del m.c.m, sino realizan la operación directa, suman numeradores y denominadores. En la división y multiplicación no emplean los métodos requeridos para su solución.

El **pre test** (ver anexo 9) reflejó un promedio de 3.03/10 de los estudiantes de 7° año de EGB, los contenidos abordados en el pre test fueron: la escritura algebraica y gráfica de las fracciones y la resolución de problemas. El análisis de cada prueba de los estudiantes evidenció falencias en el aprendizaje de fracciones, los estudiantes no escriben correctamente la fracción y cuando tienen que graficar confunden los pedazos del entero como numerador y los coloreados como denominador. En cuanto a la resolución de problemas no comprenden y razonan para realizar la operación correcta. En los problemas de suma y resta no aplican el m.c.m y en la multiplicación y división no realizan los pasos o métodos requeridos.

Las problemáticas encontradas permitieron la elaboración de una estrategia didáctica que responda a las necesidades de los estudiantes del 7° año EGB paralelo C. Esta estrategia didáctica permitirá al estudiante mejorar su aprendizaje en el contenido de fracciones, desarrollar sus habilidades matemáticas, capacidad de razonamiento y mejorar las relaciones sociales con sus pares.

## **2.2.Planificación (anexo 12)**

### **Sesiones de Clase**

- **Primera sesión de clase**

**Tema:** noción de fracción.

**Objetivo:** analizar la estructura de una fracción, así como, su representación gráfica.

**Duración:** 90 minutos

**Recursos:** kit fraccionario circular<sup>1</sup> (anexo 13), ficha de trabajo (anexo 14).

**Destrezas<sup>2</sup> que se desarrollarán:**

- M.3.1.33. Leer y escribir fracciones a partir de un objeto, un conjunto de objetos fraccionables o una unidad de medida.
- M.3.1.37. Establecer relaciones de orden entre fracciones, utilizando material concreto, la semirrecta numérica y simbología matemática ( $=$ ,  $<$ ,  $>$ ).

**Indicadores<sup>3</sup> de evaluación:**

- I.M.3.4.1. Utiliza números romanos, decimales y fraccionarios para expresar y comunicar situaciones cotidianas, leer información de distintos medios y resolver problemas. (I.3.)
- I.M.3.2.2. Selecciona la expresión numérica y estrategia adecuadas (material concreto o la semirrecta numérica), para secuenciar y ordenar un conjunto de números naturales, fraccionarios y decimales, e interpreta información del entorno. (I.2., I.4.)

**Instrumentos de evaluación:** ficha de trabajo y lista de cotejo

**Desarrollo de la clase:**

En la primera clase se mencionó el tema y el objetivo de la sesión. Además, el docente explicó a los estudiantes que la metodología de enseñanza con la que se iba a trabajar se basaba en el método Singapur. Al indicar la metodología de enseñanza, los estudiantes tuvieron una ligera idea de qué actividades debían realizar durante las sesiones de clase. Después de esta presentación, la clase inició con la primera fase del método Singapur: la fase concreta. Se entregó un “kit fraccionario circular” a cada grupo de estudiantes. Este kit

---

<sup>1</sup> Kit fraccionario circular: es un conjunto de 72 piezas triangulares de madera. Las 72 piezas están agrupadas en diferentes tamaños de manera que cada cierta cantidad de estas piezas forma círculos. Los círculos se diferencian unos de otros por sus colores y sus divisiones. Los círculos están divididos en porciones de  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{7}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{11}$  y  $\frac{1}{12}$ . El kit puede elaborarse de cualquier material, en este caso, es de madera. El kit está elaborado de madera

<sup>2</sup> Las destrezas fueron seleccionadas del Currículo de Educación Obligatoria del Ecuador, correspondiente a la Educación General Media.

<sup>3</sup> Los indicadores fueron seleccionados del Currículo de Educación Obligatoria del Ecuador, correspondiente a la Educación General Media.

permitted that the students identify the concept of fraction from a concrete level with the help of manipulation and observation.

After delivering the fraction kit, the teacher conducted a conversation with the students so they could become familiar with the material. The questions raised in the conversation were: ¿qué figuras encontramos en el kit?, ¿cómo diferenciar los diferentes tamaños de las piezas? and ¿en cuántas partes están divididos los círculos? Once the students manipulated the material, the teacher continued the conversation guiding it towards the main concept of the class. For this, questions were used such as: ¿qué es una fracción?, ¿qué elementos forman una fracción? and ¿qué indica cada uno de los elementos de la fracción? Each student responded to these questions based on the analysis they made of the material provided.

Next, the teacher asked the students to form examples of fractions with the concrete material. Each student had to manipulate the material until they decided how to form the fraction. While all students performed this activity, the teacher allowed some volunteers to demonstrate to all students how to form the fractions. After forming some fractions, the teacher asked how they should be read. When the students did not know how to read the fraction, the teacher provided help by giving clues on how to read it. The next activity was to form fractions with the concrete material and read them aloud, but in pairs. If one student in the pair did something wrong, their partner would indicate how to do it correctly. This activity aimed to develop the skill M.3.1.33. so that the students understand the concept of fraction, be able to identify fractions visually, and be able to read them correctly.

In the next proposed activity, the students had to select several pairs of fractions formed in the previous activity to represent them with the material provided and analyze the existing order relationships. This was done to fulfill the skill M.3.1.37. While the students performed the described activity, the teacher observed that each pair completed the activity correctly. Next, the second and third phases of the Singapore method were used: pictorial and abstract. For this, the teacher provided the work sheet number 1 (see annex 14) to each pair of students.

La ficha de trabajo no solo sirvió como recurso para el trabajo en clase sino fue el instrumento que permitió valorar el aprendizaje de los estudiantes. Además de tal evaluación, se empleó una lista de cotejo para analizar los valores y actitudes que los estudiantes mostraban durante la sesión de clase. La clase terminó con la resolución de la ficha de trabajo.

- **Segunda sesión de clase**

Esta sesión de clase fue empleada ya que algunos de los conceptos señalados en la clase anterior no quedaron claros.

**Tema:** refuerzo sobre la noción de fracción.

**Objetivo:** retroalimentar los conceptos relacionados a la estructura de una fracción, su representación gráfica y las relaciones de orden.

**Duración:** 45 minutos

**Recursos:** kit fraccionario circular, ficha de trabajo (anexo 15), ficha reflexiva (ver anexo 11)

**Destrezas que se desarrollarán:**

- M.3.1.33. Leer y escribir fracciones a partir de un objeto, un conjunto de objetos fraccionables o una unidad de medida.
- M.3.1.37. Establecer relaciones de orden entre fracciones, utilizando material concreto, la semirrecta numérica y simbología matemática ( $=$ ,  $<$ ,  $>$ ).

**Indicadores de evaluación:**

- I.M.3.4.1. Utiliza números romanos, decimales y fraccionarios para expresar y comunicar situaciones cotidianas, leer información de distintos medios y resolver problemas. (I.3.)
- I.M.3.2.2. Selecciona la expresión numérica y estrategia adecuadas (material concreto o la semirrecta numérica), para secuenciar y ordenar un conjunto de números naturales, fraccionarios y decimales, e interpreta información del entorno. (I.2., I.4.)

**Instrumentos de evaluación:** ficha de trabajo y ficha reflexiva

**Desarrollo de la clase:**

Para el desarrollo de esta clase, el grupo de estudiantes fue dividido en pequeños equipos de entre 3 a 5 integrantes. Con cada equipo formado, el docente realizó un conversatorio sobre ¿qué es una fracción?, ¿cuáles son los elementos de una fracción? y ¿qué indican las relaciones de orden de las fracciones? Después del conversatorio, el docente entregó un kit fraccionario circular a cada equipo de estudiantes y una ficha de trabajo. A diferencia de la ficha de trabajo empleada en la primera sesión de clase, esta permite al estudiante seleccionar las fracciones con las que va a trabajar. Además, en esta guía, se ha colocado un pequeño cuadro con los conceptos principales para que el estudiante los pueda recordar fácilmente.

La ficha de trabajo permitió al estudiante formar seis fracciones con el material entregado. Después, el estudiante tenía que dibujarlas y pedir a sus compañeros que verifiquen que lo haya hecho correctamente. Por último, la ficha pedía al estudiante establecer las relaciones de orden según las fracciones que había formado y seleccionado. Al final de la actividad, el docente entregó a los estudiantes una ficha reflexiva para conocer qué aprendieron desde su punto de vista.

- **Tercera sesión de clase**

**Tema:** simplificación de números fraccionarios.

**Objetivo:** reforzar los conocimientos sobre la simplificación de fracciones. Y, demostrar por qué se debe seguir un algoritmo para simplificar.

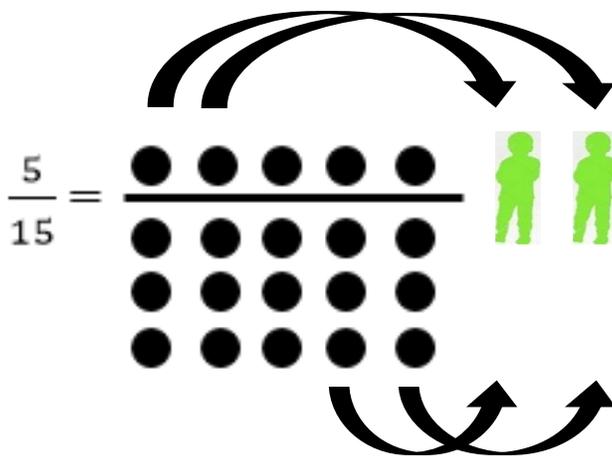
**Duración:** 45 minutos

**Recursos:** hoja con los nombres de los colores, fichas circulares negras y siluetas de colores (estos elementos pueden ser elaborados con fomix), hoja de papel con la línea fraccionaria en el centro (anexo 16) y ficha de trabajo (anexo 17).

**Destrezas que se desarrollarán:**

- M.3.1.15. Utilizar criterios de divisibilidad por 2, 3, 4, 5, 6, 9 y 10 en la descomposición de números naturales en factores primos.





A partir de un ejemplo similar al presentado el docente tuvo como objetivo provocar razonamientos en los estudiantes sobre qué números pueden ser divisibles para las cantidades presentadas en la fracción. Después de realizar varias pruebas con diferentes cantidades de siluetas, el docente se quedaba solo con la cantidad de siluetas necesarias para efectuar la simplificación. Con este ejercicio el docente concretó la idea de lo que significa simplificar. Al finalizar esta explicación el docente dividió al grupo de estudiantes en tríos. A cada trío, se le entregó una ficha de trabajo. La ficha de trabajo estaba formada por un cuadro que resume algunas ideas principales sobre la simplificación.

Cada trío tenía que analizar la ficha y resolverla. Según las indicaciones presentadas en la ficha de trabajo, los estudiantes tenían que utilizar un material similar al empleado por el profesor y resolver varios ejercicios. Luego, debían mencionar los valores para los cuales son divisibles las fracciones propuestas.

Con esta actividad no se buscaba que los estudiantes repitan las reglas de la divisibilidad, sino que razonen hasta descubrir en qué situaciones ciertos números son divisibles para determinados valores. De esta manera, se esperaba que los estudiantes interiorizaran el concepto de la simplificación y cumplan con la destreza M.3.1.15. Al inicio de este proceso de aprendizaje los estudiantes identificaron las cantidades para las cuales son divisibles los valores de las fracciones trabajando con el material concreto, pero después de algunas sesiones de práctica, ya podían identificar las reglas de forma mental.

- **Cuarta sesión de clase**

**Tema:** mínimo común múltiplo.

**Objetivo:** hallar el mínimo común múltiplo mediante el empleo de material concreto.

**Duración:** 45 minutos

**Recursos:** fichas numéricas (anexo 18) y ficha de trabajo (anexo 19)

**Destrezas que se desarrollarán:**

- M.3.1.17. Encontrar el mínimo común múltiplo de un conjunto de números naturales.

**Indicadores de evaluación:**

- I.M.3.3.1. Aplica la descomposición de factores primos y el cálculo del MCD y el MCM de números naturales en la resolución de problemas; expresa con claridad y precisión los resultados obtenidos. (I.3., I.4.)

**Instrumentos de evaluación:** ficha de trabajo

**Desarrollo de la clase:**

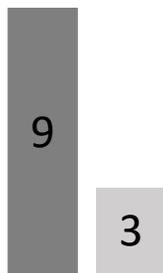
La clase inició con una actividad de programación neurolingüística. Esta consistía en dibujar con la mano derecha un cuadrado en el aire y con el pie izquierdo un círculo en el suelo, al mismo tiempo. Después de la actividad de programación neurolingüística, el docente dividió al grupo de estudiantes en equipos de entre 4 y 5 personas. El docente entregó a cada grupo de trabajo un kit de fichas numéricas<sup>4</sup>. El docente les pidió colocar las fichas de manera que se formen columnas. Las columnas debían estar formadas por fichas de una misma dimensión. Luego, los estudiantes debían mencionar qué fichas pueden llegar a formar columnas que tengan la misma dimensión. Después de ello, el docente realizó un ejemplo en el pizarrón y a partir de allí, explicó el concepto de mínimo común múltiplo. La tarea fue algo como lo siguiente:

---

<sup>4</sup> El kit de fichas numéricas es: un conjunto de fichas rectangulares que miden diferentes longitudes y un mismo ancho. Están las fichas que miden desde 1 cm hasta 15 cm de largo. Existe alrededor de 12 fichas por cada dimensión. Estas fichas pueden ser elaboradas por el docente con materiales fácilmente manipulables como cartulina o fómix.

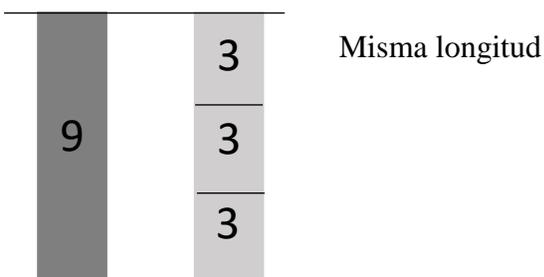
Usando las fichas del 3 y del 9, forme dos columnas que midan lo mismo. Luego indique cuántos 9 necesitó y cuántos 3 necesitó para formar las dos columnas.

Fichas:



Resolución:

Para que las dos columnas midan lo mismo, se necesitó una ficha que mide 9cm y tres fichas que miden 3cm.



Cada conjunto de fichas da como resultado de la suma de sus valores 9. Por lo tanto, el m.c.m es 9. Nueve es el mínimo múltiplo que tienen en común estas dos cantidades.

Después de que los estudiantes realizaron ese análisis con ayuda y orientación del docente, resolvieron una ficha de trabajo. La ficha de trabajo permitió al estudiante hallar el mínimo común múltiplo de varias cantidades empleando el material concreto. Y, hallar el mínimo común múltiplo empleando el algoritmo conocido; con esto se logró potenciar el pensamiento abstracto del estudiante. En esta clase, la ficha de trabajo sirvió como instrumento de evaluación. Aunque los estudiantes realizaron la tarea en grupo, la ficha de trabajo fue entregada a cada estudiante, a fin de que, cada uno resuelva los ejercicios en su propio instrumento.

- **Quinta sesión de clase**

**Tema:** suma de fracciones con material concreto.

**Objetivo:** comprender qué implica sumar fracciones mediante el empleo de material concreto. Reforzar el contenido sobre la suma de fracciones teniendo como estrategia al mínimo común múltiplo.

**Duración:** 45 minutos

**Recursos:** kit fraccionario circular, árbol de fomix, tarjetas pegatinas y ficha de trabajo (anexo 20)

**Destrezas que se desarrollarán:**

- M.3.1.39. Calcular sumas y restas con fracciones obteniendo el denominador común.

**Indicadores de evaluación:**

- I.M.3.5.1. Aplica las propiedades de las operaciones (adición y multiplicación), estrategias de cálculo mental, algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales, decimales y fraccionarios, y la tecnología, para resolver ejercicios y problemas con operaciones combinadas. (I.1.)

**Instrumentos de evaluación:** ficha de trabajo

**Desarrollo de la clase:**

Esta clase inició con un conversatorio entre el docente y los estudiantes sobre ¿qué es sumar?, ¿qué es sumar fracciones?, ¿qué se debe hacer para realizar sumas de fracciones? y ¿qué tipos de sumas se puede realizar con las fracciones? Los estudiantes escribieron en una pegatina la idea que surgía en su mente a partir de las preguntas expuestas. Cada estudiante pegó su respuesta en un árbol de fómix para que puedan ser socializadas. El docente leyó algunas de las ideas expuestas y conversó con los estudiantes sobre si tales respuestas eran correctas. Luego, el docente dividió al grupo de estudiantes en equipos de 3 a 4 personas. En cada equipo, el docente entregó uno de los kits de fracciones circulares. Cada equipo tenía

que decidir cómo se podrían sumar las fracciones, partiendo de lo que se expuso en el conversatorio.

El docente supervisó que todos los estudiantes estén trabajando con el material concreto, y respondió a las dudas que surgían en ese momento. Después de que los estudiantes intentaron sumar las fracciones con el material, el docente explicó desde la pizarra cómo funciona la suma con el material concreto. Enseguida, el docente les entregó una ficha de trabajo en la que los estudiantes hallaron la respuesta a tres sumas mediante el empleo de material concreto. Después, los estudiantes graficaron las respuestas encontradas en la misma ficha. Con ello, el docente promovió el desarrollo de la destreza M.3.1.17. Finalmente, el estudiante resolvió otras tres sumas, pero esta vez hallando el mínimo común múltiplo. De igual manera que en las sesiones anteriores, la ficha de trabajo sirvió como un instrumento para evaluar cuantitativamente esta sesión.

- **Sexta sesión de clase**

**Tema:** resolución de problemas de suma de fracciones.

**Objetivo:** resolver problemas con números fraccionarios mediante el método Singapur. Y, desarrollar las habilidades del pensamiento como el análisis, el razonamiento y la abstracción.

**Duración:** 45 minutos

**Recursos:** guía didáctica (anexo 21)

**Destrezas que se desarrollarán:**

- M.3.1.42. Resolver problemas de sumas y restas con fracciones, e interpretar la solución dentro del contexto del problema.

**Indicadores de evaluación:**

- I.M.3.5.1. Aplica las propiedades de las operaciones (adición y multiplicación), estrategias de cálculo mental, algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales, decimales y fraccionarios, y la tecnología, para resolver ejercicios y problemas con operaciones combinadas. (I.1.)

**Instrumentos de evaluación:** guía didáctica**Desarrollo de la clase:**

El docente agrupó a los estudiantes en equipos de entre 3 a 4 personas y a cada equipo entregó una guía didáctica. La guía didáctica contenía ocho pasos basados en el método Singapur que facilitan la comprensión para el desarrollo de problemas. Cada grupo debía resolver el problema según los pasos que presentaba la guía. Después de que cada grupo resolvió el problema, el docente generó espacios de diálogo. Los espacios de diálogo sirvieron para conocer si los estudiantes cumplieron con todos los pasos necesarios para comprender y resolver el problema.

Las preguntas que permitieron tal diálogo fueron: ¿cómo llegaron a la respuesta?, ¿cómo pudieron identificar la operación matemática que debían realizar?, ¿qué pasos podían evitar hacer?, ¿fue más sencillo encontrar la respuesta al problema? y ¿qué indica la respuesta encontrada? Así, a partir de las respuestas a tales preguntas, el docente pudo saber que la mayor parte de los estudiantes comprendieron los pasos que debían seguir y muchos de ellos llegaron a la respuesta del problema. Además, identificó que algunos estudiantes mejoraron su capacidad de razonamiento y comprensión.

- **Séptima sesión de clase**

**Tema:** resta de fracciones con material concreto (45 min – 1 sesión)

**Objetivo:** analizar los pasos para la resolución de una resta de fracciones.

**Duración:** 45 minutos

**Recursos:** kit fraccionario circular, ficha de trabajo (anexo 22)

**Destrezas que se desarrollarán:**

- M.3.1.39. Calcular sumas y restas con fracciones obteniendo el denominador común.

**Indicadores de evaluación:**

- I.M.3.5.1. Aplica las propiedades de las operaciones (adición y multiplicación), estrategias de cálculo mental, algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación

y división de números naturales, decimales y fraccionarios, y la tecnología, para resolver ejercicios y problemas con operaciones combinadas. (I.1.)

**Instrumentos de evaluación:** ficha de trabajo y lista de cotejo (ver anexo 9).

### **Desarrollo de la clase:**

Esta clase se trabajó de forma grupal, para la formación de grupos se empleó la técnica de agrupación (sociograma). La clase fue dividida en tres momentos. En primer lugar, se explicó el material a ser empleado (kit fraccionario circular). Una vez explicado el uso que se va a dar a dicho material, se procedió a la entrega de un “kit” por grupo. Seguidamente, se realizó una introducción sobre el contenido de resta de fracciones empleando el material concreto. A continuación, se ejemplificaron 6 ejercicios en la pizarra, de manera que cada grupo vaya siguiendo las orientaciones y el proceso empleando en la resolución de los ejercicios. Luego de ello, se dio apertura a preguntas de los estudiantes sobre dudas o inquietudes del tema.

En segundo lugar, se pidió a todos los estudiantes que realicen dos ejercicios propuestos en la pizarra. Para lo cual los estudiantes tenían 10 minutos para resolverlo, en ese momento, el docente se volvió guía de cada grupo, pues se encargó de pasar por cada uno de ellos observando si logran o no logran realizar la actividad (si la actividad requiere de una retroalimentación el docente debe realizar dos o tres ejercicios más). Finalmente, se entregó una ficha de trabajo a cada estudiante. Aunque la actividad es grupal, la ficha fue trabajada de forma individual. La ficha entregada a cada estudiante constaba de tres fases: fase concreta, pictórica y abstracta, la ficha se resolvió empleando el material facilitado.

Esta clase fue evaluada mediante una lista de cotejo, la cual permitió evidenciar la actitud de los estudiantes hacia la matemática, el comportamiento que tienen, que competencias han logrado desarrollar y las interrelaciones personales.

- **Octava sesión de clase**

**Tema:** resolución de problemas con restas de fracciones.

**Objetivo:** Resolver problemas con números fraccionarios mediante el método Singapur. Y, desarrollar las habilidades del pensamiento como el análisis, el razonamiento y la abstracción

**Duración:** 45 minutos

**Recursos:** Kit fraccionario, guía didáctica (anexo 23)

**Destrezas que se desarrollarán:**

- M.3.1.42. Resolver problemas de sumas y restas con fracciones, e interpretar la solución dentro del contexto del problema.

**Indicadores de evaluación:**

- I.M.3.5.2. Formula y resuelve problemas contextualizados; decide los procedimientos y las operaciones con números naturales, decimales y fraccionarios a utilizar; y emplea propiedades de las operaciones (adición y multiplicación), las reglas de redondeo y la tecnología en la interpretación y verificación de los resultados obtenidos. (I.2., I.3.)

**Instrumentos de evaluación:** guía didáctica y lista de cotejo (ver anexo 10)

**Desarrollo de la actividad:**

Esta clase fue dividida en dos momentos y trabajada de forma grupal (la agrupación puede establecerse de acuerdo a las necesidades de grupo o empleando dinámicas grupales). En un primer momento se realizó una conversación heurística<sup>5</sup> con los estudiantes sobre ¿cuáles son los pasos para resolver un problema? ¿cómo reconocemos si el problema planteado es una resta? Luego de ello, se entregó a cada grupo un “kit fraccionario circular” y, además, se les pidió recordar y resolver un ejercicio haciendo uso del material. De manera, que los estudiantes recuerden como emplearlo y puedan desarrollar la actividad. A continuación, se procedió a entregar a cada estudiante una guía didáctica, así mismo, cada estudiante la realizó. Posteriormente, se explicó lo que la guía contiene, cual es el objetivo y como deben trabajarla.

La guía didáctica consta de 8 pasos establecidos por el método Singapur, cada uno de ellos promueve la capacidad de razonamiento de los estudiantes. La guía fue resuelta con el “kit fraccionario en un tiempo de 20 minutos. Finalmente, se realizó un conversatorio con las

---

<sup>5</sup> Conversación heurística: es un diálogo establecido por docente hacia los estudiantes. Está dirigido mediante preguntas que van orientando el proceso de razonamiento de los mismos y con ello, puedan generar soluciones y conclusiones.

siguientes preguntas: ¿cómo identificaron la operación del problema? ¿fue sencillo resolver el problema con los 8 pasos? ¿fue fácil obtener la respuesta de la operación empleando el material?

- **Novena sesión de clase**

**Tema:** multiplicación de fracciones

**Objetivo:** analizar los pasos para la resolución de una multiplicación de fracciones.

**Duración:** 45 minutos

**Recursos:** hojas de papel A4, marcadores y ficha de trabajo (anexo 24)

**Destrezas que se desarrollarán:**

- M.3.1.40. Realizar multiplicaciones y divisiones entre fracciones, empleando como estrategia la simplificación.

**Indicadores de evaluación:**

- I.M.3.5.1. Aplica las propiedades de las operaciones (adición y multiplicación), estrategias de cálculo mental, algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales, decimales y fraccionarios, y la tecnología, para resolver ejercicios y problemas con operaciones combinadas. (I.1.)

**Instrumentos de evaluación:** ficha de trabajo

**Desarrollo de la actividad:**

Esta actividad se trabajó en parejas e inició con una actividad neurolingüística. Las parejas se establecieron con base a la técnica sociograma (se puede elegir una dinámica acorde al grupo de estudiantes). Luego, se presentó el tema de clase y se dio una explicación sobre los pasos para multiplicar fracciones. Para la explicación se establecieron las siguientes preguntas ¿cuál es la regla para multiplicar? ¿en la multiplicación se puede simplificar? Los estudiantes participaron respondiendo las preguntas. Seguidamente, se dio a conocer a los estudiantes el material concreto a ser utilizado (una hoja de papel A4 y marcadores) y como con este se puede resolver una multiplicación.

Posteriormente, se explicó a los estudiantes con material adaptable a la pizarra y visible para toda el aula. Por ejemplo, se les dio a conocer los siguientes pasos: para multiplicar  $\frac{3}{4} *$

$\frac{3}{5}$  el material funciona de esta manera. 1) para obtener los  $\frac{3}{4}$  en la hoja A4, se debe doblar en 4 pedazos la hoja en forma horizontal y con el marcador pintar tres partes 2) para obtener  $\frac{3}{5}$  se toma la misma hoja y de forma vertical se dobla en 5 pedazos y con el marcador pintar tres partes. Con los pasos mencionados anteriormente, se obtuvo como base varios cuadrados, la suma de los cuadrados que estén pintados con los dos colores será el numerador de la fracción y la suma de todos los cuadrados pintados o no pintados será el denominador.

A continuación, se realizó otro ejemplo en el cual todos los estudiantes participaron, esto con el objetivo que logren captar como emplear el material concreto de forma correcta. Para este ejercicio se entregó a cada pareja de estudiantes una hoja de papel A4 y marcadores para que los estudiantes vayan resolviendo el ejercicio a la par. Finalmente, se entregó una ficha de trabajo la cual constaba de tres fases: fase concreta, fase pictórica y fase abstracta. Los estudiantes resolvieron la ficha de trabajo empleando el material concreto.

NOTA: al final de la clase es importante se realizó un conversatorio con los estudiantes sobre aspectos importantes de la actividad ¿fue sencilla esta actividad? ¿existió complicaciones para realizar el ejercicio?

- **Décima sesión de clase**

**Tema:** multiplicación de fracciones

**Objetivo:** analizar los pasos para la resolución de una multiplicación de fracciones.

**Duración:** 45 minutos

**Recursos:** hojas de papel A4, marcadores y hojas de ejercicios

**Destrezas que se desarrollarán:**

- M.3.1.40. Realizar multiplicaciones y divisiones entre fracciones, empleando como estrategia la simplificación.

**Indicadores de evaluación:**

- I.M.3.5.1. Aplica las propiedades de las operaciones (adición y multiplicación), estrategias de cálculo mental, algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales, decimales y fraccionarios, y la tecnología, para resolver ejercicios y problemas con operaciones combinadas. (I.1.)

**Instrumentos de evaluación:** hoja de trabajo y lista de cotejo (ver anexo 9)

**Desarrollo de la actividad:**

NOTA: Esta actividad se desarrolló con el mismo contenido de la sesión anterior, puesto que fue necesario que sea trabajada de forma individual y, además, se consideró que únicamente doblar las hojas causó confusión en los estudiantes.

La clase inició con una actividad neurolingüística o dinámica de apertura. En primer lugar, se realizó un recordatorio de cómo multiplicar fracciones. Y, seguidamente se explicó a los estudiantes que se les entregará una hoja de papel A4, pero ahora en vez de doblar tendrá que dividir con marcador negro las dos fracciones sin doblar el papel. Luego, a cada estudiante se entregó una hoja de trabajo y tres hojas A4 para que realicen las multiplicaciones. Finalmente, se pidió que realicen dos ejercicios más y a partir de ello, se dio paso a preguntas por parte de los estudiantes.

- **Décimo primera sesión de clase**

**Tema:** resolución de problemas con multiplicación de fracciones

**Objetivo:** Resolver problemas con números fraccionarios mediante el método Singapur. Y, desarrollar las habilidades del pensamiento como el análisis, el razonamiento y la abstracción

**Duración:** 45 minutos

**Recursos:** hojas de papel A4, guía didáctica (anexo 25)

**Destrezas que se desarrollarán:**

- M.3.1.42. Resolver problemas de multiplicaciones y divisiones con fracciones, e interpretar la solución dentro del contexto del problema.

**Indicadores de evaluación:**

- I.M.3.5.2. Formula y resuelve problemas contextualizados; decide los procedimientos y las operaciones con números naturales, decimales y fraccionarios a utilizar; y emplea propiedades de las operaciones (adición y multiplicación), las reglas de redondeo y la tecnología en la interpretación y verificación de los resultados obtenidos. (I.2., I.3.)

**Instrumentos de evaluación:** guía didáctica

**Desarrollo de la actividad:**

Esta clase se trabajó de forma grupal. Se empleó la técnica de agrupamiento socio grama. La clase constó de tres momentos; en primer lugar, se realizó un conversatorio sobre ¿cuáles son los pasos para resolver una multiplicación? ¿qué debemos tomar en cuenta antes de resolver un problema? ¿es sencillo resolver un problema de multiplicación de fracciones? Todos los estudiantes participaron respondiendo a las preguntas. Seguidamente, se entregó a cada estudiante una guía, la misma constaba de 8 pasos planteados por el método Singapur y una hoja de papel A4. La ficha fue resuelta con el material concreto, esta parte de la clase fue desarrollada en un tiempo de 20 minutos.

Finalmente, se dio paso a una conversación heurística partiendo de las siguientes preguntas ¿el formato de la guía didáctica para la resolución del problema es sencillo? ¿se logró entender cómo se debe resolver un problema? ¿cómo podríamos identificar un problema de multiplicación?

- **Décimos segunda sesión de clase**

**Tema:** división de fracciones

**Objetivo:** analizar los pasos para resolver una división de fracciones

**Duración:** 45 minutos

**Recursos:** bingo fraccionario, fichas de colores, hoja de ejercicios

**Destrezas que se desarrollarán:**

- M.3.1.40. Realizar multiplicaciones y divisiones entre fracciones, empleando como estrategia la simplificación.

**Indicadores de evaluación:**

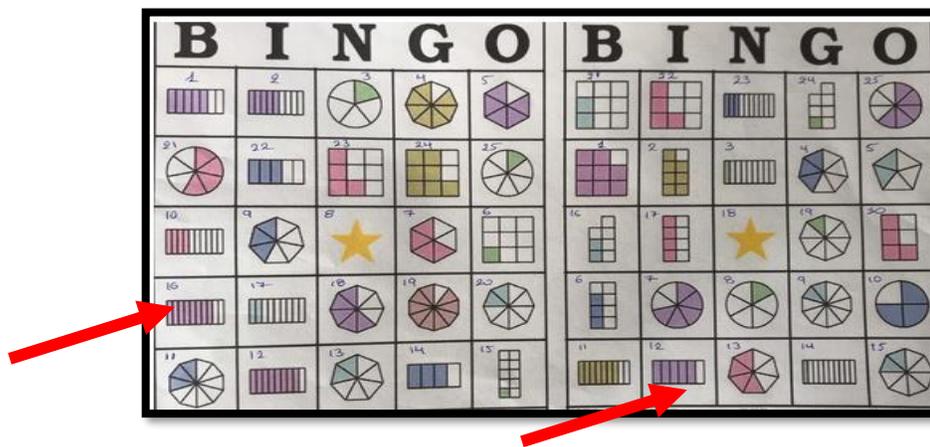
- I.M.3.5.1. Aplica las propiedades de las operaciones (adición y multiplicación), estrategias de cálculo mental, algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales, decimales y fraccionarios, y la tecnología, para resolver ejercicios y problemas con operaciones combinadas. (I.1.)

**Instrumentos de evaluación:** hoja de ejercicios

**Desarrollo de la actividad:**

Esta clase se trabajó en parejas. En un inicio se presentó los parámetros a desarrollarse durante toda la clase. La clase se dividió en tres momentos. En primer lugar, se inició la clase con una actividad neurolingüística “hacer un círculo con una mano en la cabeza y con la otra dar palmadas en la pierna”, con esta actividad se logró que los estudiantes tengan mayor concentración. Seguidamente, se realizó una breve introducción teórica sobre los métodos establecidos para resolver una división de fracciones. Y, luego, se entregó a cada estudiante una tarjeta con el método cruz de la división como un apoyo para la actividad realizada.

A continuación, se explicó que la actividad a realizarse será el bingo de fracciones<sup>6</sup>. Para esta actividad se entregó a cada pareja dos tablas de bingo y fichas de colores, cada tabla con numeración diferente. Y, además, se tuvo una caja con las fichas de la cual, el primer número seleccionado fue colocado en una de las tablas de la pareja. Luego, el siguiente número se colocó en la tabla del otro compañero (los estudiantes fueron quienes participaron en la selección de los números de la caja) y así sucesivamente. De manera que se obtenían dos números diferentes, por ejemplo:



Ejemplo:

En este caso los números seleccionados fueron 10 para un estudiante y 12 para el otro estudiante. La pareja tenía que transformar el gráfico de las fracciones a números fraccionarios y resolver la división entre los dos, pero cada uno lo resolvió en su hoja de

<sup>6</sup> Bingo de fracciones: es una tabla compuesta por 25 casilleros enumerados, cada uno de ellos contiene un gráfico de una fracción.

trabajo. Finalmente, se realizó un conversatorio sobre aspectos relacionados a la dinámica de la actividad ¿qué les pareció resolver una división de fracciones con este material? ¿qué fue lo más significativo en esta actividad?

- **Décimo tercera sesión de clase**

**Tema:** problemas de suma, resta, multiplicación y división de números fraccionarios

**Objetivo:** resolver problemas con números fraccionarios. Y, desarrollar las habilidades del pensamiento como el análisis, el razonamiento y la abstracción.

**Duración:** 45 minutos

**Recursos:** sobres y problemas (anexo 26).

**Destrezas que se desarrollarán:**

- M.3.1.42. Resolver problemas de multiplicaciones y divisiones con fracciones, e interpretar la solución dentro del contexto del problema.
- M.3.1.42. Resolver problemas de sumas y restas con fracciones, e interpretar la solución dentro del contexto del problema.

**Indicadores de evaluación:**

- I.M.3.5.2. Formula y resuelve problemas contextualizados; decide los procedimientos y las operaciones con números naturales, decimales y fraccionarios a utilizar; y emplea propiedades de las operaciones (adición y multiplicación), las reglas de redondeo y la tecnología en la interpretación y verificación de los resultados obtenidos. (I.2., I.3.)

**Instrumentos de evaluación:** lista de cotejo (ver anexo 27), exposición

**Desarrollo de la actividad:**

La siguiente actividad se desarrolló en tres momentos y fue trabajada de forma grupal. Para la agrupación se empleó la técnica del socio grama. En un primer momento se realizó un conversatorio con los estudiantes sobre conocimientos previos, a través de las siguientes preguntas: ¿qué procesos se realizaba para resolver los problemas de suma y resta de fracciones? ¿qué proceso se cumple en la división de fracciones? ¿qué proceso se realiza en

la división de fracciones? ¿cuáles son los pasos para la resolución de problemas? ¿cuál es la clave para comprender el problema? Estas preguntas permitían al estudiante recordar el proceso para la resolución de problemas con números fraccionarios.

A continuación, se presentó a todos los estudiantes diversos problemas, los mismos se encontraban colocados dentro de sobres. Y se les indicó que una vez que un representante haya elegido un sobre, tendrá que ir a su grupo, abrirlo, leerlo y comprender para que puedan resolver. En ese momento, cada representante del grupo se acercaba a seleccionar un sobre e iba a su grupo para abrirlo y proceder con el desarrollo del problema. El docente pasaba por cada grupo, observando los pasos que aplican para comprender, entender y resolver el problema. Para esta actividad los estudiantes tuvieron un tiempo de 20 minutos.

Finalmente, se realizó una exposición, cada grupo pasó a la pizarra a explicar el procedimiento que realizaron para resolver el problema. Como cada grupo tuvo un problema referente a la suma, resta, multiplicación y división, fue necesaria la participación de todos los grupos. La presente actividad fue evaluada a través de una lista de cotejo. Por otro lado, se fue dando una retroalimentación sobre aspectos necesarios para todos los estudiantes. Además, esta actividad se prestó para que los estudiantes que no eran parte del grupo realicen preguntas referentes al contenido abordado.

- **Décimo cuarta sesión de clase: actividad de cierre**

*Juego y aprendo fracciones*

**Objetivo:** reforzar los conocimientos adquiridos durante el empleo de la estrategia didáctica.

Para la sesión de cierre se estableció 4 actividades lúdicas diseñadas para el contenido de fracciones, respecto a problemas y ejercicios con todas las operaciones básicas. Las siguientes actividades se desarrollaron para el refuerzo de contenido de fracciones en el 7mo año de EGB.

Para la actividad fue necesario que los estudiantes del aula se dividan en dos equipos. Cada equipo tenía estudiantes delegados para cada juego y disponían de un tiempo de 10 minutos. Las actividades se detallan más adelante.

**Tiempo de la actividad de cierre:** 1 hora 35 minutos

**Reglas del juego:**

- Los estudiantes que no pertenezcan al juego delegado no pueden hacer trampa (dictar o ayudar) caso contrario se quitará puntos a su equipo.
- El equipo con más puntos será el ganador.
- En caso de empate, el equipo ganador será el que en menos tiempo realizó los juegos.

**1. Charadas fraccionarias****Tiempo:** 10 minutos**Recursos:** 10 tarjetas (anexo 28)**Participantes:** 4 personas

**Descripción:** para este juego se contó con la participación de 4 estudiantes, de los cuales uno inició la partida colocándose una tarjeta en la frente (esta persona desconoce lo que está en la tarjeta). De modo que, los demás compañeros tenían que lograr que su compañero adivine lo que está colocado en la tarjeta. Los compañeros utilizaron palabras, gestos y características hasta lograr que su compañero adivine. Cuando el compañero adivinó, seguidamente el siguiente integrante procede a realizar la misma acción y así todo el equipo.

**Nota:** En caso de que el integrante del equipo no logre adivinar en un tiempo de 10 segundos tendrá que pasar al siguiente.

**2. Cartel de fracciones****Tiempo:** 10 minutos**Recursos:** cartel (anexo 29), 6 sobres de colores, hojas de papel**Participantes:** 4 personas

**Descripción:** esta actividad consistió en presentar a los estudiantes un cartel que contiene 6 sobres de colores enumerados del 1 al 6. Cada uno de ellos, tenía ejercicios, problemas y preguntas referentes al contenido de fracciones. Además, se les indicó que ellos deben sacar un papel para saber que sobre les toca seleccionar. Para esta actividad fue necesario que los estudiantes se formen uno detrás de otro para que puedan dirigirse de forma ordenada hacia donde se encuentra el cartel. Luego, que ya disponían del sobre debían llevar a su grupo a

socializar entre todos, de manera, que se ayuden para que logren resolverlo. Si se trataba de un problema o ejercicios tenían que realizar la operación en las hojas facilitadas.

### **3. Bolos fraccionarios**

**Tiempo:** 10 minutos

**Recursos:** botellas (anexo 30), pelota y problemas

**Participantes:** 5 personas

**Descripción:** esta actividad consistió en colocar en una fila 5 botellas, las cuales estaban etiquetadas por problemas de fracciones con operaciones básicas. La acción del primer integrante era lanzar la pelota hasta tumbar la botella. Si lograba tumbarla, tenía que tomar la botella y llevarla a su equipo para entre todos analizar, comprender y resolver el problema que se encuentra en ella. Luego, los demás integrantes iban realizando lo que su primer compañero hizo. Para constatar su participación tenían que resolver en la hoja facilitada todos los problemas y ejercicios.

### **4. Revienta el globo.**

**Tiempo:** 10 minutos

**Recursos:** globos, alfileres, 4 sobres cada (2 con un problema y 2 con un ejercicio) (anexo 31), hojas de papel

**Participantes:** 4 estudiantes

**Descripción:** para esta actividad se colocó 4 globos hinchados al costado de cuatro sobres. De manera que, el primer integrante del equipo tenía que elegir un sobre, correr a su equipo y resolver lo que se pide. Una vez terminado el ejercicio el integrante revienta el globo con un alfiler para que sus demás integrantes puedan continuar. Esto lo hacían hasta terminar de resolver todos los ejercicios y problemas que tengan en los sobres. Asimismo, en esta actividad los estudiantes tenían que desarrollar los ejercicios y problemas en las hojas entregadas.

**NOTA:** se entregó al equipo ganador un certificado de constancia por haber sido ganadores del concurso “juego y aprendo”. Además, como estímulo para todos los participantes se entregaron diplomas de agradecimiento por su participación.

### **2.3.Ejecución**

Para la aplicación de la estrategia didáctica se tuvo en cuenta la planificación descrita anteriormente. En cada sesión se presentó un objetivo de clase y la destreza con criterio de desempeño que se pretendía desarrollar. La duración de algunas sesiones de clase fue de 45 minutos y otras de 90 minutos, durante un periodo de dos meses. La estrategia se aplicó en las horas de la asignatura de matemática específicamente los días lunes y martes. Las actividades planteadas se basaron en el contenido de fracciones con los temas: resolución de ejercicios y problemas de suma, resta, multiplicación y división de números fraccionarios. Cada actividad implementada tuvo como dinámica de trabajo central el trabajo en equipo.

La aplicación de la estrategia didáctica se desarrolló tomando en cuenta las necesidades diagnosticadas en los estudiantes de 7mo año de EGB. Por ello, se implementaron varias actividades buscando captar la atención, promover la motivación y generar aprendizajes. Para su consecución se aplicaron actividades basadas en la manipulación de material concreto, representación gráfica de algunos conceptos matemáticos, y aplicación de algoritmos de resolución. La estrategia didáctica tomó como metodología de enseñanza fundamental al método Singapur; mediante tal metodología el docente buscaba desarrollar competencias en los estudiantes para la resolución de problemas. Algunas de las competencias matemáticas que se esperaba desarrollar fueron: pensamiento matemático, capacidad para resolver problemas, razonamiento matemático, representación de entidades matemáticas y, empleo de diversos recursos.

### **2.4. Técnicas e instrumentos para la valoración de la efectividad de la estrategia didáctica**

Al finalizar la implementación de esta estrategia didáctica, se emplearon las siguientes técnicas e instrumentos para su valoración:

**Técnica:** Observación participante

- **Listas de cotejo:** para dar seguimiento al desarrollo de habilidades sociales y comunicativas, así como, monitorear su desempeño respecto al contenido de Matemática.
- **Fichas reflexivas:** para conocer aquellos aspectos que, desde el punto de vista de los estudiantes, eran positivos o negativos en las actividades de clase. Es decir, identificar las fortalezas y debilidades de la estrategia didáctica diseñada.

**Técnica:** entrevista

- **Grupos de discusión:** para identificar la opinión que tienen los estudiantes sobre la efectividad de las actividades empleadas durante las clases de Matemáticas. Además, para reconocer aquellos aspectos que pueden ser mejorados y enriquecidos con ideas de los mismos estudiantes.

**Técnica:** pruebas pedagógicas

- **Pre test y Post test:** para verificar que los estudiantes hayan comprendido cómo resolver problemas e interiorizado los procedimientos que se requiere para resolver ejercicios con fracciones.
- **Fichas de trabajo:** para constatar la participación y conocimientos adquiridos respecto al contenido de fracciones para su aplicación en la resolución de ejercicios (para el diseño de este instrumento se tomó imágenes de libre acceso de la web).
- **Guías didácticas:** para constatar la participación y conocimientos adquiridos respecto al contenido de fracciones para la aplicación de procesos de solución en problemas matemáticos (para el diseño de este instrumento se tomó imágenes de libre acceso de la web).

**Técnica:** psicológica

- **Test de actitudes:** para conocer el interés y afectividad que los estudiantes sienten hacia la asignatura de Matemática, así como, qué importancia tiene la Matemática en su desempeño académico, laboral y social.

Se espera que, mediante la implementación de la estrategia didáctica, los estudiantes hayan logrado desarrollar algunas de las competencias fundamentales para su



desenvolvimiento en la sociedad; siendo capaces de resolver problemas que se presenten en la vida cotidiana.

## CAPÍTULO 5

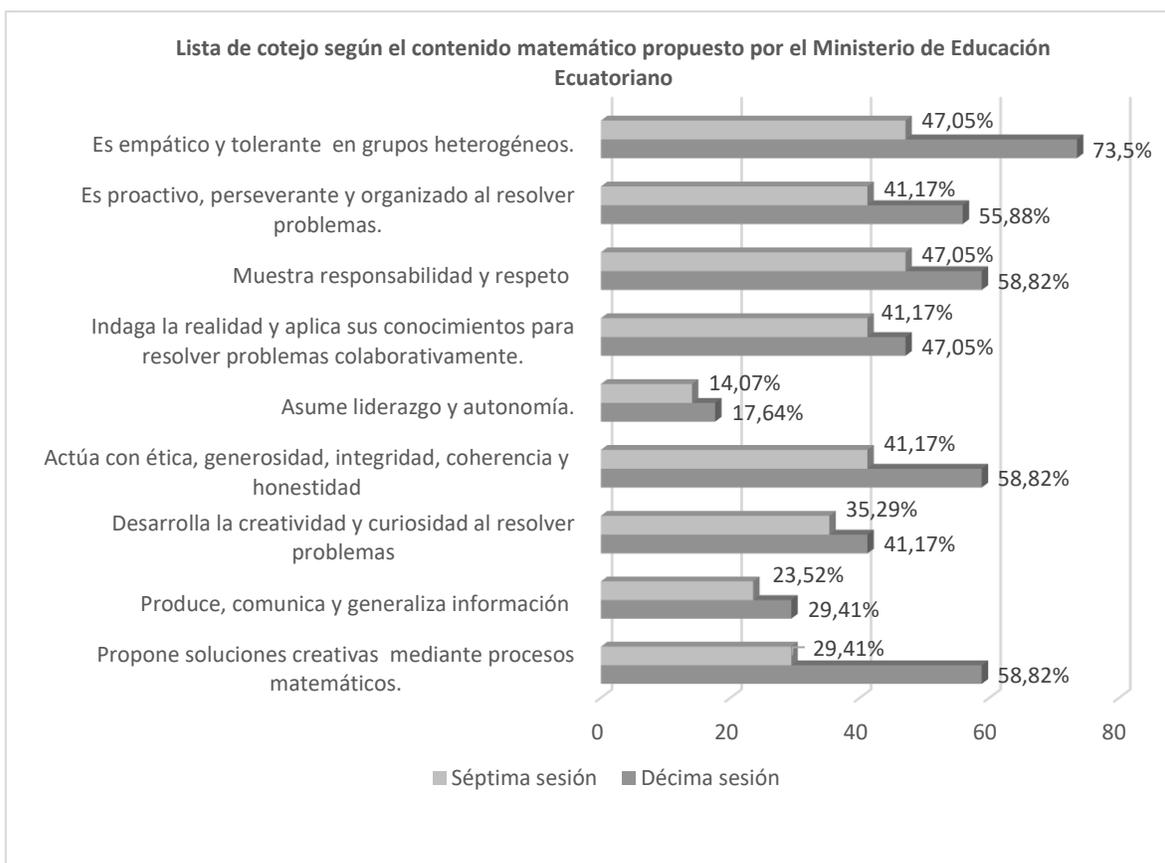
### RESULTADOS

#### Valoración de los resultados de la aplicación de la estrategia didáctica

Corresponde en este apartado la valoración de los resultados de la aplicación de la estrategia didáctica a partir de la utilización de los instrumentos que fueron descritos en el capítulo anterior.

- **Lista de cotejo #1:**

La presente lista de cotejo se aplicó en la séptima y décima sesión durante la implementación de la estrategia. La misma dio como resultado que en la mayoría de criterios los estudiantes tuvieron una mejora significativa, pero cabe señalar que aún existen estudiantes que presentan falencias en algunos conceptos matemáticos respecto a fracciones. Por otro lado, a tres estudiantes les cuesta interactuar y trabajar con sus compañeros en el trabajo grupal en cuanto a la resolución de problemas matemáticos con fracciones.



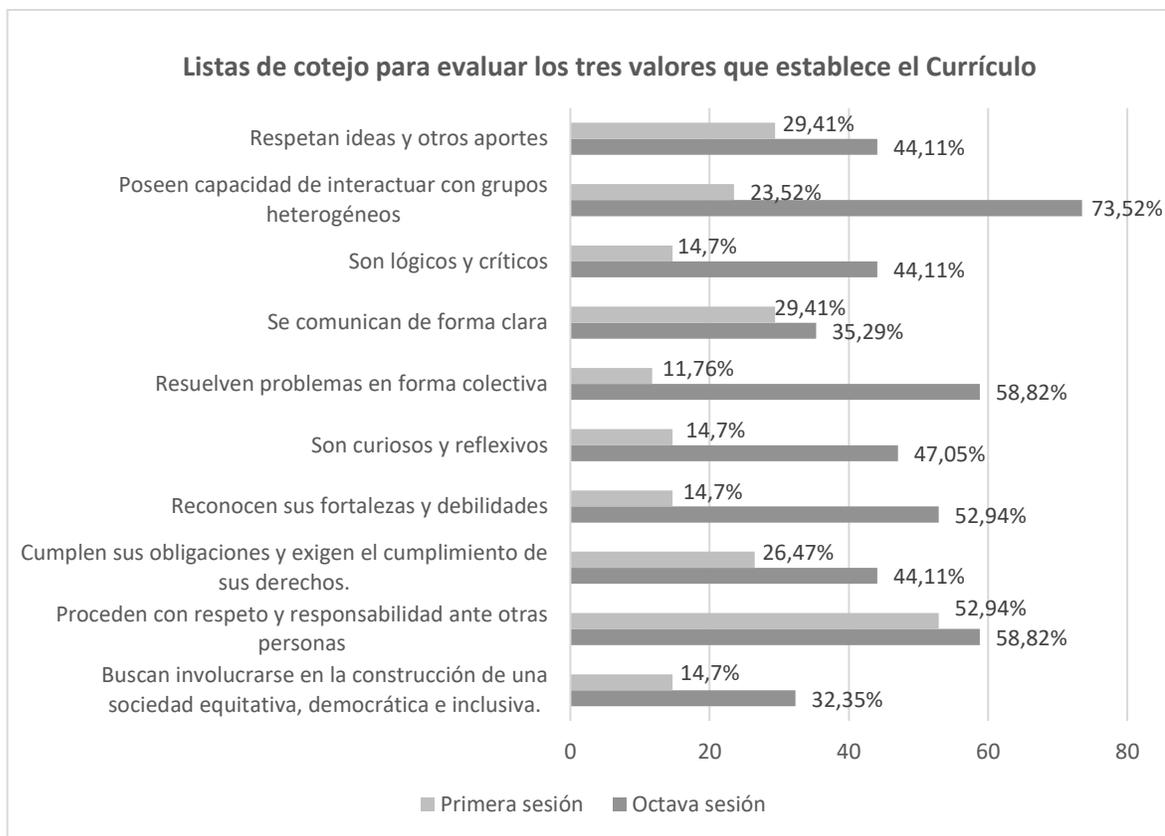
*Figura 2: Porcentaje de estudiantes que lograron cumplir con los criterios*

Como se puede observar en el gráfico al inicio los estudiantes mostraban actitudes negativas hacia los compañeros que no podían realizar las actividades indicadas. Pero, a medida que se fue aplicando la estrategia los estudiantes empezaron a ser más tolerantes, respetuosos e incluso empezaron a asumir roles para que su equipo fuera el mejor. En particular, los estudiantes que no participaban en las actividades y se distraían fácilmente empezaron a asumir responsabilidades dentro del grupo y ayudaban en lo que podían a sus demás compañeros. Por otro lado, con el empleo del material concreto los estudiantes desarrollaron su creatividad y en algunas de las veces eran ellos quienes planteaban soluciones a los problemas matemáticos haciendo uso de dicho material.

- **Lista de cotejo #2:**

La implementación de la lista de cotejo en la primera y sexta sesión, permitió obtener información relevante sobre los cambios generados. De acuerdo a los resultados obtenidos, se puede decir que al inicio los estudiantes no respetaban las ideas de los compañeros, mucho menos lograban encajar con sus pares en actividades grupales. Además, al momento de realizar las actividades propuestas la mayoría de los estudiantes no reflexionaban y no presentaban interés por lo que les rodea. Así como también, no cumplían con sus obligaciones sino más bien se distraían y no prestaban atención a las clases. Ver figura 3.

En la octava sesión los estudiantes en su mayoría ya no mostraban rechazo a los grupos asignados sino más bien trataban cumplir con las actividades en equipo. Respetaban las ideas de los compañeros y en algunos momentos pedían ayuda o la prestaban. Además, cuando trabajaban empezaban a razonar y a comprender lo que hacían y ya no lo hacían mecánicamente. Por otro lado, dos estudiantes que en la mayoría de las clases no prestaban atención, ya empezaron a atender las clases y desarrollar las actividades. Con todo ello, las actividades y dinámicas de grupo aplicadas durante el desarrollo de la estrategia han logrado cambios significativos en los valores y actitudes de los estudiantes. Ver figura 3.



*Figura 3: Porcentaje de estudiantes que lograron cumplir con los criterios*

- **Lista de cotejo #3**

Por otro lado, la lista de cotejo se empleó durante la sesión referente a problemas de división de fracciones. Los indicadores evaluados son:

- Participan activamente durante la actividad
- El grupo asume roles para lograr un buen trabajo
- Logran comprender el problema
- Siguen los pasos adecuados para resolver el problema
- Siguen los pasos adecuados para resolver los ejercicios
- Usan un lenguaje adecuado al momento de explicar su trabajo a todos los compañeros
- Respetan las ideas de los integrantes del grupo.

Los resultados obtenidos demostraron que 25 estudiantes participan activamente durante la actividad, estos estudiantes aportaban con ideas y ayudaban a sus compañeros en lo que no entendían. En el segundo criterio 29 estudiantes asumieron roles para lograr un buen trabajo, en cada grupo se encontró estudiantes líderes y secretarios. En el tercer y cuarto

criterio 28 estudiantes logran comprender el problema ya que siguieron los pasos necesarios para entender y resolver. En el quinto, 34 estudiantes cumplen los algoritmos correctos para la solución de los ejercicios. Y, en el sexto y séptimo criterio se identificó que todos los estudiantes utilizan un lenguaje adecuado al dirigirse a sus compañeros y respetan las opiniones de los demás.

*Tabla 1: Cantidad de estudiantes que lograron cumplir con los criterios*

DIVISIÓN		
Indicador	SI	NO
Participan activamente durante la actividad	25	9
El grupo asume roles para lograr un buen trabajo	29	5
Logran comprender el problema	28	6
Siguen los pasos adecuados para resolver el problema	28	6
Siguen los pasos adecuados para resolver los ejercicios	30	4
Usan un lenguaje adecuado al momento de explicar su trabajo a todos los compañeros	34	0
Respetan las ideas de los integrantes del grupo	34	0

- **Fichas reflexivas**

Las fichas reflexivas aplicadas durante la estrategia didáctica permitieron obtener los siguientes resultados: la mayoría de los estudiantes concuerdan que el uso de material concreto en las actividades matemáticas es importante. Puesto que las hacen más divertidas y fomentan la curiosidad y reflexión para la búsqueda de diversas formas al momento de resolver problemas matemáticos. Además, 20 niños coinciden con el siguiente enunciado “me gusta usar materiales para aprender matemática, ahí si me gusta la matemática, porque se hace divertida”. Es evidente, que el empleo de material concreto posibilita de manera fácil a la adquisición de conceptos habilidades, actitudes o destrezas.

Respecto al trabajo en grupo, los estudiantes en su mayoría coincidieron con los siguientes pensamientos: “trabajar en grupo permite que nos ayudemos y que también expliquemos lo que no entendemos”, “me gusta trabajar en grupo”. Por otro lado, seis estudiantes

mencionaban “no me gusta trabajar en equipo, porque no todos participan”, “no es de mi agrado trabajar con algunos compañeros”, “me gusta trabajar en grupo y ayudar”, “no me gusta trabajar en grupo, me gusta trabajar sola”, “mi compañera no hace nada”, “yo hago todo y los demás no lo hacen”. Estas frases dieron como resultado que no todos los niños estaban a gusto trabajando en grupo. Sin embargo, los demás estudiantes estaban gustosos por trabajar en grupo.

En cuanto a las actividades planteadas en la estrategia didáctica, los estudiantes mencionaron que: “las actividades son llamativas e interesante”, “aprender el m.c.m con fichas me pareció muy divertido”, “aprender fracciones con material despertó mi interés por aprender”, “me gusta las matemáticas cuando aprendemos así”, “interesante las clases quiero aprender más sobre esta clase”, “me gusto aprender jugando”. Por otro lado, un estudiante manifestó “me gustan las clases y los juegos, pero es más rápido resolver de la forma normal”. Con ello se concluye que cada niño tiene una concepción diferente a la hora de aprender, pero es necesario incluir actividades que logren la atención y el interés de todos los estudiantes. Así como también, emplear el uso de material concreto en temas que lo requieran.

- **Entrevistas**

Las entrevistas fueron realizadas a los 34 estudiantes para conocer su opinión respecto a las actividades diseñadas en la estrategia didáctica. Se encontró que los temas que más les gustó aprender con el Método Singapur, especialmente con el empleo de material concreto, fue la suma, resta, multiplicación de fracciones y el m.c.m. El 94% (32) de los estudiantes mencionaron que fue más fácil comprender el tema de clase mediante el material, pero el 6% (2) de los estudiantes dijeron que el aprendizaje es más lento con el material. Los estudiantes que se encuentran en ese 6% son estudiantes que tienen un alto rendimiento académico. Por otro lado, se consultó sobre el trabajo en equipo. El 85% (29) de los estudiantes mencionó que el trabajo en equipo es positivo para el aprendizaje porque si algo no se entiende todos tienen la posibilidad de ayudar. Sin embargo, el 15% (5) de los estudiantes dijeron que el trabajo en equipo, aunque puede ayudar, no siempre es bueno porque pueden surgir conflictos por las diferencias de opiniones.

En la entrevista también se les preguntó a los estudiantes sobre las guías didácticas empleadas. El 94% (32) de los estudiantes indicaron que el uso de las guías les ayudó a comprender mejor el problema, por lo que las usarían en próximas ocasiones. Por otro lado, el 6% (2) de los estudiantes mencionó que no les gustaría emplear la guía porque les toma más tiempo resolver los problemas. Por último, la mayoría de los estudiantes dijeron que las clases de la estrategia didáctica les parecieron divertidas e interesantes. Y, algunos estudiantes indicaron que tales clases se pueden mejorar implementando dinámicas y videos. Como se puede notar, algunos estudiantes percibieron a las clases como actividades divertidas para aprender.

- **Grupos de discusión**

Este instrumento se empleó durante la actividad de cierre de la estrategia didáctica. Mediante un conversatorio en el que todos participaban, se prestó atención a nueve estudiantes clave para identificar aquellos aspectos relevantes para la investigación. Esta estrategia fue aplicada a partir de una guía de preguntas como:

1. ¿El empleo de material concreto o recursos didácticos, les motivó a aprender el tema de fracciones? ¿Por qué?
2. ¿El trabajo en equipo resulta beneficioso para el aprendizaje? ¿Por qué?
3. ¿Las actividades desarrolladas han sido interesantes o provocaron aburrimiento? ¿Por qué?
4. ¿El agruparse con compañeros que no tenían una buena relación de amistad, les ha ayudado a mejorar esa relación? ¿Por qué?

En cuanto a la pregunta 1 algunos estudiantes dijeron:

- ✓ Estudiante A: Los materiales que usaron nos ayudaron a aprender de una forma más creativa, fácil y divertida.
- ✓ Estudiante B: me gustaron los materiales, pero para mí fue más fácil aplicar directamente los procedimientos que ya sabía.

Con ello se puede decir que el empleo de diversos materiales, como material concreto, promueve aprendizajes y llama la atención de los estudiantes que tienen dificultades en su aprendizaje. La implementación de los recursos resulta ser divertido, por lo general, para los

estudiantes que no aprenden escuchando o viendo sino manipulando. Por otro lado, cuando un estudiante ya ha mecanizado los procedimientos necesarios del contenido, ya no requiere tales recursos.

Respecto a la pregunta 2, los estudiantes mencionaron lo siguiente:

- ✓ Estudiante C: es bueno trabajar en equipo porque todos podemos colaborar y nos podemos ayudar. Todos aportamos para realizar tareas diferentes.
- ✓ Estudiante D: podemos aprender mejor porque nos podemos ayudar en lo que no podemos hacer solos. Pero es importante que expliquemos lo que nuestros compañeros no entienden
- ✓ Estudiante E: trabajar en grupo no es bueno porque todos tenemos diferentes ideas y puede haber conflictos.

Como se puede ver, la mayor cantidad de estudiantes menciona que el trabajo en equipo es beneficioso para el aprendizaje. Resaltan la importancia de aportar con sus ideas al grupo y explicar el contenido a los que no lo comprenden bien. Por otro lado, aunque es en minoría, hay estudiantes que prefieren trabajar solos porque desean trabajar de acuerdo a sus ideas y no de los demás. Ello fue lo que se pudo reconocer a partir de los comentarios de los estudiantes, pero cabe señalar que durante toda la implementación del proyecto se obtenían mejores resultados cuando se trabajaba en equipo.

En la pregunta 3 los estudiantes mencionaron que:

- ✓ Estudiante F: todas las clases fueron interesantes y educativas. No me aburrí porque hacíamos juegos y nos ayudábamos.
- ✓ Estudiante G: con estas clases entendíamos mejor porque nos hacían hacer actividades en grupo, divertidas y podíamos aprender entre todos.

Sobre la base de estos comentarios se puede decir que las actividades creadas a partir del Método Singapur captaron la atención de la mayor parte de los estudiantes y permitieron generar ciertos aprendizajes.

Sobre la pregunta 4, se obtuvo la siguiente información:

- ✓ Estudiante H: se ha mejorado las relaciones entre los compañeros porque nos unimos todos para resolver los ejercicios.
- ✓ Estudiante I: al agruparnos algunos se iban del grupo y no querían colaborar.

Estos comentarios muestran que en algunos casos funcionó el agrupar a los estudiantes con compañeros que no sentían afinidad, pero en otros no. Es importante señalar que durante las primeras sesiones se observó que los estudiantes no deseaban agruparse con ciertos compañeros, pero en las últimas sesiones aceptaban gustosos el equipo en el que les tocó estar.

- **Pretest y Post test**

Con la aplicación del post se obtuvo que los estudiantes lograron adquirir ciertos aprendizajes. Por ejemplo, la mayoría de los estudiantes ahora sabe representar de forma gráfica las fracciones. Ahora 32 de los 34 estudiantes saben representar gráficamente las fracciones, mientras que antes de la implementación de la estrategia lo hacían solo 14 estudiantes. Por otro lado, se encontró que antes 5 de los 34 estudiantes reconocía la operación correcta con la que se debía resolver el problema, ahora lo hacen 13 niños. Por último, antes de la implementación de la estrategia 8 de los 34 estudiantes sabían resolver correctamente la operación seleccionada, ahora lo hacen 12 estudiantes.

- **Fichas de trabajo**

Los resultados obtenidos con el empleo de las fichas de trabajo son los siguientes: las dos primeras fichas de trabajo dieron como resultado un promedio bajo menor a 7, mientras que en las siguientes dos fichas los estudiantes mejoraron notablemente con promedios mayores a 7. Las fichas constaban de tres fases en las que se sustenta el método Singapur, respecto a las dos primeras fichas de trabajo: en la primera fase concreta, los estudiantes lograron obtener la máxima calificación, puesto que lograron cumplir lo que se pedía. En la fase pictórica, no todos los estudiantes representaban la fracción correcta mediante un dibujo, no diferenciaban cual era el numerador y denominador. Y en la fase de abstracción, la mayoría de estudiantes, no procedían a realizar la operación correcta; es decir, no seguían los pasos necesarios para llegar a la respuesta. Ver figura 7.

En las dos fichas siguientes: en la fase concreta todos los estudiantes lograron responder correctamente, además hacen uso correcto del material entregado. En la fase pictórica, casi todos los estudiantes lograron dibujar los datos del ejercicio de forma correcta, ya reconocían cual era el numerador y denominador. Es decir, ya entendían cuál era el todo de la fracción y que partes se tomaba de ese todo. Finalmente, en la fase abstracta, la mayoría de los estudiantes logran cumplir los pasos correctos para la resolución de ejercicios y otros estudiantes escriben la respuesta y no el proceso. Ver figura 4.

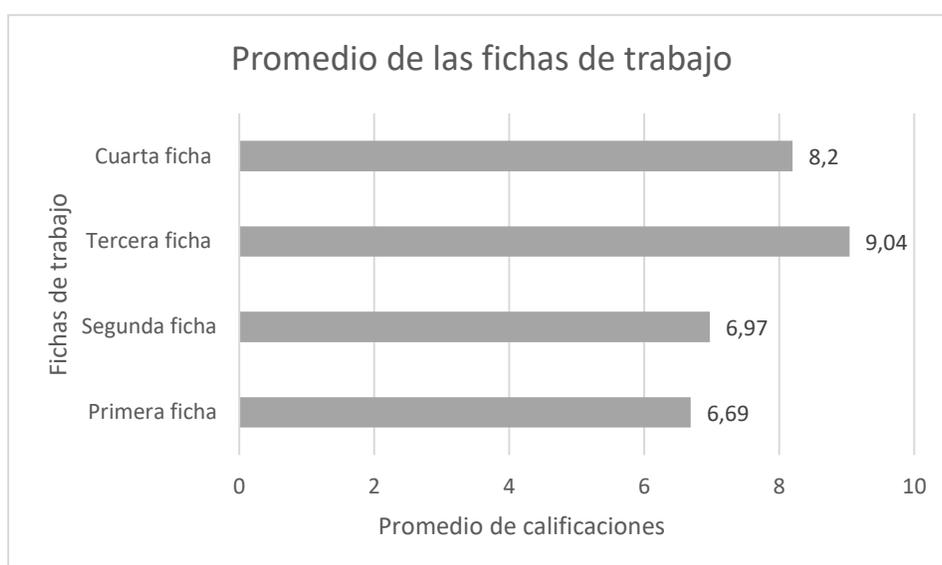


Figura 4: Promedio de las fichas de trabajo

En la siguiente tabla se puede verificar la cantidad de estudiantes que lograron cumplir con los indicadores respecto a las tres fases propuestas: fase concreta, fase pictórica y fase abstracta. En cuanto a la división se planteó la actividad de acuerdo a la fase pictórica y abstracta. Ver tabla 2.

Indicador	SUMA		RESTA		MULTIPLICACIÓN		DIVISIÓN	
Fase concreta	SI	30	SI	24	SI	34	SI no aplica	
	NO	4	NO	10	NO		NO no aplica	
Fase pictórica	SI	29	SI	11	SI	32	SI	34
	NO	5	NO	23	NO	2	NO	0

<b>Fase abstracta</b>	<b>SI</b>	11	<b>SI</b>	12	<b>SI</b>	26	<b>SI</b>	25
	<b>NO</b>	23	<b>NO</b>	22	<b>NO</b>	8	<b>NO</b>	9

Tabla 2: Cantidad de estudiantes que lograron cumplir con los criterios

- **Guías didácticas**

Las guías didácticas fueron elaboradas de acuerdo al formato establecido por el Método Singapur para la resolución de problemas. En estas guías se establecieron ocho fases para la resolución de problemas y fueron aplicadas durante tres sesiones: problemas de suma de fracciones, problemas de resta de fracciones y problemas de multiplicación de fracciones. En cada guía se prestó interés a todos los pasos que el estudiante debía seguir, pero especialmente a cuatro de ellos:

- Identificar la incógnita y los datos.
- Reconocer la operación que se debe emplear y el algoritmo de solución.
- Resolver correctamente la operación matemática.
- Representar gráficamente la información obtenida.

A partir del análisis de los aspectos mencionados, se pudo encontrar que:

En la clase sobre problemas de sumas de fracciones los estudiantes presentaron mayor dificultad en comprender el problema. Aunque todos identificaron los datos y la incógnita correctamente, no todos reconocieron la operación que debían aplicar para encontrar la respuesta correcta. Además, otro aspecto que llamó la atención es que no todos lograron resolver correctamente la operación planteada. Algunos estudiantes no emplearon el material concreto, por lo que, no recordaban cómo resolver el ejercicio. Sin embargo, un aspecto que la mayoría de los estudiantes alcanzó a desarrollar es la representación gráfica de las fracciones. Ver tabla 3.

Durante la clase sobre problemas con restas de fracciones, se identificó que los estudiantes siguen teniendo dificultad en los procesos algorítmicos. Sin embargo, la mayoría logra reconocer la operación correcta que se debe emplear para resolver el problema. Además, la mayoría sabe identificar los datos e incógnita del problema, de manera que, una gran parte de ellos pueden representar gráficamente la información. En esta sesión de clase no todos los

estudiantes estaban concentrados en la actividad y algunos estudiantes no emplearon el material concreto con el que se debía analizar el problema. Ver tabla 3.

Y, en la clase respecto a problemas con multiplicación de fracciones se identificó que la mayor dificultad fue resolver los ejercicios correctamente. Algunos estudiantes no sabían las tablas de multiplicar, lo que, dificultó la correcta resolución. Por otro lado, la representación gráfica de las fracciones es una fortaleza de los estudiantes. En esta clase la mayoría de los estudiantes emplearon el material concreto, por lo que, les resultó más fácil graficar lo que manipulaban. Otro aspecto que fue significativo es que los estudiantes pueden identificar los datos e incógnita del problema, saben analizarlo e identifican las operaciones necesarias para encontrar la respuesta que dé solución al problema. Ver tabla 3.

*Tabla 3: Cantidad de estudiantes que lograron el desarrollo de 4 indicadores.*

<b>Indicador</b>	<b>SUMA</b>		<b>RESTA</b>		<b>MULTIPLICACIÓN</b>	
Identifica los datos y la incógnita.	<b>SI</b>	34	<b>SI</b>	33	<b>SI</b>	32
	<b>NO</b>	0	<b>NO</b>	1	<b>NO</b>	2
Reconoce la operación que debe aplicar.	<b>SI</b>	28	<b>SI</b>	30	<b>SI</b>	32
	<b>NO</b>	6	<b>NO</b>	4	<b>NO</b>	2
Resuelve correctamente la operación seleccionada.	<b>SI</b>	20	<b>SI</b>	24	<b>SI</b>	28
	<b>NO</b>	14	<b>NO</b>	10	<b>NO</b>	6
Representa gráficamente la información	<b>SI</b>	30	<b>SI</b>	25	<b>SI</b>	30
	<b>NO</b>	4	<b>NO</b>	9	<b>NO</b>	4

Por otro lado, al analizar las calificaciones se encontró que:

- En los problemas sobre suma de fracciones

Hubo dos grupos de estudiantes. Ver figura 5. Por un lado, el grupo de estudiantes que obtuvo un promedio de 9,27/10 y por otro el grupo de estudiantes que obtuvo un promedio de 5,42/10. Estas calificaciones indican que en el primer grupo mencionado sí se pudo generar algunos aprendizajes mediante la estrategia didáctica. Sin embargo, en el segundo grupo se encontró que algunos estudiantes no alcanzaron los aprendizajes deseados. Razón por la cual, se prestó mayor interés en tales estudiantes durante las siguientes sesiones.

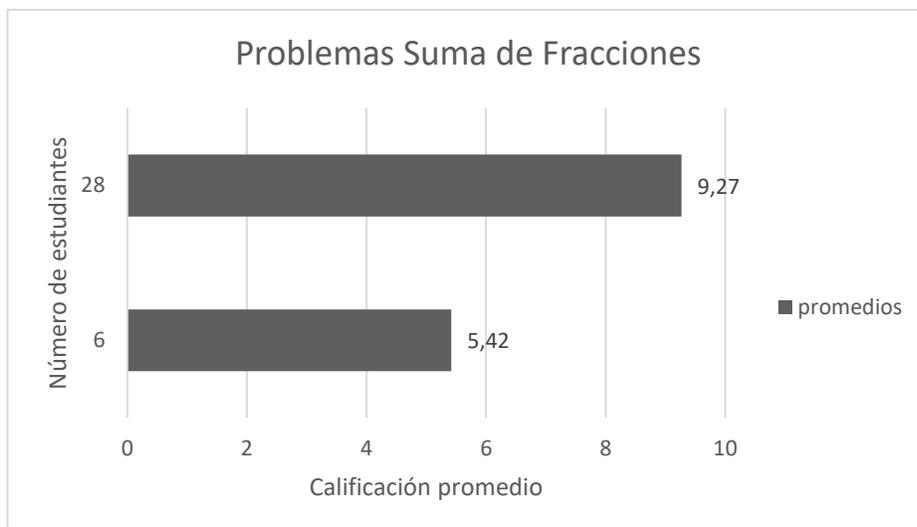


Figura 5: Problemas sobre suma de fracciones.

- En los problemas sobre resta de fracciones

En la sesión sobre problemas de resta de fracciones se identificó que 4 de los estudiantes que en la sesión mencionada anteriormente tenían una calificación baja en la actividad, en esta sesión ascendieron esa calificación. Sin embargo, en esta ocasión hubo el caso de otros estudiantes que obtuvieron un promedio por debajo de lo deseado. Ver figura 6.

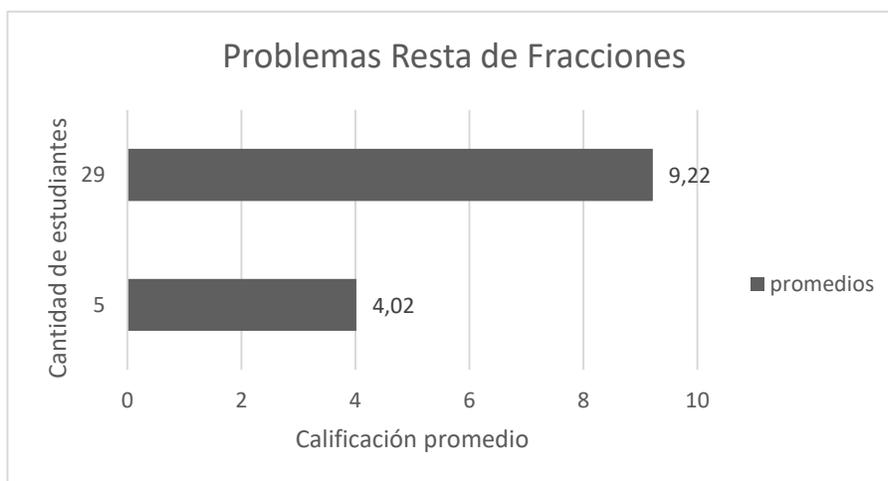


Figura 6: Problemas sobre resta de fracciones.

En esta clase se procedió a realizar un conversatorio sobre cuál era la solución del problema y por qué seleccionaron tal solución. Ello con la finalidad de reforzar los conocimientos en los estudiantes que se encuentran en el 15,15% del grupo que tiene un promedio de 4,02/10 en la actividad.

- En los problemas sobre multiplicación de fracciones

En esta sesión se logró que dos de los estudiantes que en la sesión anterior obtuvieron una calificación baja, incrementaran su rendimiento. Ver figura 7. Mediante la aplicación de la guía didáctica correspondiente a la multiplicación, se obtuvo que el 90% de los estudiantes demostraron que dominaban los aprendizajes. Por otro lado, aún existían tres estudiantes que necesitaban refuerzo académico. Por ello, en la siguiente actividad se les asignó trabajar con equipos diferentes para que sus compañeros contribuyan a su aprendizaje.

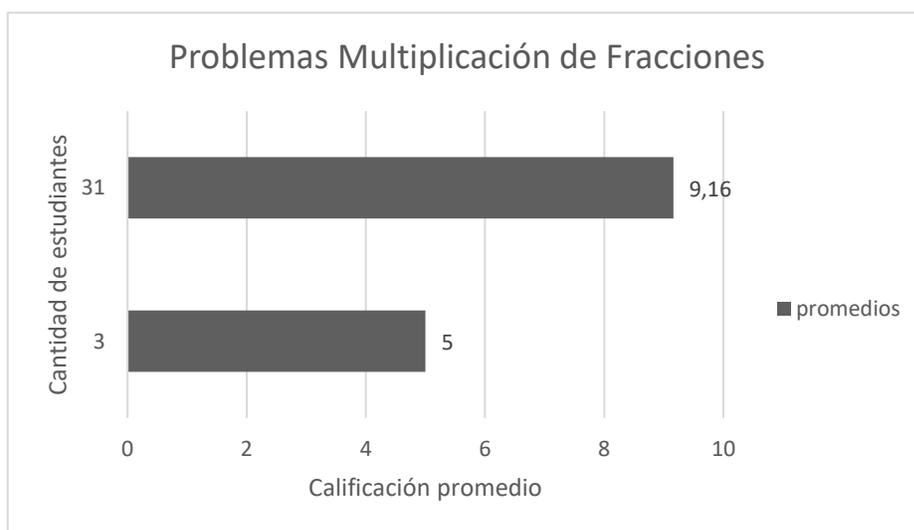


Figura 7: Problemas sobre multiplicación de fracciones.

- **Test de actitudes**

Los gráficos presentados a continuación son una comparación del antes y después de su aplicación. Se muestra los resultados de cada dimensión: afectividad, ansiedad, aplicabilidad y habilidad.

- ✓ **Dimensión: afectividad**

Como se muestra en el primer gráfico de los 34 estudiantes una media de 8,65 tiende a poseer afectividad hacia la Matemática. Y en el segundo gráfico de los 34 estudiantes una media de 15,5 posee afectividad hacia la Matemática. Esto significa que luego de la implementación de la estrategia didáctica los estudiantes en su mayoría empezaron a sentir afectividad por la asignatura de Matemática. Ver figura 8.

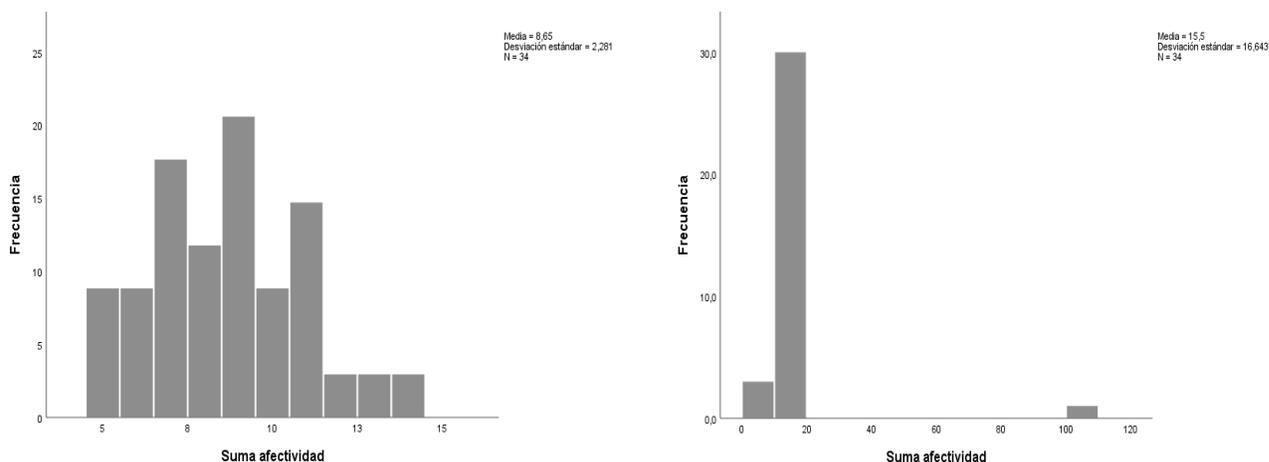


Figura 8: Promedios de la dimensión afectividad

### ✓ Dimensión: ansiedad

Analizando los gráficos sobre la dimensión de ansiedad se obtuvo que de los 34 estudiantes una media de 11,79 presentaba ansiedad ante la matemática. Pero después en la siguiente aplicación del mismo test se obtuvo que de los 34 estudiantes una media de 8,37 tiende a tener ansiedad por la Matemática. Los resultados obtenidos muestran que en un primer momento los estudiantes tenían miedo o nervios cuando realizaban alguna actividad matemática. Y en la segunda aplicación del test después de la aplicación de la estrategia los estudiantes ya presentaban un nivel bajo de ansiedad. El cambio es considerado lo que quiere decir que la estrategia contribuyó en esta dimensión. Ver figura 9.

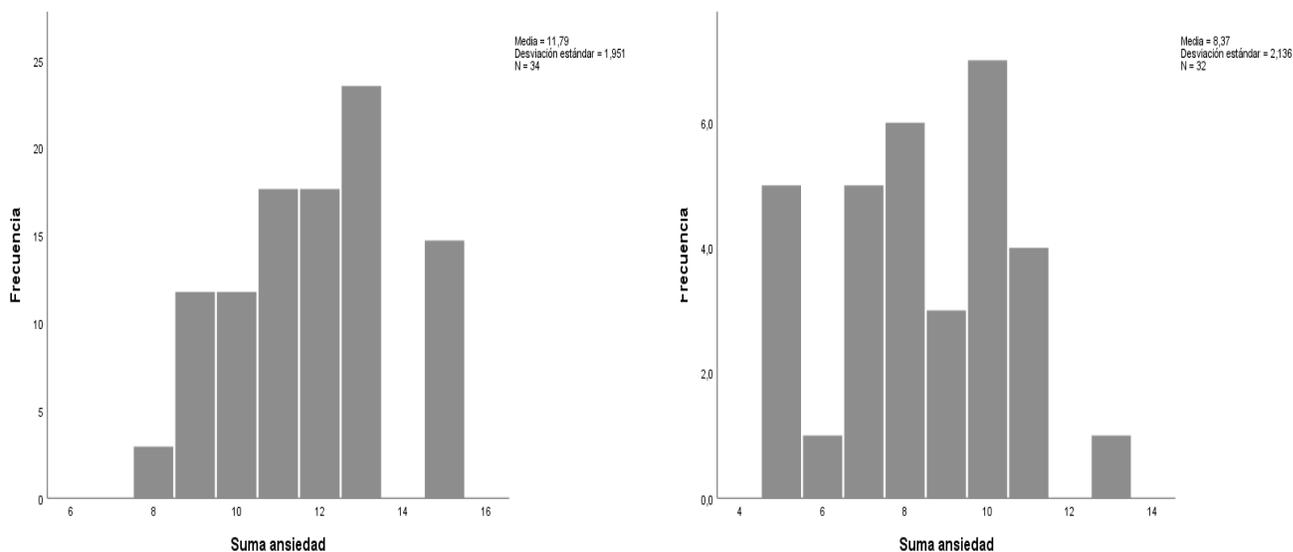


Figura 9: Promedios de la dimensión ansiedad

### ✓ **Dimensión: aplicabilidad**

Los resultados obtenidos en la dimensión aplicabilidad muestran que, en un principio, de los 34 estudiantes una media de 6,65 afirma la importancia de la aplicabilidad de la Matemática en el contexto educativo y social. En la siguiente aplicación del test, después del empleo de la estrategia, de los 34 estudiantes una media de 11,21 recalca la importancia de la Matemática. Con esta comparación es evidente el cambio de perspectiva de los estudiantes, ahora, en su mayoría dicen que la Matemática y su aplicabilidad es importante en la vida. Ver figura 10.

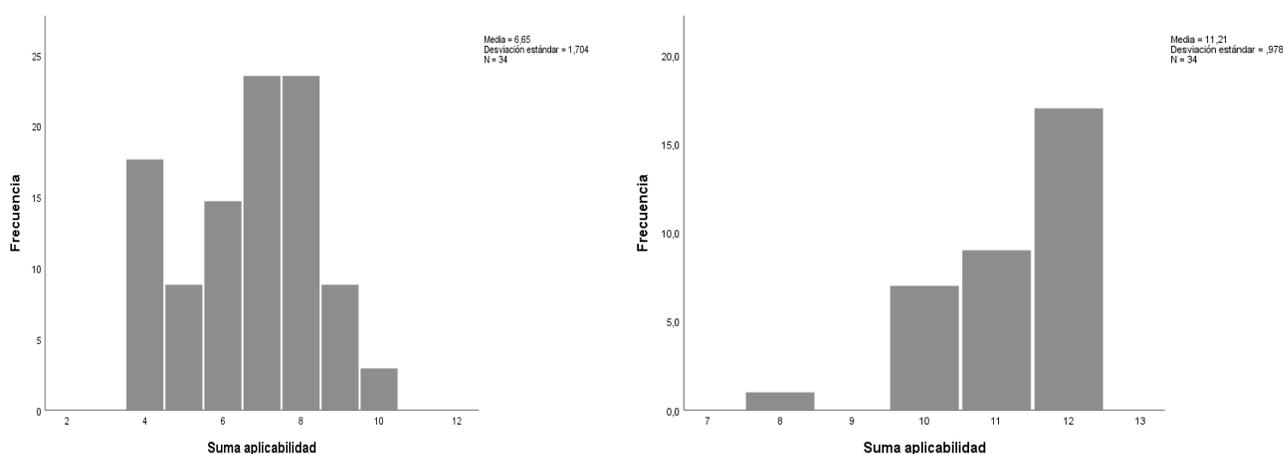
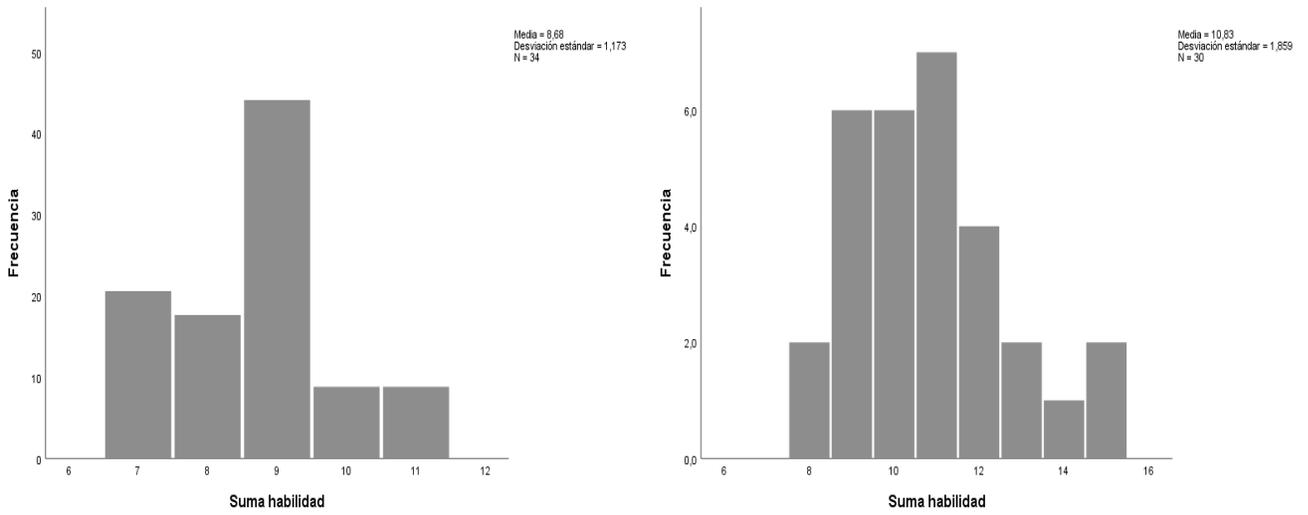


Figura 10: Promedios de la dimensión aplicabilidad

### ✓ **Dimensión: habilidad**

En la dimensión habilidad se obtuvo como resultado que en la primera aplicación del test de los 34 estudiantes una media de 8,68 decía tener habilidad en la Matemática. En la segunda aplicación del test después del empleo de la estrategia didáctica de los 34 estudiantes una media de 10,83 dijo tener habilidad. De tal manera con la comparación de los gráficos se puede observar un cambio. Ahora los estudiantes dicen poseer habilidades matemáticas. Ello se evidenció, además, en el desarrollo de las actividades propuestas en la estrategia didáctica. Ver figura 11.



*Figura 11: Promedios de la dimensión habilidad*

## CONCLUSIONES

La sistematización de los referentes teóricos sobre el objeto de estudio permitió entender el desarrollo de competencias para la resolución de problemas matemáticos mediante el Método Singapur como aquel proceso organizado desde el sistema educativo orientado a la formación de conocimientos, habilidades prácticas, valores éticos, actitudes y emociones que se movilizan conjuntamente para la resolución de problemas sobre diversos temas. Dicho proceso se organiza por tres etapas: utilización de material concreto, manipulativo y objetos de la vida cotidiana, presentación pictórica como dibujos o imágenes que le ayuden al estudiante a resolver el problema y comprensión abstracta del concepto trabajado.

El diagnóstico realizado sobre la utilización del método Singapur en el desarrollo de competencias para la resolución de problemas sobre fracciones en estudiantes de 7° año de EGB de la Unidad Educativa “Tres de Noviembre” permitió identificar un conjunto de regularidades tales como:

1. Los docentes de la institución desconocen las fases del método Singapur para el desarrollo de competencias en la enseñanza de la resolución de problemas.
2. En el proceso educativo de la institución existe desconocimiento de la integridad del término competencia. La enseñanza de la Matemática no toma en cuenta el desarrollo de competencias con el objetivo de lograr que el estudiante adquiera conocimientos y motivaciones, desarrolle destrezas y demuestre valores.
3. En la enseñanza de la Matemática del 7° año paralelo C de la institución educativa no se consideran los valores definidos en el perfil de salida del currículo, tales como: justicia, solidaridad e innovación.
4. Los estudiantes de 7° año paralelo C de la institución educativa presentan insuficiencias en el contenido de fracciones respecto a la representación gráfica, obtención del m.c.m. y procesos de resolución de problemas con las cuatro operaciones básicas.

El diseño de la estrategia didáctica basada en el Método Singapur para el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos sobre fracciones se elaboró a partir de cuatro fases: diagnóstico, planificación, ejecución y valoración. Estas fases lograron el

cumplimiento de su aplicación en los estudiantes de 7° año de EGB de la Unidad Educativa “Tres de noviembre”.

Mediante la utilización de técnicas tales como la observación, la encuesta, la entrevista, las pruebas pedagógicas y las técnicas psicológicas se pudo evidenciar avances de los estudiantes en el desarrollo de destrezas mediante las actividades de la estrategia didáctica, las destrezas alcanzadas fueron: M.3.1.42. Resolver problemas de sumas y restas con fracciones, e interpretar la solución dentro del contexto del problema. Y M.3.1.42. Resolver problemas de multiplicaciones y divisiones con fracciones, e interpretar la solución dentro del contexto del problema.

En lo que respecta al contenido matemático sobre fracciones se logró que los estudiantes mejoren su comprensión sobre los procedimientos para resolver ejercicios de las cuatro operaciones básicas con fracciones. Además, ahora representan correctamente las fracciones de forma gráfica y algebraica. Por otro lado, mejoró la participación y motivación de los estudiantes en las clases de Matemática puesto que presentan mayor afectividad hacia la misma. Y en cuanto a las interacciones sociales de los estudiantes se fomentó valores como el respeto, tolerancia y solidaridad.

## BIBLIOGRAFÍA

- Albert, M. (2007). *La investigación Educativa: claves teóricas* (primera edición). España: McGRAW-HILL.
- Alfaro, A. y Chavarría, G. (2003). La ficha didáctica: una técnica Útil y necesaria para individualizar la enseñanza. *Revista pensamiento actual*. 4(5), pp. 13-23 Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5897922.pdf>
- Alvarado, L., García, M. (2008). Características más relevantes del paradigma socio crítico: su aplicación en investigaciones de educación ambiental y de enseñanza de las ciencias realizadas en el Doctorado de Educación del Instituto Pedagógico de Caracas. *Revista Universitaria de Investigación*. (2), p. 188- 202. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/3070760.pdf>
- Baylei, D., Hoard, M., Nugent, L y Geary, D. (2012). Competence with fractions predicts gains in mathematics achievement. *Journal of experimental child psychology*, 113 (3), p. 447-455. Recuperado de <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3444669/>
- Blanco, L. y Pino, J. (2015). ¿Qué entendemos por problema de matemáticas? En Nieto, L., Cárdenas, J. y Caballero, A. (Ed.), *La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de Primaria*. (pp. 81-92). España: Colección manuales UEX – 98. Recuperado de [https://mascvuex.unex.es/ebooks/sites/mascvuex.unex.es.mascvuex.ebooks/files/files/file/Matematicas\\_9788460697602.pdf](https://mascvuex.unex.es/ebooks/sites/mascvuex.unex.es.mascvuex.ebooks/files/files/file/Matematicas_9788460697602.pdf)
- Calderón, P. (2014). *Percepciones de los y las docentes del primer ciclo básico, sobre la implementación del método Singapur en el colegio Mario Bertero Cevalco de la comuna de Isla de Maipo*. (Tesis para optar al grado de Magíster en Educación mención Currículo y Comunidad Educativa). Universidad de Chile, Santiago. Recuperado de <http://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/2250/130579/Tesis%20Pedro%20Calderon%20Lorca.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

- Casa, J., Repullo, J y Donado, J. (2003). La encuesta como técnica de investigación. *Elaboración de cuestionarios y tratamiento estadístico de los datos. Aten primaria*, 3 (8), p.528-538. Recuperado de <https://www.elsevier.es/es-revista-atencion-primaria-27-pdf-13047738>
- Centro de escritura Javeriano. (s.f.). *Manual de escritura Normas APA*. Recuperado de <https://www.um.es/documents/378246/2964900/Normas+APA+Sexta+Edici%C3%B3n.pdf/27f8511d-95b6-4096-8d3e-f8492f61c6dc>
- Cerda, H. (1991). *Los elementos de la investigación*. Bogotá: El Buzo
- Cerda, H. (2014). *Los elementos de la investigación. Cómo reconocerlos, diseñarlos y construirlos*. México: IZTACCIHUATL
- Cerezal, J., Fiallo, J. (2005). *¿Cómo investigar en Pedagogía?* La Habana.
- Felmer, A., (2012). *Hacia un futuro mejor: educación y formación para el desarrollo económico de Singapur desde 1965* de: Lee Sing Kong , Goh Chor Boon, Birger Fredriksen y Tan Jee Peng . *Revista anales*, 7 (3), pp. 291 -292.
- Fernández, G. (s.f). *Metodología de la investigación*. Recuperado de [https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/45455784/metodologia\\_investigacion.pdf?response-content-disposition=inline%3Bfilename%3DMetodologia\\_de\\_la\\_Investigacion\\_](https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/45455784/metodologia_investigacion.pdf?response-content-disposition=inline%3Bfilename%3DMetodologia_de_la_Investigacion_)
- Fernández, D. (2017). *El método Singapur aplicado a la enseñanza de fracciones*. Recuperado de <https://uvadoc.uva.es/bitstream/10324/26917/1/TFG-G2620.pdf>
- García, F., Alfaro, A. y Hernández, A. (2006). *Diseño de cuestionarios para la recogida de información: metodología y limitaciones*. *Revista clínica de Medicina de Familia*. 1(5), pp. 232-236
- Gobierno Vasco, (s.f.). *Las competencias básicas en el Sistema Educativo de la C.A.P.V.* Departamento de Educación, Universidades e Investigación. Recuperado de [http://www.euskadi.eus/contenidos/informacion/dig\\_publicaciones\\_innovacion/es\\_c](http://www.euskadi.eus/contenidos/informacion/dig_publicaciones_innovacion/es_c)

urricul/adjuntos/14\_curriculum\_competencias\_300/300002c\_Pub\_BN\_Competencias\_Basicas\_c.pdf

Gutiérrez, L., Martínez, E. y Nebreda, T. (2008). Las competencias básicas en el área de Matemáticas. Cuadernos de educación de Cantabria. Cantabria: Consejería de Educación de Cantabria

Hilaquita, V. (2018). Método Singapur en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del quinto grado de educación primaria de la Institución Educativa Mercedario San Pedro pascual de la ciudad de Arequipa. (Tesis de grado). Universidad Nacional de San Agustín, Perú. Recuperado de <http://bibliotecas.unsa.edu.pe/bitstream/handle/UNSA/7241/EDMhiinv.pdf?sequence=3&isAllowed=y>

Hincapié, C. (2011). Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados, con los docentes de primaria de la Institución educativa San Andrés de Girardota. (Trabajo de grado) Universidad Nacional de Colombia, Medellín. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/6084/1/43701138.2012.pdf>

Íñiguez, F. (2015). El desarrollo de la competencia matemática en el aula de ciencias experimentales. *Revista iberoamericana de educación*. 67(2) pp. 117-130

Juárez, M y Aguilar, M. (2018). El método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en primaria. *Revista didáctica de las Matemáticas en primaria*. *Revista didáctica de las Matemáticas*, 98, pp. 75-86. Recuperado de [http://www.sinewton.org/numeros/numeros/98/Articulos\\_02.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/98/Articulos_02.pdf)

Keijzer, R., & Terwel, J. (2001). Audrey's acquisition of fractions: A case study into the learning of formal mathematics. *Educational studies in mathematics*, 47(1), pp. 53-73. Recuperado de <http://dare.uvu.vu.nl/bitstream/handle/1871/10767/ESM2001Keijzer%26Terwel.pdf?sequence=1>

- Lara, M. (2013). *El uso del método de Singapur y su incidencia en la resolución de adiciones y sustracciones sin reagrupación con material concreto gráfico y simbólico en los niños de segundo año de básica del centro educativo particular Iberoamérica de la ciudad de Ambato*. (Tesis de grado). Universidad Técnica de Ambato, Ambato. Recuperado de <http://repositorio.uta.edu.ec/bitstream/123456789/6207/1/FCHE-EBS-1118.pdf>
- Lopera, J., Ramírez, C., Zuluaga, M., Ortiz, J. (2010). El método analítico como método metorial. *Revista crítica sobre ciencias sociales y Jurídicas*. (25)1, pp. 1-27 Recuperado de <https://webs.ucm.es/info/nomadas/25/juandiegolopera.pdf>
- Martínez, W., Chafoya, L., Martínez, J y Rivera, M. (2016). *La incidencia del método Singapur en el rendimiento académico de los alumnos/ as de primer y segundo ciclo, en el área de matemática*. (Tesis de grado). Universidad del Salvador, El Salvador. Recuperado de <http://ri.ues.edu.sv/id/eprint/13516/1/LA%20INCIDENCIA%20DEL%20METODO%20SINGAPUR%20%28NIVELES%20CONCRETO%2C%20SEMICONCRETO%20Y%20ABSTRACTO%29%2C%20EN%20EL%20RENDIMIENTO.pdf>
- Mayorga, M., Tójar. (2004). El grupo de discusión como técnica de recogida de información en la evaluación de la docencia universitaria. *Revista fuentes*. (5), p.1-15. Recuperado de <http://institucional.us.es/revistas/fuente/5/09%20el%20grupo%20de%20discusion.pdf>
- Medina, P. (2015). *El currículo enfocado en el desarrollo de competencias matemáticas para octavo, noveno y décimo años de educación general básica*. (Maestría en Gerencia Educativa). Universidad Andina Simón Bolívar, Quito. Recuperado de <http://repositorio.uasb.edu.ec/bitstream/10644/4661/1/T1718-MGE-Medina-El%20curriculo.pdf>
- Meel, D. (2003). Modelos y teorías de la comprensión matemática: Comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre la evolución de la comprensión matemática y la

- Teoría APOE1. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(3), pp. 221-278. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2092588>
- Mejía, C., Mendoza, G., & Mier, L. (2017). Transversalidad de las competencias ciudadanas en la enseñanza de las matemáticas en el método Singapur en la ciudad de Barranquilla: un estudio de caso. Recuperado de <http://manglar.uninorte.edu.co/jspui/bitstream/10584/7677/1/130302.pdf>
- Meza, A., & Barrios, A. (2010). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones. Memoria 11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Recuperado de [http://funes.uniandes.edu.co/1174/1/674\\_Propuesta\\_Didctica\\_Asocolme2010.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1174/1/674_Propuesta_Didctica_Asocolme2010.pdf)
- Ministerio de Educación Ecuador. (2016). *Currículo de los niveles de educación obligatoria*. Recuperado de <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/08/Curriculov2.pdf>
- Ministry of education Singapore. (2007). *Mathematics Syllabus Primary*. Recuperado de <https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/2007>
- Montes, M., Flores-Medrano, E., Carmona, E., Huitrado, J y Flores, P. (2014). Reflexiones sobre la naturaleza del conocimiento, las creencias y las concepciones. Recuperado de [https://www.researchgate.net/profile/Miguel\\_Montes/publication/271205342\\_Reflexiones\\_sobre\\_la\\_naturaleza\\_del\\_conocimiento\\_las\\_creencias\\_y\\_las\\_concepciones/links/5553144108ae980ca606d43e.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Miguel_Montes/publication/271205342_Reflexiones_sobre_la_naturaleza_del_conocimiento_las_creencias_y_las_concepciones/links/5553144108ae980ca606d43e.pdf)
- NISS, M. (2003). Quantitative Literacy and Mathematical Competencies. *Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*, 215-220. Recuperado de <https://www.maa.org/sites/default/files/pdf/QL/WhyNumeracyMatters.pdf>
- Panca, 2017. *Influencia del Método Singapur en la resolución de problemas aditivos en los estudiantes de segundo grado del nivel primaria de la institución educativa 40199de ciudad mi trabajo del distrito de Socabaya -Arequipa, 2017*. (Tesis de grado).

- Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa. Recuperado de <http://repositorio.unsa.edu.pe/bitstream/handle/UNSA/4535/Edovsuma.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Perera, P y Valdemoros, M. (2009). Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado. *Educación matemática*, 21(1), 29-61. Recuperado de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-58262009000100003](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262009000100003)
- Pérez, C. (2018). Uso de listas de cotejo una guía para el profesor como un instrumento de observación. Recuperado de [https://vrac.utem.cl/wp-content/uploads/2018/10/manua.Lista\\_Cotejo-1.pdf](https://vrac.utem.cl/wp-content/uploads/2018/10/manua.Lista_Cotejo-1.pdf)
- Pérez, A. (2007). Cuadernos de Educación de Cantabria. Cantabria: Consejería de Educación de Cantabria
- Pérez, Y., Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de Investigación*. 35(73), pp. 169-194. Recuperado de <https://www.redalyc.org/html/3761/376140388008/>
- Pino, J. (2015). Tipos de problemas de matemáticas. En Nieto, L., Cárdenas, J. y Caballero, A. (Ed.), *La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de Primaria*. (pp. 187-207). España: Colección manuales UEX – 98. Recuperado de [https://mascvuex.unex.es/ebooks/sites/mascvuex.unex.es.mascvuex.ebooks/files/files/file/Matematicas\\_9788460697602.pdf](https://mascvuex.unex.es/ebooks/sites/mascvuex.unex.es.mascvuex.ebooks/files/files/file/Matematicas_9788460697602.pdf)
- Postic, M., Ketele, J. (2000). *Observar las situaciones educativas*. Madrid: Narcea ediciones
- Poggioli, L. (2009). Estrategias de resolución de problemas. *Serie enseñando a aprender*. Recuperado de [http://bibliofep.fundacionempresaspolarg.org/media/1280192/serie\\_ensenando\\_cap\\_5.pdf](http://bibliofep.fundacionempresaspolarg.org/media/1280192/serie_ensenando_cap_5.pdf)

- Ramírez, K. (2017). El registro anecdótico en la evaluación formativa oral del idioma inglés. (Trabajo de grado). Universidad Central del Ecuador, Quito. Recuperado de <http://www.dspace.uce.edu.ec/bitstream/25000/15104/1/T-UCE-0010-IN030-2018.pdf>
- Reyes, O., Bringas, J. (2006). La Modelación Teórica como método de la investigación científica. Varona (42), pp. 8-15 Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/3606/360635561003.pdf>
- Rodríguez, A., Morera, D. (2001). El sociograma: estudio de las relaciones informales en las organizaciones. Recuperado de <https://www.casadellibro.com/libro-el-sociograma-estudio-de-las-relaciones-informales-en-las-organizaciones/9788436815924/791193>
- Rodríguez, F. (2007). Generalidades acerca de las técnicas de investigación cuantitativa. Paradigmas. (2)1, pp. 9-39 Recuperado de <file:///C:/Users/user/Downloads/Dialnet-GeneralidadesAcercaDeLasTecnicasDeInvestigacionCua-4942053.pdf>
- Rojas, I. (2011). Elementos para el diseño de técnicas de investigación: una propuesta de definiciones y procedimientos en la investigación científica. Tiempo de educar. (12) 24, pp. 277-297
- Ruiz, R. (2007). El método científico y sus etapas. Recuperado de <http://www.index-f.com/lascasas/documentos/lc0256.pdf>
- Ruiz, M., Socorro, M., Rodríguez, Julio. (2013). El enfoque mixto de investigación en los estudios fiscales. Revista académica de investigación. (13), p. 1-25. Recuperado de <http://www.eumed.net/rev/tlatemoani/13/estudios-fiscales.pdf>
- Tapia, F. (2012). Las técnicas y los instrumentos de evaluación. Recuperado de <http://www.mat.uson.mx/~ftapia/Lecturas%20Adicionales%20%28C%C3%B3mo%20dise%C3%B1ar%20una%20encuesta%29/EscalasDeMedicion.pdf>
- Universidad Nacional de Educación. (2015). *Líneas de investigación*. Recuperado de <https://www.unae.edu.ec/l-neas-de-investigaci-n>



Zarzar, C. (2013). El aprendizaje de fracciones en educación primaria: una propuesta de enseñanza en dos ambientes. *Revista Horizontes Pedagógicos*, 15(1). Recuperado de [iberoamericana.edu.co/index.php/rhpedagogicos/article/download/403/368](http://iberoamericana.edu.co/index.php/rhpedagogicos/article/download/403/368)

Zermeño, S. (2015). *El ABC de investigar*. México: Pearson, S.A.

**Anexos**

## Anexo 1: Registro anecdótico

<b>REGISTRO ANECDÓTICO</b>		 UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN	
Observador:		Establecimiento:	
Año escolar:		Área:	
<b>FECHA</b>			
<b>SITUACIÓN</b>			
<b>INCIDENTE</b>			
<b>OBSERVACIONES GENERALES</b>			

## Anexo 2: Lista de cotejo sobre el contenido matemático.


**Lista de cotejo según el contenido matemático propuesto por el Ministerio de Educación Ecuatoriano**

**Nota:** la siguiente lista de cotejo establece 15 ítems sobre la formación que debe adquirir el estudiante en base a los conocimientos matemáticos establecidos por el currículo 2016 para el desarrollo holístico del estudiante.

LISTA DE COTEJO			
Ítems a evaluar	SI	NO	Observaciones
Propone soluciones creativas a situaciones concretas mediante procesos matemáticos.			
Produce, comunica y generaliza información mediante la aplicación de conocimientos matemáticos.			
Desarrolla la creatividad y curiosidad a través de herramientas matemáticas al resolver problemas nacionales.			
Demuestra orden, perseverancia y capacidades de investigación.			
Actúa con ética, generosidad, integridad, coherencia y honestidad en todos sus actos.			
Tiene iniciativas creativas y mente abierta.			
Asume liderazgo y autonomía.			
Indaga la realidad y aplica sus conocimientos para resolver problemas colaborativamente.			
Sabe comunicarse en su lengua y usa distintos lenguajes.			
Muestra responsabilidad y respeto por quienes lo rodean.			
Es proactivo, perseverante, organizado, y trabaja en forma colaborativa al resolver problemas.			
Es empático y tolerante con los demás al desenvolverse en grupos heterogéneos.			

Anexo 3: Lista de cotejo sobre valores que requiere el estudiante.



## LISTAS DE COTEJO PARA EVALUAR LOS TRES VALORES QUE ESTABLECE EL CURRÍCULO

**NOTA:** Las siguientes listas de cotejo permitirán evaluar los tres valores fundamentales (la justicia, la innovación y la solidaridad) que deben ir adquiriendo, los estudiantes en su tránsito por la educación obligatoria para su perfil de salida. Esto se encuentra estipulado en el Currículo Ecuatoriano (Currículo, 2016, p.8).

LISTA DE COTEJO			
JUSTICIA			
Ítems a evaluar	SI	NO	Observaciones
Comprenden las necesidades y potencialidades de nuestro país			
Buscan involucrarse en la construcción de una sociedad equitativa, democrática e inclusiva.			
Son éticos, generosos, coherentes y honestos en sus actos.			
Proceden con respeto y responsabilidad ante otras personas			
Cumplen sus obligaciones y exigen el cumplimiento de sus derechos.			
Reconocen sus fortalezas y debilidades			

LISTA DE COTEJO			
INNOVACIÓN			
Ítems a evaluar	SI	NO	Observaciones
Asumen liderazgo en el grupo			
Son creativos y auténticos			
Son curiosos y reflexivos			
Resuelven problemas en forma colectiva			

Aprovechan los recursos de información posibles			
Se comunican de forma clara			
Conocen otra lengua o idioma			
Son lógicos y críticos			

<b>LISTA DE COTEJO</b>			
<b>Solidaridad</b>			
<b>Ítems a evaluar</b>	<b>SI</b>	<b>NO</b>	<b>Observaciones</b>
Poseen capacidad de interactuar con grupos heterogéneos			
Son empáticos y solidarios			
Valoran su multiculturalidad y multiétnicidad			
Son flexibles, cordiales y autocríticos			
Aprovechan los recursos de información posibles			
Se comunican de forma clara			
Conocen otra lengua o idioma			
Son lógicos y críticos			
Respetan ideas y otros aportes			

Ministerio de Educación. (2016). *Currículo de los niveles de Educación obligatoria*.

Anexo 4: Fichas reflexivas

	
<b>FICHA REFLEXIVA</b>	
FECHA:	NOMBRE:
¿Las actividades desarrolladas han sido de su agrado?	
¿Las actividades son divertidas e interesantes?	
¿Qué importancia tiene el material concreto en esta clase?	
¿Han podido trabajar colaborativamente en su grupo?	

	
<b>FICHA REFLEXIVA</b>	
FECHA:	NOMBRE:
¿Qué actividades fueron de su agrado?	
¿Alguna clase se tornaba aburrida?	
¿Qué materiales usados le ha gustado más?	
¿Trabaja mejor de forma grupal o individual?	

Anexo 5: Entrevista a estudiantes de 7mo año paralelo C.



## UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

La presente entrevista tiene como objetivo conocer la opinión de los estudiantes sobre las actividades realizadas durante la implementación de la estrategia didáctica. La entrevista será aplicada a todos los estudiantes de 7mo año EGB paralelo C de la Unidad Educativa “Tres de Noviembre” y será de carácter confidencial.

1. ¿Qué fue lo que más le gustó de las clases de matemáticas sobre fracciones?
2. ¿Pudo aprender usando el material concreto?
3. ¿Qué aprendió al usar el material concreto?
4. Los problemas con números fraccionarios, ¿ahora le resultan más fáciles de resolver?
5. ¿Cree que las clases de matemáticas fueron aburridas?
6. ¿Qué podríamos hacer para mejorar nuestras clases?

Anexo 6: Guía de preguntas para el grupo de discusión.

### **Guía de preguntas para los Grupos de Discusión**

La presente guía de preguntas está diseñada para el desarrollo de los grupos de discusión. El objetivo de esta guía es identificar lo que piensan y sienten los estudiantes sobre la estrategia didáctica implementada. En cada pregunta varios estudiantes tendrán la oportunidad de expresar su opinión. La información recolectada tendrá carácter confidencial y será usada con fines pedagógicos.

1. ¿El empleo de material concreto o recurso didácticos, les motivo aprender el tema de fracciones? ¿Por qué?
2. ¿Trabajar en equipo es una buena opción? ¿Por qué?
3. ¿Las actividades desarrolladas han sido interesantes o provocaban aburrimiento? ¿Por qué?
4. ¿Agruparse con los compañeros que no han tenido buena relación ha ayudado a mejorarla? ¿Por qué?

## Anexo 7: Encuesta a docentes del área de Matemática

**ENCUESTA A DOCENTES DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS**

**NOTA:** La presente encuesta fue diseñada por los estudiantes de la Universidad Nacional de Educación con el objetivo de identificar la percepción que tienen los docentes del área de matemáticas de la Unidad Educativa “Tres de Noviembre” sobre la enseñanza y aprendizaje de las fracciones en Educación Primaria. La información recolectada tendrá carácter confidencial y solamente será utilizada con fines pedagógicos. Agradecemos su colaboración.

1. ¿Cuál cree que sea la importancia de la enseñanza de la noción de fracción?

---

---

---

2. ¿Cuál cree que sea la principal dificultad en la comprensión de noción de fracción?  
¿Por qué?

---

---

---

3. Según su criterio, ¿cuál es la operación matemática con fracciones en la que los estudiantes presentan mayor dificultad de aprendizaje? ¿Por qué cree que se de ese problema?

---

---

---

4. ¿Cómo se ha logrado que los estudiantes alcancen la destreza de la resolución de problemas con fracciones? Caso contrario, ¿Qué lo ha impedido?

---

---

---

5. ¿Para la enseñanza de problemas con fracciones qué metodología ha aplicado?

---

---

---

6. ¿Cree usted que la resolución de problemas es una metodología efectiva para la enseñanza de operaciones con fracciones? Explique.

---

---

---

7. ¿Qué cree que influye en la adquisición de la destreza de resolución de problemas?

---

---

---

8. ¿Cuál ha sido el rendimiento de los estudiantes respecto al contenido de fracciones?

---

---

---

Anexo 8: Prueba de diagnóstico



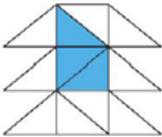
## CONOCIMIENTOS PREVIOS

**Estudiante:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

**NOTA:** El presente cuestionario fue diseñado por los estudiantes de la Universidad Nacional de Educación con el objetivo de identificar qué conocimientos básicos respecto al contenido de fracciones poseen los estudiantes de séptimo año de Educación General Básica paralelo “C”. La información recolectada tendrá carácter confidencial y solamente será utilizada con fines pedagógicos. Agradecemos su colaboración.

### Conocimientos sobre fracciones

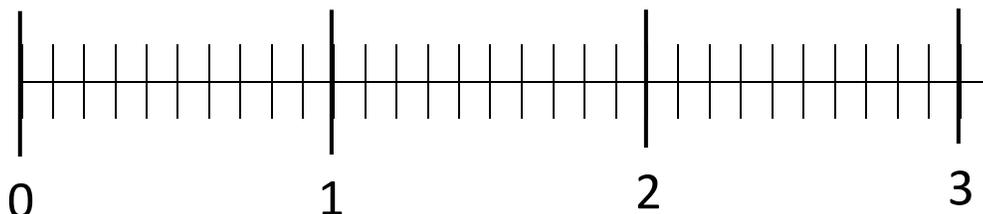
1. Represente con una fracción la parte coloreada de la gráfica. Luego, escriba cómo se leen esas fracciones.

Gráfica	Fracción	Cómo se lee
	<input type="text"/>	
	<input type="text"/>	
	<input type="text"/>	
	<input type="text"/>	

2. Juan puede comer los  $\frac{3}{8}$  de la barra de chocolate. Si el rectángulo de la figura representa la barra de chocolate, pinte la porción que Juan puede comer.



Ubique en la recta numérica la fracción de chocolate que Juan puede comer.



3. Complete la tabla transformando el número decimal a fracción o la fracción a un número decimal según corresponda.

Número Decimal	0,2		0,402	
Número Fraccionario		$\frac{15}{100}$ —		$\frac{8}{10}$ —

Ordene los números fraccionarios, de la tabla del ejercicio anterior, de forma descendente (de mayor a menor)

--	--	--	--

4. Escriba el signo mayor que (>), menor que (<) o igual (=), según la relación entre las fracciones dadas.

$$\frac{2}{5} \quad \frac{1}{3} \quad \square \frac{1}{4} \quad \frac{2}{8} \quad \square \frac{3}{10} \quad \frac{10}{4} \quad \square$$

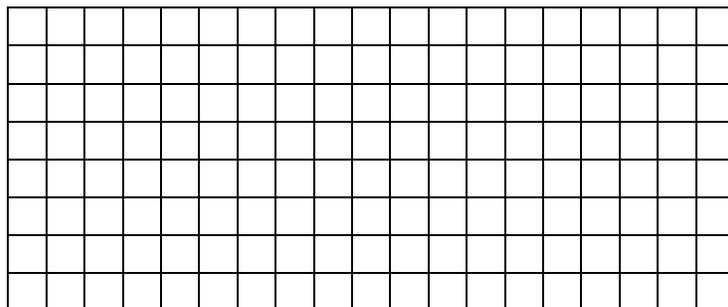
5. Simplifique las siguientes fracciones

a)  $\frac{12}{4}$       b)  $\frac{25}{5}$       c)  $\frac{32}{8}$       d)  $\frac{16}{4}$       e)  $\frac{15}{3}$

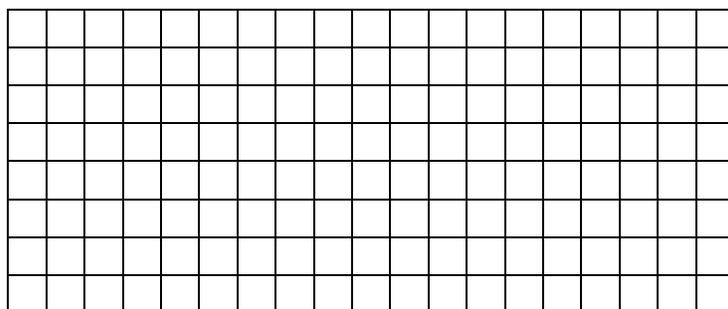


## 2. Resuelva los siguientes problemas

Karla desea preparar una receta de pastelillos de naranja y avena, requiere  $\frac{3}{4}$  de tazas de avena. Se preparará  $\frac{1}{2}$  de la receta. ¿Cuánta avena se ocupará?

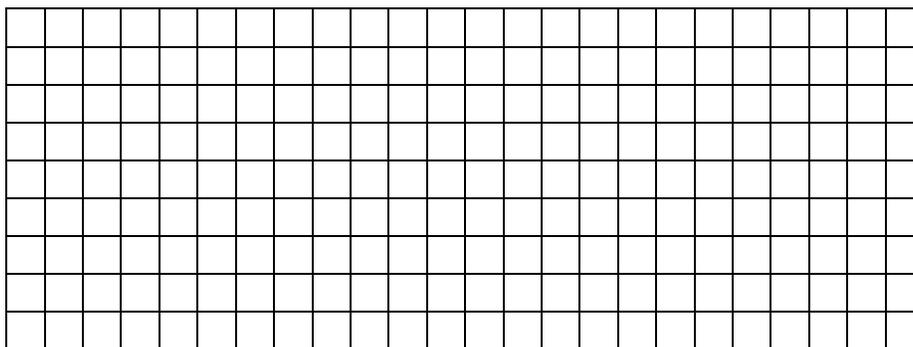


Juana compró un queso que pesaba  $\frac{3}{4}$  de Kilo. Si lo partió en porciones de  $\frac{1}{8}$  de Kilo de cada una ¿Cuántas porciones de queso pudo sacar?



## 3. Resuelva el siguiente ejercicio

$$\left\{ \left[ \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) \div \frac{3}{5} \right] \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right\}$$







Anexo 11: Test de Actitudes (tomado de Bazán, 1997 y adaptado por los autores de este proyecto).

**ESCALA DE ACTITUDES HACIA LAS MATEMÁTICAS EAHM-M**

**NOTA:** La presente escala de actitudes fue diseñado por Bazán (1997) y adaptado por los estudiantes de la Universidad Nacional de Educación con el objetivo de conocer e identificar la actitud y postura que tienen los estudiantes de séptimo año de Educación General Básica paralelo “C” frente a la asignatura de matemáticas.

La información recolectada tendrá carácter confidencial y solamente será utilizada con fines pedagógicos. Agradecemos su colaboración.

EDAD: \_\_\_\_\_ SEXO: H  M

**INSTRUCCIONES:** En este cuestionario no hay respuestas correctas ni incorrectas, sólo deseamos saber si usted está de acuerdo o en desacuerdo con cada una de las siguientes afirmaciones.

Usted debe colocar una equis (X) bajo la carita que muestre su opinión.

**Estas caritas significan lo siguiente:**



= En Desacuerdo



= No sé



= De Acuerdo

No se tome mucho tiempo en ninguna de las afirmaciones, más bien asegúrese de responder a cada una de ellas.

	 En Desacuerdo	 No sé	 De acuerdo
1. Las matemáticas son divertidas para mí.			
2. Siempre dejo en último lugar mi tarea de matemáticas porque no me gusta			
3. Yo disfruto con los problemas que me dejan como tarea en mi clase de matemáticas			
4. La clase de matemáticas no es mi favorita			
5. Ojalá nunca hubieran inventado las matemáticas.			
	 En Desacuerdo	 No sé	 De acuerdo
6. Las matemáticas son valiosas y necesarias.			

7. Las matemáticas me servirá para seguir estudiando			
8. La asignatura de matemáticas sirve para enseñar a pensar.			
9. Guardaré mis cuadernos de matemáticas porque tal vez me sirvan.			
	 En Desacuerdo	 No sé	 De acuerdo
11. A pesar de que estudio, las matemáticas me resultan difíciles.			
12. Los términos y símbolos usados en matemáticas nunca me resultan difíciles de comprender y manejar.			
13. Generalmente tengo dificultades para resolver los ejercicios de matemáticas.			
14. Puedo aprender cualquier concepto matemático si lo explican bien.			
15. Las matemáticas no son difíciles para mí.			
	 En Desacuerdo	 No sé	 De acuerdo
16. Las matemáticas casi siempre me hacen sentir incómodo y nervioso.			
17. Siempre soy capaz de controlar mi nerviosismo en los exámenes de matemática			
18. Algunas veces me siento preocupado e incómodo en clase de matemáticas			
19. Generalmente me he sentido seguro al intentar hacer matemáticas.			
20. Mi mente se pone en blanco y soy incapaz de pensar claramente cuando hago matemáticas.			

## Anexo 12: planificación de la estrategia didáctica


**Estrategia didáctica en base al método Singapur**

TEMA	ACTIVIDAD	METODOLOGIA	RECURSOS	EVALUACIÓN
Noción de fracción Tiempo (90 minutos – 2 sesiones)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Comprender qué implica una fracción</li> </ul>	La primera sesión de trabajo se desarrolla de forma individual. <ul style="list-style-type: none"> <li>Presentación del tema de clase: noción de fracción.</li> <li>Presentación del método Singapur para el desarrollo de competencias que se empleará en la clase.</li> </ul> <b>Fase concreta</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Entrega de un “kit fraccionario circular” a cada pareja de estudiantes. Nota: el kit está formado por 12 círculos divididos en fracciones desde <math>\frac{1}{2}</math> hasta <math>\frac{1}{12}</math> con un total de 78 piezas.</li> <li>Familiarización con el material en base a las siguientes preguntas ¿qué figuras están en el kit?, ¿cómo diferenciar los</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Kit fraccionario circular (ver anexo 1).</li> <li>Guía didáctica N°1 (ver anexo 2)</li> </ul>	<b>Instrumentos:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Guía didáctica</li> </ul> Se evalúa las destrezas: Fase Pictórica: M.3.1.33. Leer y escribir fracciones a partir de un objeto, un conjunto de objetos fraccionables o una unidad de medida. Fase Abstracta: M.3.1.37. Establecer relaciones de orden entre fracciones, utilizando material concreto, la semirrecta numérica y simbología matemática (=, <, >). <ul style="list-style-type: none"> <li>Lista de cotejo</li> </ul> Permite evaluar la actitud positiva o de rechazo hacia

		<p>diferentes tamaños de las piezas?, ¿en cuántas partes están divididos los círculos?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diálogo (entre docentes y estudiantes) sobre: ¿qué es una fracción?, ¿cómo está formada?, ¿qué indica cada uno de los elementos de la fracción? en base al material concreto.</li> <li>• Formulación de ejemplos por parte de los estudiantes.</li> <li>• Mostrar visualmente la cantidad que representa el numerador y el denominador en base al material concreto.</li> <li>• Explicación sobre el lenguaje matemático que se necesita para leer correctamente una fracción.</li> <li>• Los estudiantes, junto a su compañero de fila, deben formar fracciones y leerlas en voz alta. Luego compara las relaciones de orden.</li> </ul>	<p>el tema de fracciones.</p>
--	--	---	-------------------------------

		<p><b>Fase pictórica y abstracta</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Entrega de una guía didáctica (por parejas) sobre la representación gráfica de una fracción y relaciones de orden entre fracciones.</li> <li>• La guía didáctica servirá como una evaluación para saber si los estudiantes adquirieron la noción de fracción al final de todo el proceso desarrollado.</li> </ul>		
<p>Refuerzo sobre la noción de fracción. (45 min – 1 sesión)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Retroalimentar la clase sobre fracciones.</li> </ul>	<p>La segunda sesión se desarrolla de acuerdo al trabajo colaborativo (sociograma).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Formar 10 grupos de 3 y uno de 4 estudiantes.</li> <li>• Retroalimentación sobre el concepto de fracción, elementos de una fracción y relaciones de orden, a partir del material concreto.</li> <li>• Entrega de un kit fraccionario y una guía didáctica a cada grupo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kit fraccionario circular (ver anexo 1).</li> <li>• Guía didáctica N°2 (ver anexo 3)</li> <li>• Ficha reflexiva (ver anexo 4)</li> </ul>	<p><b>Instrumentos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Guía didáctica</li> </ul> <p>Se evalúa las destrezas:</p> <p>Fase Pictórica: <b>M.3.1.33.</b> Leer y escribir fracciones a partir de un objeto, un conjunto de objetos fraccionables o una unidad de medida.</p> <p>Fase Abstracta: <b>M.3.1.37.</b> Establecer relaciones de orden entre fracciones, utilizando</p>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• La guía didáctica explica las actividades que los estudiantes deben realizar durante la clase, así como, presenta conceptos básicos sobre el concepto de fracción.</li> <li>• La guía se divide en tres fases: concreto, pictórico y abstracto (CPA).</li> <li>• Entrega (a cada estudiante) de una ficha reflexiva: ¿qué hemos aprendido sobre las fracciones?</li> </ul>		material concreto, la semirrecta numérica y simbología matemática (=, <, >).
Simplificación de números fraccionarios (45 min – 1 sesión)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Demostrar cómo funciona la simplificación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividad neurolingüística (lectura de palabras y colores).</li> <li>• Conversación entre docente y estudiantes sobre ¿qué es la simplificación?</li> <li>• Explicación del concepto de simplificación mediante material concreto.</li> <li>• Ejemplificación de la simplificación con material concreto.</li> <li>• Trabajo en tríos de estudiantes (sociograma).</li> </ul>	Hoja de palabras de colores  Fichas circulares negras y siluetas de papel  Hoja de papel con la línea fraccionaria  Guía didáctica N° 3	<b>Instrumentos</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Guía didáctica N° 3</li> </ul> Se valúa la destreza <b>M.3.1.15.</b> Utilizar criterios de divisibilidad por 2, 3, 4, 5, 6, 9 y 10 en la descomposición de números naturales en factores primos. Esta destreza se evaluará en las tres fases del método Singapur. Pero



			Misma longitud  Cada conjunto de fichas suma 9, por lo tanto, el m.c.m. es 9.	
Suma de fracciones con material concreto (45 min – 1 sesión)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Demostrar cómo sumar fracciones a partir de material concreto.</li> </ul>	Primera sesión de la clase <ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividad de programación neurolingüística.</li> <li>• Árbol de ideas: suma de fracciones homogéneas y heterogéneas (a cada estudiante se le entregará una tarjeta en la que debe colocar una característica sobre el tema y pegarlo en el árbol de ideas para socializarlo con todo el grupo).</li> <li>• Formación de grupos (diez de 3 estudiantes y uno de 4) mediante el sociograma (círculos numerados).</li> <li>• Entrega del kit fraccionario circular a cada grupo.</li> <li>• Demostración de cómo sumar</li> </ul>	Árbol de fómix Tarjetas pegatinas  Kit fraccionario circular  Ficha de trabajo N° 1  Proyector Pizarrón  Guía didáctica N° 5	<b>Instrumentos</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha de trabajo N° 1 Se evalúa la destreza <b>M.3.1.39.</b> Calcular sumas y restas con fracciones obteniendo el denominador común.</li> <li>• Guía didáctica N° 5 Se evalúa la destreza <b>M.3.1.42.</b> Resolver problemas de sumas y restas con fracciones, e interpretar la solución dentro del contexto del problema.</li> </ul>
Resolución de problemas con sumas de fracciones (45 min – 1 sesión)				

		fracciones con material concreto, por parte del docente. <ul style="list-style-type: none"> <li>• Entrega de la ficha de trabajo a cada grupo.</li> </ul> Segunda sesión de la clase <ul style="list-style-type: none"> <li>• Entrega de la guía didáctica sobre resolución de problemas.</li> <li>• Diálogo sobre cómo se llegó a la solución del problema. Y, qué indica la respuesta encontrada.</li> </ul>		
Resta de fracciones con material concreto (45 min – 1 sesión)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Demostrar cómo restar fracciones con material concreto.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El docente demostrará cómo restar fracciones a partir del kit fraccionario circular. Indicando el concepto de resta.</li> <li>• Formación de equipos de trabajo mediante el sociograma.</li> <li>• Entrega de la guía didáctica sobre restas de fracciones.</li> <li>• Socialización sobre el trabajo realizado con el material concreto: ¿fue sencillo encontrar la</li> </ul>	Kit fraccionario circular  Ficha de trabajo N° 2  Guía didáctica N° 6  Estrellas	<b>Instrumentos</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha de trabajo N° 2</li> </ul> Se evalúa la destreza <b>M.3.1.39.</b> Calcular sumas y restas con fracciones obteniendo el denominador común.  <ul style="list-style-type: none"> <li>• Guía didáctica N° 6</li> </ul> Se evalúa la destreza <b>M.3.1.42.</b> Resolver problemas de sumas y restas con fracciones, e interpretar la solución dentro
Resolución de problemas con restas de fracciones (45 min – 1 sesión)				

		<p>respuesta a la resta?, ¿se entendió cómo manejar el material?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Formación de grupos de entre 3 y 4 personas. Elección propia, grupos por afinidad.</li> <li>• Entrega de la guía didáctica sobre problemas de restas de fracciones.</li> <li>• Diálogo acerca del formato en cómo resolver problemas.</li> <li>• Entrega de estrellas a los estudiantes que participaron y colaboraron en los grupos de trabajo.</li> </ul>		del contexto del problema.
<p>Multiplicación de fracciones con material concreto (45 min – 1 sesión)</p>	<p>Demostrar como multiplicar fracciones.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividad neurolingüística</li> <li>• Breve introducción acerca de cómo multiplicar números fraccionarios.</li> <li>• Trabajo en parejas por afinidad</li> <li>• Explicación sobre cómo multiplicar dos fracciones con una hoja de papel boom A4 (doblar el papel de forma vertical para la una</li> </ul>	<p>Hojas de papel boom A4</p> <p>Ficha de trabajo N° 3</p>	<p><b>Instrumentos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha de trabajo N°</li> </ul> <p>Se evalúa la destreza <b>M.3.1.40.</b> Realizar multiplicaciones y divisiones entre fracciones, empleando como estrategia la simplificación.</p>

		<p>fracción y de forma horizontal para la otra fracción)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Entrega de dos papeles A4 y una ficha de trabajo con ejercicios sobre multiplicación de fracciones.</li> <li>• Dialogo sobre ¿Qué implica multiplicar fracciones con material concreto?</li> </ul>		
<p>Multiplicación de fracciones con material concreto (45 min – 1 sesión)</p>	<p>Identificar lo que implica resolver multiplicaciones con fracciones.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividad neurolingüística</li> <li>• Recordatorio acerca de cuáles son los pasos para multiplicar y su resolución.</li> <li>• La clase se desarrollará mediante el trabajo individual.</li> <li>• Explicación sobre como expresar las dos fracciones en una hoja A4 y cómo obtener el resultado.</li> <li>• Entrega de una ficha de trabajo y dos hojas A5 para la resolución de los ejercicios.</li> <li>• Socializar aspectos importantes de la actividad ¿fue sencillo? ¿existió complicaciones</li> </ul>	<p>Hojas de papel boom A5</p> <p>Ficha de trabajo N° 4</p>	<p><b>Instrumentos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha de trabajo N°</li> </ul> <p>Se evalúa la destreza <b>M.3.1.40.</b> Realizar multiplicaciones y divisiones entre fracciones, empleando como estrategia la simplificación.</p>

		para realizar el ejercicio?		
Resolución de problemas con multiplicación de fracciones (45 min – 1 sesión)	Resolver problemas a partir del razonamiento	<ul style="list-style-type: none"> <li>Entrega de una guía didáctica con los pasos del método Singapur.</li> <li>Conversatorio sobre el formato empleado para la resolución del problema de multiplicación de fracciones.</li> </ul>	Guía didáctica N° 7	<b>Instrumentos</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ficha de trabajo N°</li> </ul> Se evalúa la destreza <b>M.3.1.42.</b> Resolver problemas de multiplicaciones y divisiones con fracciones, e interpretar la solución dentro del contexto del problema.
División de fracciones con material concreto (45 min – 1 sesión)	Jugar con fracciones para dibujarlas y dividir las	<ul style="list-style-type: none"> <li>Actividad neurolingüística</li> <li>Breve introducción acerca de cómo resolver una división de fracciones. Métodos de resolución de divisiones fraccionarias.</li> <li>Entrega de una tarjeta, a cada estudiante, la cual contiene el método cruz para resolver la división de fracciones.</li> <li>Formación de parejas por afinidad</li> <li>Actividad lúdica “bingo de fracciones”: entrega de un bingo, fichas de colores y dos hojas</li> </ul>	Tablas de Bingo Fichas con números del 1 al 25 Fichas circulares de colores Hojas A5	<b>Instrumentos</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ficha de trabajo N°</li> </ul> Se evalúa la destreza <b>M.3.1.40.</b> Realizar multiplicaciones y divisiones entre fracciones, empleando como estrategia la simplificación.

		<p>A5 a cada grupo para que resuelvan los ejercicios.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conversatorio: ¿qué aprendió con esta actividad? ¿recordaron como dividir números fraccionarios? ¿les gustó esta actividad?</li> </ul>		
<p>Problemas matemáticos con las cuatro operaciones básicas</p> <p>(45 min – 1 sesión)</p>	<p>Resolver problemas con números fraccionarios. Y, desarrollar las habilidades del pensamiento como el análisis, el razonamiento y la abstracción.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dividir al grupo de estudiantes en equipos de trabajo a partir del sociograma.</li> <li>• Conversatorio con los estudiantes sobre los conocimientos previos que poseen sobre la resolución de problemas matemáticos.</li> <li>• Preguntas para el conversatorio: ¿qué procesos se realizaba para resolver los problemas de suma y resta de fracciones? ¿qué proceso se cumple en la multiplicación de fracciones? ¿qué proceso se realiza en la división de fracciones? ¿cuáles son los</li> </ul>	<p>Sobres</p> <p>Problemas matemáticos</p>	<p><b>Instrumentos</b></p> <p>Hojas de trabajo</p> <p>Lista de cotejo</p> <p>Se evalúan las destrezas:</p> <p><b>M.3.1.42.</b></p> <p>Resolver problemas de multiplicaciones y divisiones con fracciones, e interpretar la solución dentro del contexto del problema.</p> <p><b>M.3.1.42.</b></p> <p>Resolver problemas de sumas y restas con fracciones, e interpretar la solución dentro del contexto del problema.</p>

		<p>pasos para la resolución de problemas?          ¿cuál es la clave para comprender el problema?          Estas preguntas permitían al estudiante recordar el proceso para la resolución de problemas con números fraccionarios.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Presentar a todos los estudiantes diversos problemas colocados dentro de sobres.</li> <li>• Un representante de cada equipo debe tomar un sobre, abrirlo, leerlo y conversar con su grupo sobre cómo se puede encontrar la solución al problema.</li> <li>• Cada grupo debe exponer la solución propuesta para cada problema.</li> <li>• Conversatorio sobre la solución que cada grupo</li> </ul>		
--	--	---	--	--

		escogió y análisis sobre si fue resuelto correctamente o no.		
Juego y aprendizaje fracciones  (1h35min)	Reforzar los conocimientos adquiridos durante el empleo de la estrategia didáctica.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Para esta sesión se establecieron 4 actividades lúdicas diseñadas para el refuerzo del contenido de fracciones.</li> <li>• Las actividades se desarrollarán por equipos de trabajo. Cada equipo seleccionará a los delegados que participarán en cada actividad que tendrá que ser completada en un tiempo de 10 minutos.</li> </ul> <p><b>Reglas del juego:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Los estudiantes que no pertenezcan al juego delegado no pueden dictar o ayudar con pistas para llegar a las respuestas, caso contrario se quitará</li> </ul>	10 tarjetas con problemas	La participación de cada estudiante fue registrada en una hoja de registro para constatar lo que se pudo resolver y qué equipo sería el ganador al final.
			Cartel (anexo 29) 12 sobres de colores 12 problemas matemáticos	

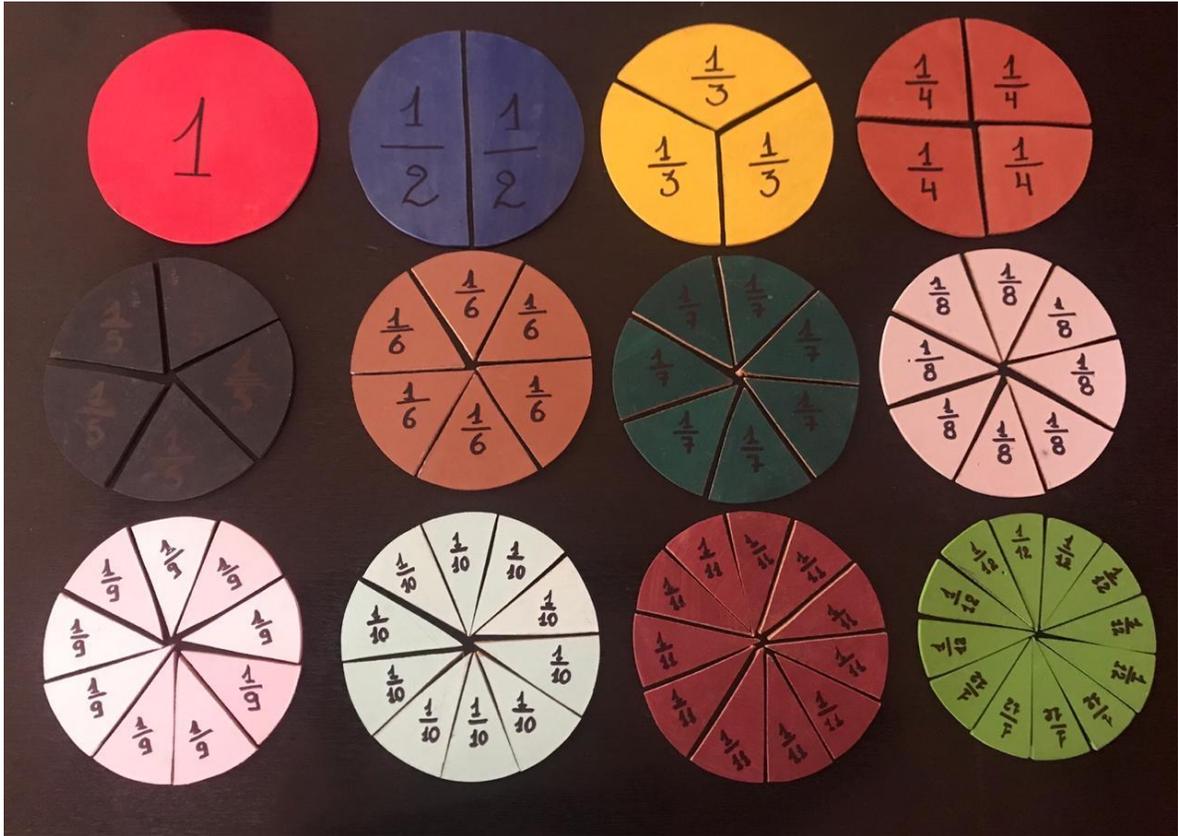
		<p>puntos a su equipo.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El equipo con más puntos será el ganador.</li> <li>• En caso de empate, el equipo ganador será el que en menos tiempo realizó los juegos.</li> </ul> <p>Primer juego:  <b>Charadas fraccionarias</b>  <b>Tiempo:</b> 10 minutos  <b>Participantes:</b> 4 personas</p> <p><b>Descripción:</b>          Cuatro estudiantes participarán en cada equipo. Cada estudiante se colocará una tarjeta en la frente (esta persona desconoce lo que está en la tarjeta). Los compañeros del mismo grupo le darán pistas (palabras y gestos) al estudiante para que identifique lo que está escrito en la tarjeta.</p> <p>Cuando el estudiante adivine lo que está en la</p>	<p>Hojas de papel cuadriculadas</p> <p>Botellas plásticas          Pelota de goma          Problemas matemáticos</p> <p>Globos          Alfileres          8 sobres          2 problemas          2 ejercicios</p>	
--	--	---	--	--

		<p>tarjeta, inmediatamente es el turno del siguiente compañero.</p> <p><b>Nota:</b> En caso de que el integrante del equipo no logre adivinar en un tiempo de 10 segundos tendrá que pasar al siguiente.</p> <p>Segundo juego:  <b>Cartel de fracciones</b>  <b>Tiempo:</b> 10 minutos  <b>Participantes:</b> 4 personas</p> <p><b>Descripción:</b>  Cada grupo tiene que acercarse a un cartel para tomar un sobre. Después de seleccionar el sobre, el estudiante con ayuda de sus compañeros de grupo tiene que resolver lo que diga el sobre.</p> <p>Tercer juego:  <b>Bolos fraccionarios</b>  <b>Tiempo:</b> 10 minutos  <b>Participantes:</b> 5 personas</p> <p><b>Descripción:</b></p>	<p>Hojas de papel cuadriculadas</p>	
--	--	--	-------------------------------------	--

		<p>Colocar las botellas en fila de manera que los estudiantes puedan derribarlas como en el juego de los bolos.</p> <p>Cada botella debe tener pegado en ella un problema matemático, de manera que, cuando un estudiante derribe una botella tendrá que resolver el problema que allí se encuentra.</p> <p>La actividad se desarrollará en equipos de 5 personas. Solo los miembros del mismo equipo pueden ayudar al estudiante a resolver el problema.</p> <p>Cuarto juego:  <b>Revienta el globo.</b>  <b>Tiempo:</b> 10 minutos  <b>Participantes:</b> 4 estudiantes  <b>Descripción:</b>          Colocar 4 globos hinchados al costado de cuatro sobres con problemas y ejercicios.</p> <p>Cada integrante del equipo tiene</p>		
--	--	--	--	--

		<p>que seleccionar un sobre, resolver el ejercicio o problema y reventar un globo para que el siguiente participante continúe con la misma actividad.</p> <p><b>NOTA:</b> al equipo ganador se le entregará un certificado por haber ganado el concurso. Y a los demás estudiantes se les entregará un certificado por haber colaborado en la actividad y en las sesiones anteriores</p>		
--	--	--	--	--

Anexo 13: kit fraccionario circular de madera





## Desarrollando competencias en el aprendizaje de fracciones

### Ficha de trabajo

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

**Objetivo:** reflejar los conocimientos adquiridos en la fase concreta, de forma gráfica y abstracta.

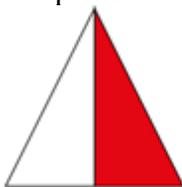
### Método Singapur: noción de fracción

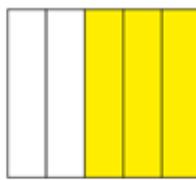
**Instrucciones:** Lea atentamente las siguientes actividades, use su imaginación y recuerde lo que realizamos en clase para resolverlas.

#### Fase Pictórica

1. Escriba la fracción que corresponde a cada gráfico. Recuerde que, la parte coloreada es la parte que tomamos del entero.










2. Represente con una figura las siguientes fracciones.

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{6}$$

$$\frac{4}{7}$$

$$\frac{5}{10}$$

#### Fase Abstracta

Usando el kit de fracciones que se le entregó indique la relación de orden ( $>$  mayor que,  $<$  menor que, o  $=$  igual) entre las siguientes fracciones.

$$\frac{2}{3} \square \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{2} \square \frac{2}{4}$$

$$\frac{5}{6} \square \frac{8}{2}$$

$$\frac{1}{7} \square \frac{1}{7}$$

#### Destrezas abordadas en esta guía

**Fase Pictórica: M.3.1.33.** Leer y escribir fracciones a partir de un objeto, un conjunto de objetos fraccionables o una unidad de medida.

**Fase Abstracta: M.3.1.37.** Establecer relaciones de orden entre fracciones, utilizando material concreto, la semirrecta numérica y simbología matemática ( $=$ ,  $<$ ,  $>$ ).



## Desarrollando competencias en el aprendizaje de fracciones



### Ficha de trabajo

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_



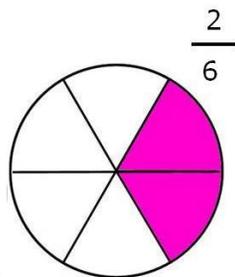
#### ¿Qué es una fracción?

Es un número, que se obtiene de dividir un entero en partes iguales.

$$\frac{2}{6} \rightarrow \text{Numerador}$$
$$\frac{2}{6} \rightarrow \text{Denominador}$$

Se lee. *Dos sextos*

#### Elementos de una fracción



Ejemplo:

Junto a sus compañeros de grupo realice las siguientes actividades:

#### FASE CONCRETA

A) Con el material que dispone forme 6 fracciones.

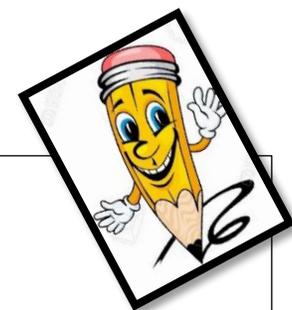
#### FASE PICTÓRICA

B) Una vez que haya formado las 6 fracciones. Representélas mediante dibujos.

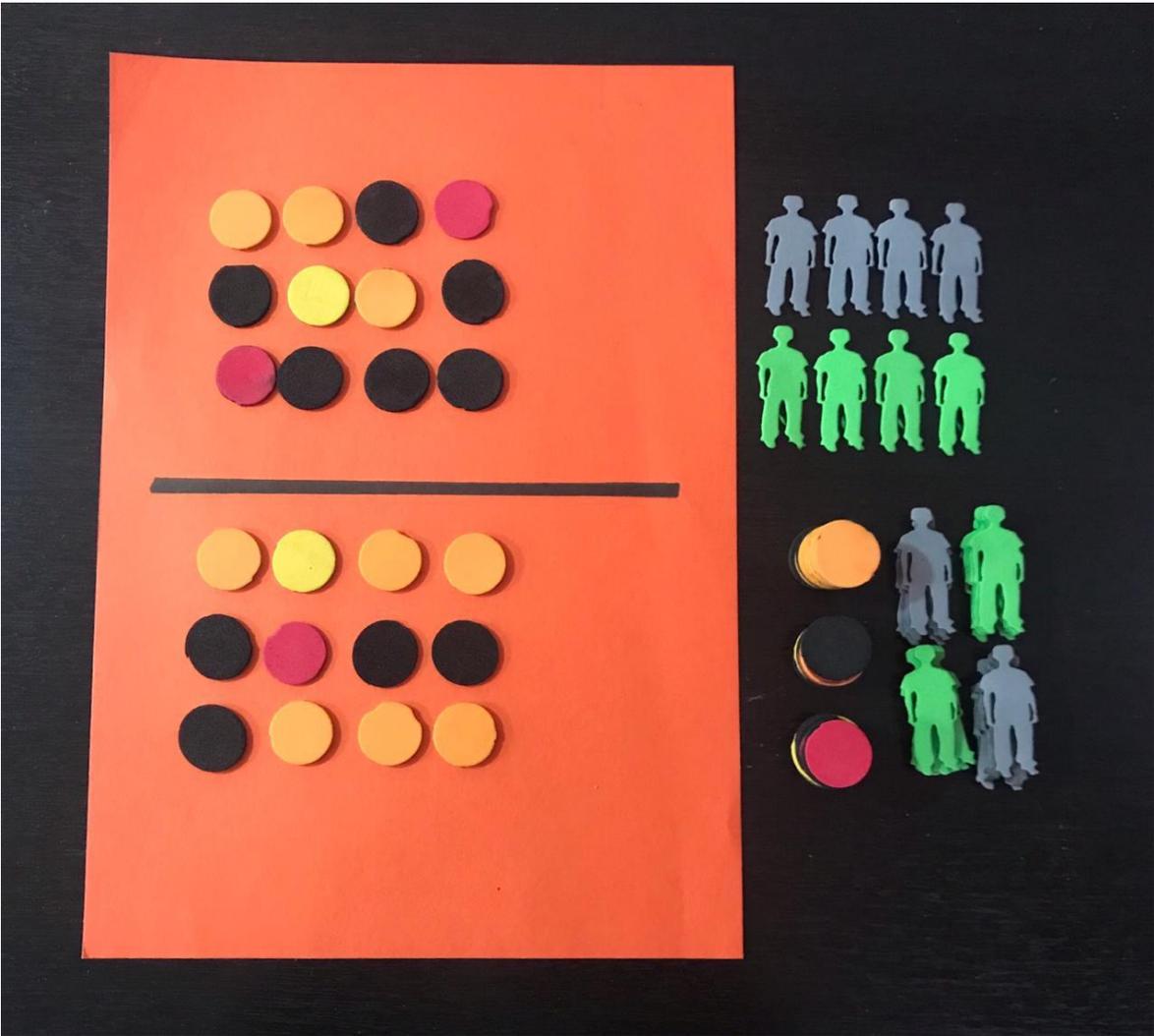
#### FASE ABSTRACTA

C) Con las mismas fracciones, indique cual es mayor  $>$ , menor  $<$  o igual  $=$ .

—  —      —  —      —  —



Anexo 16: papel, fichas de colores y siluetas



FICHA DE TRABAJO SOBRE LA SIMPLIFICACIÓN

NOMBRE: \_\_\_\_\_

FECHA: \_\_\_\_\_

¡Puedes hacerlo!



Recuerda  
Que ...

**Simplificar** es convertir una expresión matemática en otra más simple, pero equivalente.

**Ejemplo:**

$$\frac{24}{108} \xrightarrow{\div 2} \frac{12}{54} \xrightarrow{\div 2} \frac{6}{27} \xrightarrow{\div 3} \frac{2}{9}$$

Junto con sus compañeros de grupo realice las siguientes actividades.

- **Fase Concreta**

1. **Converse con sus compañeros:** ¿para cuántas personas podemos dividir las fracciones escritas en la tarjeta? Comprueben sus respuestas usando las fichas entregadas.

- **Fase Abstracta**

2. **Indique el número para el cual es divisible cada fracción en base a lo que se demuestre con las fichas (círculos y personas).**

$$\frac{4}{10} \text{ es divisible para } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{6}{9} \text{ es divisible para } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{10}{15} \text{ es divisible para } \underline{\hspace{2cm}}$$

3. **Simplifique las siguientes fracciones aplicando lo aprendido con las fichas. Mire el ejemplo.**

**EJEMPLO:**

$$\frac{4}{8} = \frac{4 \div 2}{8 \div 2} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$$

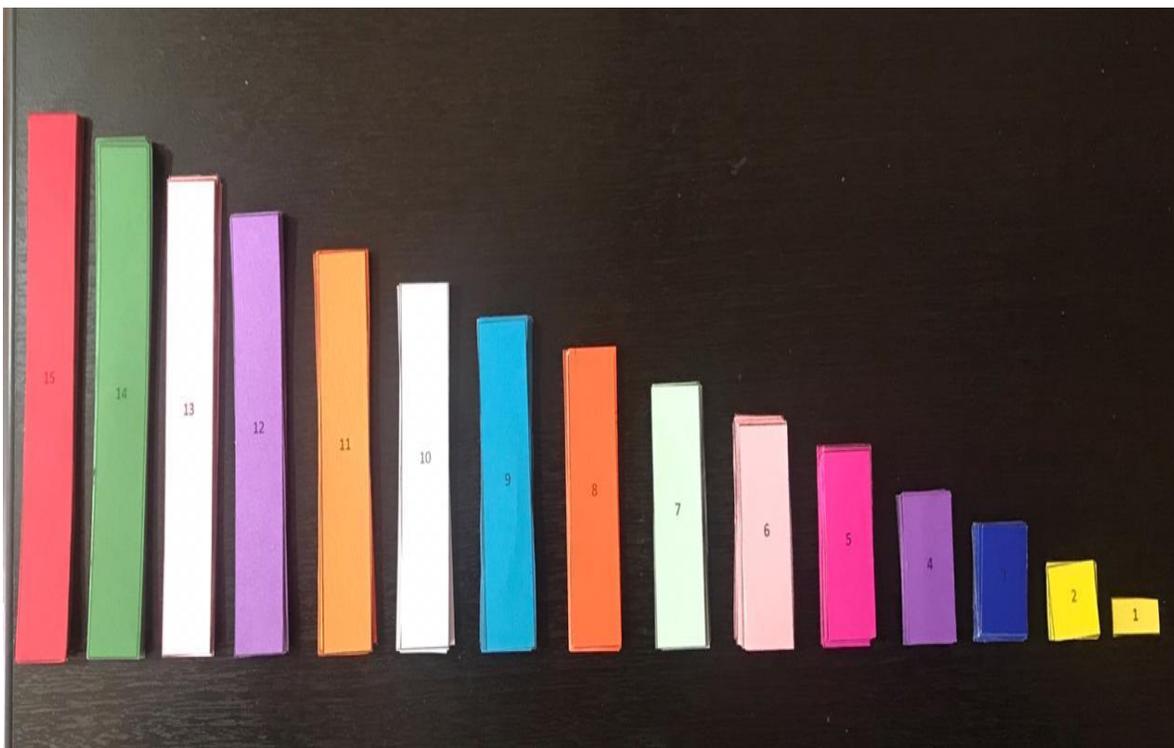
$$\frac{9}{18} =$$

$$\frac{8}{10} =$$

$$\frac{6}{12} =$$



Anexo 18: Fichas numéricas del m.c.m.



**FICHA DE TRABAJO SOBRE EL M.C.M**

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_



Recuerda...

El **Mínimo común múltiplo** es el número positivo más pequeño que es múltiplo de dos o más números.

**Ejemplo:**

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \\ \hline 24 & = 2^3 \cdot 3 \end{array}$$

Junto a sus compañeros de grupo realice lo siguiente:

**FASE CONCRETA**

1. Utilizando las fichas numéricas encuentre el mínimo común múltiplo (m.c.m) de los siguientes grupos de números.

Hallar el m.c.m. de  
3 y 10:

Hallar el m.c.m. de  
2, 6 y 8:

Hallar el m.c.m. de  
10 y 15:

Hallar el m.c.m. de  
3, 9 y 12:

**FASE ABSTRACTA**

2. Hallar el mínimo común múltiplo (m.c.m) descomponiendo las cantidades en sus factores primos.

12	4	3		

m.c.m. =

30	15	5		

m.c.m. =

8	5	3		

m.c.m. =

Anexo 20: Ficha de trabajo sobre suma de fracciones

**FICHA DE TRABAJO SOBRE SUMA DE FRACCIONES**

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_

**FECHA:** \_\_\_\_\_



**¡Ánimo!**

**¡Tú puedes hacerlo!**



**Junto con sus compañeros de grupo realice las siguientes actividades.**

**Fase Concreta**

**1. Resuelva las siguientes sumas de fracciones con el material concreto que se le entregó y coloque la respuesta correspondiente a cada suma.**

$$\frac{2}{4} + \frac{1}{8} =$$

$$\frac{4}{5} + \frac{5}{10} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} =$$

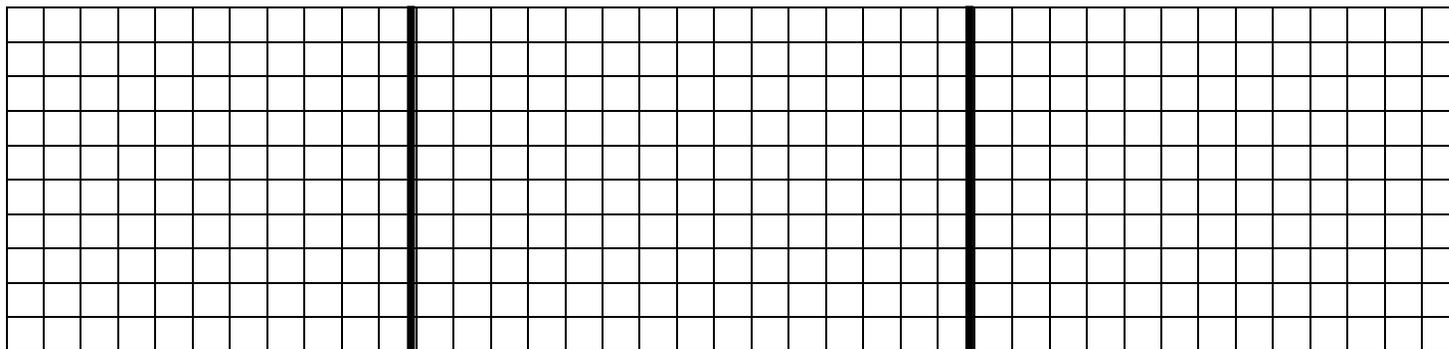
**Fase Pictórica**

**2. Grafique las siguientes sumas, realice las operaciones con el material concreto y coloque la respuesta correcta.**

$$\frac{2}{4} + \frac{1}{8} =$$

$$\frac{4}{5} + \frac{5}{10} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} =$$



**Recuerda que** existen sumas de fracciones homogéneas y heterogéneas.

Si queremos **sumar fracciones homogéneas** tenemos que sumar los numeradores y colocar el mismo denominador.



Anexo 21: Guía didáctica sobre problemas con sumas de fracciones



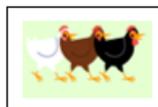
**GUÍA DIDÁCTICA SOBRE PROBLEMAS DE FRACCIONES**

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_

**FECHA:** \_\_\_\_\_

Junto con sus compañeros:

1. Lea atentamente, las veces que sean necesarias, el siguiente problema.



Manuel ha ido a recoger los huevos de sus gallinas ponedoras. De las blancas ha recogido  $\frac{4}{5}$  como de costumbre, y de las marrones solo ha recogido  $\frac{5}{10}$ . ¿Cuántos huevos ha recogido Manuel en total?

2. Identifique de qué trata el problema.

¿De qué trata el problema?	¿Qué datos necesita?	¿Qué datos debe averiguar?
----------------------------	----------------------	----------------------------

3. Utilice el kit de fracciones circulares para representar los datos encontrados en el problema.
4. Relea el problema frase por frase. Ahora, diga qué operación se debe realizar para hallar la solución al problema. ¿Por qué se debe realizar esa operación?

¿Qué operación?	
¿Qué datos necesita?	

5. Dibuje los datos del problema representados con el material concreto.

6. Identificar la pregunta del problema

\_\_\_\_\_

7. Realice las operaciones correspondientes

**1ra forma**

Resuelva la operación matemática usando el kit fraccionario circular. Dibuje y escriba su respuesta en este cuadro.

**2da forma**

Resuelva la operación matemática hallando el m.c.m

8. Escriba la respuesta final y diga si pudo hallar la respuesta usando las dos formas.

Respuesta Final	
¿Logró obtener la respuesta usando las dos formas? Marque con una equis su respuesta.	SI NO



Destreza abordada en esta guía

M.3.1.42. Resolver problemas de sumas y restas con fracciones, e interpretar la solución dentro del contexto del problema.



**Fase Abstracta**

**3. Resuelva las siguientes restas hallando el mínimo común múltiplo (m.c.m.). Indique si pudo obtener el mismo resultado que en la etapa anterior.**

$$\frac{2}{3} - \frac{5}{9} =$$

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{3} =$$

$$\frac{8}{12} - \frac{2}{6} =$$

$$\frac{2}{5} - \frac{1}{10} =$$

## Anexo 23: Guía didáctica de problemas sobre restas de fracciones

**GUÍA DIDÁCTICA SOBRE PROBLEMAS DE FRACCIONES**
**NOMBRE:** \_\_\_\_\_

**FECHA:** \_\_\_\_\_

Junto con sus compañeros:

1. Lea atentamente, las veces que sean necesarias, el siguiente problema.

	La madre de Ana tiene $\frac{4}{5}$ de barra de chocolate y le da a su hija $\frac{7}{10}$ de la barra ¿Cuánto de chocolate le quedó a la madre de Ana?
---	--

2. Identifique de qué trata el problema.

¿De qué trata el problema?	¿Qué datos necesita?	¿Qué datos debe averiguar?
----------------------------	----------------------	----------------------------

3. Utilice el kit de fracciones circulares para representar los datos encontrados en el problema.
4. Relea el problema frase por frase. Ahora, diga qué operación se debe realizar para hallar la solución al problema. ¿Por qué se debe realizar esa operación?

¿Qué operación?	
¿Qué datos necesita?	

5. Dibuje los datos del problema representados con el material concreto.

6. ¿Cuál era la pregunta del problema?

\_\_\_\_\_

7. Realice las operaciones correspondientes

**1ra forma**

Resuelva la operación matemática usando el kit fraccionario circular. Dibuje y escriba su respuesta en este cuadro.

**2da forma**

Resuelva la operación matemática hallando el m.c.m

8. Escriba la respuesta final y diga si pudo hallar la respuesta usando las dos formas.

Respuesta Final		
¿Logró obtener la respuesta usando las dos formas?	SI	NO
Marque con una equis su respuesta.		



**Destreza abordada en esta guía**

**M.3.1.42. Resolver problemas de sumas y restas con fracciones, e interpretar la solución dentro del contexto del problema.**



### GUÍA DIDÁCTICA SOBRE PROBLEMAS DE FRACCIONES

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_

**FECHA:** \_\_\_\_\_

Junto con sus compañeros:

1. Lea atentamente, las veces que sean necesarias, el siguiente problema.

	Se necesitan $\frac{8}{6}$ de litro de pintura para pintar un metro cuadrado de pared, si queremos pintar $\frac{1}{5}$ de metro cuadrado de pared ¿Cuánta pintura necesitaremos?
---	---

2. Identifique de qué trata el problema.

¿De qué trata el problema?	¿Qué datos necesita?	¿Qué datos debe averiguar?
----------------------------	----------------------	----------------------------

3. Utilice el kit de fracciones circulares para representar los datos encontrados en el problema.
4. Relea el problema frase por frase. Ahora, diga qué operación se debe realizar para hallar la solución al problema. ¿Por qué se debe realizar esa operación?

¿Qué operación?	
¿Qué datos necesita?	

5. Dibuje los datos del problema representados con el material concreto.

9. ¿Cuál era la pregunta del problema?

---

10. Realice las operaciones correspondientes

**1ra forma**

Resuelva la operación matemática usando el material entregado. Dibuje y escriba su respuesta en este cuadro.

**2da forma**

Resuelva la operación matemática.

11. Escriba la respuesta final y diga si pudo hallar la respuesta usando las dos formas.

Respuesta Final	
¿Logró obtener la respuesta usando las dos formas?	SI NO
Marque con una equis su respuesta.	

**Destreza abordada en esta guía**

**M.3.1.42. Resolver problemas de multiplicaciones y divisiones con fracciones, e interpretar la solución dentro del contexto del problema.**

Anexo 26: problemas con las cuatro operaciones básicas matemáticas

El cabello de Heidi medía  $\frac{2}{3}$  de metro de largo. Su abuelo le cortó  $\frac{1}{6}$  de metro. ¿Qué tan largo es el cabello de Heidi ahora?

Si se necesitan  $\frac{2}{5}$  de naranja para hacer un vaso de jugo de naranja ¿cuántas naranjas necesitas para hacer 2 vasos?

Una receta para preparar pastelillos de cereza necesita  $\frac{3}{4}$  tazas de cerezas. Si queremos preparar  $\frac{1}{2}$  de la receta, ¿cuánto de cerezas necesitaremos?

En la fiesta, Aisha y sus amigas se comieron  $\frac{5}{2}$  de pizza. Después de la fiesta sobra  $\frac{9}{8}$  de pizza. ¿Cuántas pizzas había al inicio de la fiesta?

La pecera de Kathy tiene una gran variedad de animales marinos. Entre ellos, tiene  $\frac{1}{6}$  de estrellas de mar y  $\frac{2}{5}$  de pulpos. ¿Qué fracción representa el total de estrellas de mar y pulpos?

Dos gatos, Esponjita y Burbuja, se encontraron en el parque. La cola de Esponjita mide  $\frac{1}{3}$  de metro de largo. La cola de Burbuja mide  $\frac{1}{4}$  de metro de largo. ¿Qué tanto más larga es la cola de Esponjita que la cola de Burbuja?

Isaac tiene permiso de jugar videojuegos durante  $\frac{5}{3}$  de horas cada día. Hoy ya jugó  $\frac{4}{3}$  horas. ¿Qué fracción de hora le queda aún a Isaac para jugar videojuegos hoy?

Si se necesitan  $\frac{2}{5}$  de naranja para hacer un vaso de jugo de naranja ¿cuántas naranjas necesitas para hacer 2 vasos?

Martha tiene un negocio en el cual vende huevos empacados por docena. Uno de sus clientes le pide solamente  $\frac{1}{6}$  de docena, ¿cuántos huevos debe venderle Martha?

Karin quiere hornear galletas. Cada galleta requiere  $\frac{5}{10}$  gramos de vainilla. Ella tiene  $\frac{40}{8}$  gramos de vainilla. ¿Cuántas galletas puede hornear?

En una carrera de postas que mide  $\frac{3}{2}$  de kilómetro, cada corredor de cada equipo correrá  $\frac{1}{4}$  de kilómetro. ¿Cuántos corredores necesita cada equipo?

Amira tiene  $\frac{3}{4}$  de una bolsa de comida para gato. Su gato come  $\frac{1}{10}$  de bolsa por semana. ¿Para cuántas semanas alcanzará la comida?

Anexo 27: lista de cotejo sobre la sesión de problemas

### Lista de cotejo

**NOTA:** La siguiente lista de cotejo permitirá evaluar a cada grupo sus conocimientos básicos del contenido de fracciones, así como, la responsabilidad y respeto en el transcurso de la actividad.

LISTA DE COTEJO			
Ítems a evaluar	SI	NO	OBSERVACIONES
Participan activamente durante la actividad			
El grupo asume roles para lograr un buen trabajo			
Logran comprender el problema			
Siguen los pasos adecuados para resolver el problema			
Siguen los pasos adecuados para resolver los ejercicios			
Usan un lenguaje adecuado al momento de explicar su trabajo a todos los compañeros			
Respetan las ideas de los integrantes del grupo			

## Anexo 28: tarjetas para charadas

$$\frac{4}{5} + \frac{2}{6} = \frac{34}{30}$$

$$\frac{5}{3} \times \frac{9}{6} = \frac{45}{18}$$

$$\frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{6}{8} \div \frac{5}{4} = \frac{3}{5}$$

## Anexo 29: problemas para el cartel

Joanna lleva sus libros a la escuela en la mochila. El libro que sacó de la Biblioteca pesa  $\frac{3}{2}$  Kilogramos, el libro que compró en la librería pesa  $\frac{4}{3}$  kilogramos y el libro que su mamá le regaló pesa  $\frac{7}{3}$  kilogramos ¿Cuánto pesan en total los libros de Joanna en total?

Resuelva la siguiente operación:

$$\frac{6}{8} \times \frac{5}{4} =$$

¿Cuáles son los pasos para resolver una multiplicación de fracciones?

Durante un año Katy ha ahorrado  $\frac{7}{5}$  de dinero para ir de vacaciones con sus amigas. Pero, gastó  $\frac{3}{5}$  de sus ahorros comprando ropa ¿Cuánto dinero le queda a Katy para sus vacaciones?

Sara tiene en su jardín  $\frac{4}{2}$  de jarrones con flores de colores. La hija de su hermana llegó a visitarla y sin culpa hizo caer al piso  $\frac{8}{5}$  de los jarrones ¿Cuántos jarrones le quedan a Sara?

Resuelva la siguiente operación:

$$\frac{4}{3} + \frac{8}{4} =$$

Anexo 30: botellas de problemas



Anexo 31: problemas y ejercicios juego

La clase de arte de Harry dura  $\frac{5}{6}$  de hora cada día. Hoy, ha estado en la clase durante  $\frac{2}{5}$  de hora hasta el momento. ¿Cuánto falta para que acabe la clase?

Tyler y Katy están trabajando en su puesto de limonada. Han vendido  $\frac{1}{2}$  jarra de limonada y ahora les queda  $\frac{1}{3}$  de jarra por vender. ¿Con qué fracción de jarra de limonada empezaron?

$$\frac{3}{8} * \frac{2}{27} =$$

$$\frac{4}{10} - \frac{1}{4} =$$

## Cesión de Derechos

Javier Loyola, 04 de Julio del 2019

Yo Lilibeth Anaí Alba Cobos, autora del proyecto “El método Singapur para el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos con números fraccionarios”, estudiante de la carrera de Educación Básica, Itinerario de Matemática, de la Universidad Nacional de Educación, con número de identificación 0105122287, mediante el presente documento dejo constancia de que la obra es de mi exclusiva autoría y producción.

1. Cedo a la Universidad Nacional de Educación, los derechos exclusivos de reproducción, comunicación pública, distribución y divulgación, pudiendo, por lo tanto, la Universidad utilizar y usar esta obra por cualquier medio conocido o por conocer, reconociendo los derechos de autor. Esta autorización incluye la reproducción total o parcial en formato virtual, electrónico, digital u óptico, como usos en red local y en internet.
2. Declaro que en caso de presentarse cualquier reclamación de parte de terceros respecto de los derechos de autor/a de la obra antes referida, yo asumiré toda responsabilidad frente a terceros y a la Universidad.
3. En esta fecha entrego a la Universidad, el ejemplar respectivo y sus anexos en formato digital o electrónico.

Nombre: Lilibeth Anaí Alba Cobos

Firma .....

## Cesión de Derechos

Javier Loyola, 04 de Julio del 2019

Yo María del Carmen García Cárdenas, autora del proyecto “El método Singapur para el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos con números fraccionarios”, estudiante de la carrera de Educación Básica, Itinerario de Matemática, de la Universidad Nacional de Educación, con número de identificación 0302534516, mediante el presente documento dejo constancia de que la obra es de mi exclusiva autoría y producción.

1. Cedo a la Universidad Nacional de Educación, los derechos exclusivos de reproducción, comunicación pública, distribución y divulgación, pudiendo, por lo tanto, la Universidad utilizar y usar esta obra por cualquier medio conocido o por conocer, reconociendo los derechos de autor. Esta autorización incluye la reproducción total o parcial en formato virtual, electrónico, digital u óptico, como usos en red local y en internet.
2. Declaro que en caso de presentarse cualquier reclamación de parte de terceros respecto de los derechos de autor/a de la obra antes referida, yo asumiré toda responsabilidad frente a terceros y a la Universidad.
3. En esta fecha entrego a la Universidad, el ejemplar respectivo y sus anexos en formato digital o electrónico.

Nombre: María del Carmen García Cárdenas

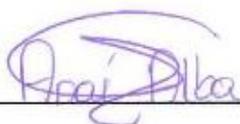
Firma .....



Lilibeth Anaí Alba Cobos en calidad de autor/a y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación “El Método Singapur para el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos con números fraccionarios”, de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad Nacional de Educación UNAE una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad Nacional de Educación UNAE para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

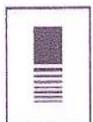
Azogues, 12 de agosto del 2019



---

Lilibeth Anaí Alba Cobos

C.I: 0105122287



UNA E

## Cláusula de Propiedad Intelectual

---

Lilibeth Anaí Alba Cobos, autor/a del trabajo de titulación “El Método Singapur para el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos con números fraccionarios”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Azogues, 12 de agosto del 2019

---

Lilibeth Anaí Alba Cobos

C.I: 0105122287



**UNAE**

## Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

---

María del Carmen García Cárdenas en calidad de autor/a y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación “El Método Singapur para el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos con números fraccionarios”, de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad Nacional de Educación UNAE una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad Nacional de Educación UNAE para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Azogues, 12 de agosto de 2019

María del Carmen García Cárdenas

C.I: 0302534516



UNA E

## Cláusula de Propiedad Intelectual

---

María del Carmen García Cárdenas autor/a del trabajo de titulación “El Método Singapur para el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos con números fraccionarios”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Azogues, 12 de agosto de 2019

María del Carmen García Cárdenas

C.I: 0302534516

## Certificación del Tutor

Luis Enrique Hernández Amaro, con cédula de identidad 0150827103, docente de la  
Universidad Nacional de Educación

## Certifica

Que el trabajo de titulación “El método Singapur para el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos con números fraccionarios”, ha sido desarrollado por las estudiantes Lilibeth Anaí Alba Cobos, CI: 0105122287 y María del Carmen García Cárdenas, CI: 0302534516, pertenecientes al IX ciclo de la carrera de Educación Básica, Itinerario de Matemática, de la Universidad Nacional de Educación. El mismo ha sido procesado con el sistema TURNITIN y posee menos del 10% (9%) de similitud con otros trabajos ya publicados.

Las estudiantes han cumplido el cronograma de investigación establecido, trabajando con sistematicidad, independencia y creatividad; el resultado de su trabajo es aplicable a la mejora del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la Educación General Básica.

Luis Enrique Hernández Amaro



Lilibeth Anaí Alba Cobos



María del Carmen García Cárdenas

