

# Aprendizaje de cónicas con la realidad y GeoGebra

## Learning conics with reality and GeoGebra

Rolando Morocho<sup>10</sup>

### Resumen

Como docente de matemática se busca la forma de hacer adaptaciones a través de la flexibilidad del currículo para que el aprendizaje sea activo y reflexivo. Por lo que se plantea el análisis de figuras arquitectónicas que están relacionadas con las cónicas, que se utilizan en la ciencia e ingeniería. Con este trabajo se pretende que los estudiantes asimilen los contenidos de las cónicas con la realidad mediante el análisis de una figura arquitectónica con la ayuda de las Tics en especial GeoGebra, de esta manera los estudiantes conseguirán un aprendizaje significativo. Además, las evaluaciones se desarrollan en todo el proyecto de enseñanza-aprendizaje, tomando en cuenta sus habilidades y competencias y no solo una evaluación sumativa, discriminatoria.

**Palabras claves:** GeoGebra, cónicas, aprendizaje significativo, proyectos.

### Abstract

As a mathematics teacher, we look for a way to make adaptations through the flexibility of the curriculum so that learning is active and reflective. Therefore, the analysis of architectural figures that are related to conics, which are used in science and engineering, is

---

<sup>10</sup> Unidad Educativa Rafael Aguilar Pesántez. [rmorochoq\\_88@hotmail.com](mailto:rmorochoq_88@hotmail.com)

proposed. With this work it is intended that the students assimilate the contents of the conics with the reality the analysis of an architectural figure through the help of the Tics, especially GeoGebra, in this way the students will achieve significant learning. In addition, the evaluations are developed throughout the teaching-learning project, taking into account their skills and competencies and not just a summative, discriminatory evaluation.

**Keywords:** GeoGebra, conics, meaningful learning, projects.

### **Planteamiento del problema o descripción de la experiencia**

Los estudiantes al estudiar la temática referente a las cónicas reciben clases demostrativas de fórmulas y teóricas, más no referente a su verdadera aplicación en la vida cotidiana, ciencia e ingeniería. Así mismo, los estudiantes son evaluados en la retención de los contenidos o formulas, y no en la aplicación de las mismas, debido a que las fórmulas o teoremas se puede encontrar en los libros o en la intranet, pero lo importante radica en cómo aplicar las definiciones matemáticas para el bien común. Además, al momento de enseñar matemáticas juega un rol importante las Tics, aún más en cónicas debido que se puede plasmar de manera gráfica sus ecuaciones e irlos dando su verdadero significado y aplicación.

Es por ello que se planteó la siguiente pregunta: ¿los estudiantes saben relacionar los teoremas o contenidos matemáticos de las cónicas con la realidad?

Y se ha establecido como **objetivo general:** interactuar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de cónicas con la realidad y GeoGebra para los estudiantes.

### **Objetivos específicos:**

- Instaurar en los estudiantes la importancia de la geometría “cónicas” en la ciencia e ingeniería.
- Diseñar una estrategia didáctica para que los estudiantes desarrollen un proyecto de análisis de una figura arquitectónica.
- Desarrollar las estrategias didácticas en el desarrollo del proyecto.
- Evaluar la incidencia de las estrategias didácticas.

## **Marco teórico**

El estudiante adquiere sus conocimientos dependiendo de cómo se presenta la información, ya que procesa todo lo que ocurre en su entorno. Los estudiantes partirán de una conceptualización abstracta a indagar, experimentar, y reflexionar mediante un proyecto de análisis de una figura arquitectónica. Según mencionan Blank, Dickinson, Harwell (como se citó en Galeana, 2006) el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP). “Es un modelo de aprendizaje en el que los estudiantes planean, implementan y evalúan proyectos que tienen aplicación en el mundo real más allá del aula de clase” (p.1). Este método permite que los estudiantes desarrollen sus habilidades y capacidades, en donde el docente es el mediador de los procesos de aprendizaje.

Además, este método se puede aplicar en cualquier materia aprovechando la flexibilidad del currículo, debido a que ayuda a la adquisición de elementos cualitativos necesarios para alcanzar las planificaciones curriculares de cualquier asignatura (Hernández & Martín, 2014).

El uso de las Tics en la enseñanza es muy utilizado cuando se trabaja con proyectos ya que ayuda para la investigación y análisis. Según Galeana (2006) el ABP ha sido investigado y aplicado por el Dr. Davod Moursund, utilizando las TICs con proyectos de aprendizaje y con fundamento ha propuesto el uso del mismo en el currículo.

Dentro de las Tics para la enseñanza de la matemática tenemos GeoGebra. Misma que es un software libre para la educación de matemática para todos los niveles escolares en donde se conglera la aritmética, geométrica, algebra y cálculo, entre otras (Hernández, 2010). Además, este autor menciona que GeoGebra permite la representación de vistas gráficas, algebraicas y estadísticas, así mismo la organización de tablas, planillas y hojas de datos que se relacionan dinámicamente.

## **Metodología**

El enfoque de investigación es mixto; cuantitativo porque se empleará estadística para tabular los resultados de la investigación y cualitativo porque se busca conocer las opiniones de los estudiantes a través de las conclusiones y recomendaciones de los proyectos presentados.

La población consiste en 27 estudiantes de la Unidad Educativa Indanza en dos periodos lectivos; 10 estudiantes (7 hombres, 3 mujeres) del tercero de bachillerato en el periodo 2017-2018 y 17 (8 hombres, 9 mujeres) estudiantes del 2do de bachillerato en el periodo Lectivo 2018-2019.

Los métodos a utilizarse es la etnográfica y positivista debido a que se desarrolla un conocimiento científico, en donde los estudiantes trabajaran en grupo siguiendo una sistematización para conseguir el mejor resultado posible a asemejarse a la figura arquitectónica seleccionada.

### ***Técnicas e instrumentos***

Las técnicas a manejarse en esta investigación son: tareas de ejecución (proyecto), la observación (lista de cotejo) y de comunicación personal (diario). La recopilación y revisión documental de estos nos servirán para contrastar las experiencias generadoras del conocimiento en los estudiantes.

Los instrumentos a utilizarse se basan acorde a las técnicas planteadas por lo que utilizaremos:

Instrumento de evaluación por tareas de ejecución. Proyecto, los estudiantes en grupo seleccionaran la figura arquitectónica que será su proyecto a desarrollar o a demostrar de que cónicas están compuestas dicha figura arquitectónica.

Instrumento de evaluación por observación: Lista de cotejo, esta nos ayudara a verificar si los estudiantes están analizando de manera sistemática las figuras arquitectónicas.

Instrumento de evaluación de comunicación personal: Diario, los estudiantes deben de ir almacenando toda la información recabada y los intentos por llegar a conseguir la Figura arquitectónica.

### **Desarrollo**

Para iniciar esta implementación, se presentó a los estudiantes las instrucciones a seguir para el desarrollo del proyecto, que consiste en seleccionar una figura arquitectónica y corroborar las posibles cónicas que lo componen.

<b>UNIDAD EDUCATIVA "INDANZA"</b>	<b>CÓNICAS</b>	
---------------------------------------	----------------	---

<b>NIVEL:</b> Bachillerato Superior	<b>ÁREA:</b> MATEMÁTICAS	<b>ASIGNATURA:</b> MATEMÁTICAS	<b>AÑO LECTIVO</b>
SEGUNDO DE BACHILLERATO	GRUPOS/PARALELOS: "A"	QUIMESTRE	II
<b>DOCENTE:</b> ING. ROLANDO MOROCHO		Parcial II	

### TRABAJO DE ANÁLISIS DE SUPERFICIES CÓNICAS EN LA CIENCIA E INGENIERÍA

<b>Integrantes:</b>	<b>Fecha:</b>
---------------------	---------------

#### ¡Bienvenidos jóvenes científicos e ingenieros!

Les invitamos a participar en este importante proyecto de ciencia e ingeniería. En este proyecto deben de analizar y construir una figura arquitectónica a su elección y dar a conocer de las superficies que lo componen.

¡Éxitos!

#### OBJETIVOS:

- Conocer las cónicas que pueden llegar a conformar una figura arquitectónica.
- Emplear los conocimientos de cónicas para representar superficies cónicas de revolución reales.
- Establecer las ecuaciones canónicas de la superficie que componen la figura arquitectónica.
- Aproximar las gráficas de las superficies mediante los programas matemáticos GeoGebra y derive para realizar los cálculos.
- Construir la figura arquitectónica con las medidas obtenidas.

#### PASOS A SEGUIR:

- 1) Elegir la obra arquitectónica para el estudio y construcción del mismo.
- 2) Diagramar la figura arquitectónica elegida.
- 3) Buscar la escala adecuada para trabajar.
- 4) Determinar las ecuaciones canónicas de las superficies que componen la figura arquitectónica.
- 5) Comprobar las ecuaciones con GeoGebra o derive.
- 6) Realizar las gráficas de las cónicas con GeoGebra.
- 7) Presentar las gráficas en 3D de las cónicas de revolución.
- 8) Construir el sólido con algún material del medio con base a los datos recopilados.
- 9) Realizar el análisis de resultados, errores, observaciones y conclusiones.
- 10) Presentar el informe y diario junto con el sólido realizado.

Algunos ejemplos de figuras arquitectónicas.

El 30 St Mary Axe o "The Gherkin", que es el término inglés para referirse a un pepinillo, es un rascacielos ubicado en el área financiera de Londres. Fue inaugurado en 2004 y su diseño es obra de **Norman Foster**.



Fuente: <https://www.ngenespanol.com/traveler/iconico-edificio-el-pepinillo-londres/>

La **Cybertecture** es considerada la arquitectura del siglo XXI y dentro de este campo se puede clasificar el proyecto del edificio **Cybertecture Egg**, diseñado por el arquitecto James Law para la ciudad de Mumbai en la India.

Se trata de un edificio inteligente de 13 plantas y un total de 32.000 metros cuadrados, que combinará espacio para el trabajo y para la convivencia de las personas. En él se combina la tecnología más avanzada que permite interactuar con los usuarios. La forma original del edificio permite el ahorro de un 15% en materiales, ya que entre

otras cosas se eliminarían gran parte de los pilares que forman habitualmente parte de cualquier construcción.



Fuente: <https://arquitecturaideal.com/cybertecture-egg/>

Figura 1. Instrucciones para los estudiantes de cómo desarrollar el proyecto parte Uno. Fuente: El autor

Los estudiantes con la información presentada anteriormente proceden a formar grupos de trabajo y a seleccionar la figura arquitectónica a analizar y plantear los objetivos. A continuación, se describe un proyecto presentado por un grupo de estudiantes del Segundo de Bachillerato Técnico de la Unidad Educativa Indanza en el periodo 2018-2019.

## **IDENTIFICACIÓN, CLASIFICACIÓN Y ANÁLISIS DE UNA ELIPSE Y UNA CIRCUNFERENCIA.**

### **II. OBJETIVOS**

#### **A. ESPECIFICOS**

1. Analizar las cónicas basadas en la arquitectura de un edificio plasmadas en una maqueta.
2. Emplear la teórica con la práctica.
3. Encontrar las ecuaciones de las cónicas que forman la edificación.
4. Graficar la elipse con el centro del origen

Figura 2. Objetivos planteados por los estudiantes para el desarrollo del proyecto. Fuente: Proyecto desarrollado por los estudiantes del Segundo de Bachillerato Técnico de la Unidad educativa Indanza

#### **A. SELECCIONAR LA SUPERFICIE O SOLIDO (OBRA ARQUITECTÓNICA) PARA REALIZAR EL ESTUDIO Y CONSTRUCCIÓN.**

El sólido seleccionado para realizar el estudio es Cybertecture Eggs, diseñada por el arquitecto James Law en la ciudad de Mumbai en la India. Se trata de un edificio inteligente de 13 plantas y un total de 32.000 metros cuadrados El edificio utilizaría paneles solares y un sistema para canalizar el agua de la lluvia que pasaría por una planta depuradora para poder abastecer de esta forma a todo el edificio.

#### **B. ESTABLECER LOS MATERIALES E INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN**

Los materiales e instrumentos que empleamos para la medición del solido es regla, calculadora, lápiz, computadora, libros de apuntes.

Figura 3. Selección de la obra arquitectónica para el desarrollo del proyecto. Fuente: Proyecto desarrollado por los estudiantes del Segundo de Bachillerato Técnico de la Unidad educativa Indanza.

En las Figuras 1 y 2 se observa, como los estudiantes trabajan de manera colaborativa seleccionando la figura arquitectónica y los objetivos a conseguir en este proyecto.

Una vez que ya tienen seleccionado la figura arquitectónica proceden a analizar mediante la impresión del mismo y a trabajar con escalas e ir interpretando las posibles ecuaciones que lo componen con los datos obtenidos.

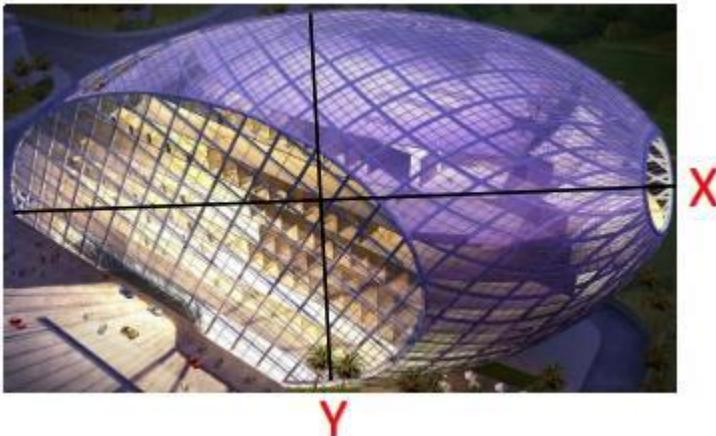


Figura 4. Elección del eje coordenado para el análisis de la figura arquitectónica. Fuente: Proyecto desarrollado por los estudiantes del Segundo de Bachillerato Técnico de la Unidad educativa Indanza.

SOLIDO	Cybertecture Eggs		Elipse completa
	DATO	FOTO	
LARGO (eje y)	16.5cm		<p><b>Lado mayor</b></p> $LM=2a$ $16.5\text{cm}=2a$ $16.5/2=a$ $8.25=a$
ANCHO (eje x)	9.4 cm		<p><b>Lado menor</b></p> $Lm=2b$ $9.4\text{cm}=2b$ $9.4/2=b$ $4.7=b$

**Lado recto**

 $LR=2(b)2/a$   
 $LR=2(4.7)2/8.25$   
 $LR=5.4/2=2.7$

**Fórmula total**

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{(8.25)^2} + \frac{y^2}{(4.7)^2} = 1$$

Figura 5. Toma de datos de la figura arquitectónica y planteamiento de las ecuaciones de las cónicas que lo componen. Fuente: Proyecto desarrollado por los estudiantes del Segundo de Bachillerato Técnico de la Unidad educativa Indanza.

En la Figura 4 y 5 se evidencia de como indagan las ecuaciones de las cónicas que lo componen, con un eje de referencia fijado para su análisis. Los estudiantes plantean que esta figura arquitectónica está

compuesta por dos elipses y una circunferencia. Los mismo que serán comprobados con el software GeoGebra debido a que esta herramienta proporciona la ecuación al ingresar algunos puntos de la misma.

Se puede graficar en 2D ingresado la ecuación o sus dos focos y un punto de la elipse en este caso. Para graficar en 3D se procede a activar la vista con el mismo nombre y dinámicamente se presenta la vista algebraica, en 2D y 3D que permite tener una visión clara de lo que representa la ecuación en un sólido al hacerlo revolucionar en referencia a un eje y un ángulo con el comando “Rota”. Al momento de activar el rastro se visualiza la construcción del solido en 3D como se puede apreciar Figuras 6 y 7.

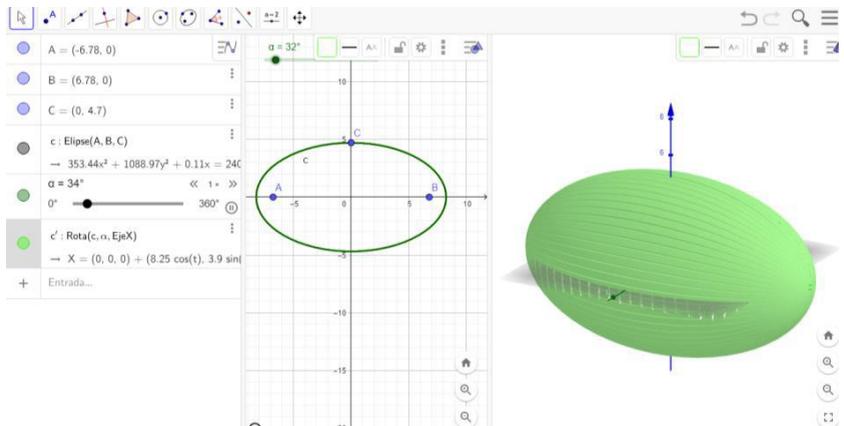


Figura 6. Vista algebraica, 2D y 3D de una ecuación que componen la figura arquitectónica. Fuente: Proyecto desarrollado por los estudiantes del Segundo de Bachillerato Técnico de la Unidad educativa Indanza.

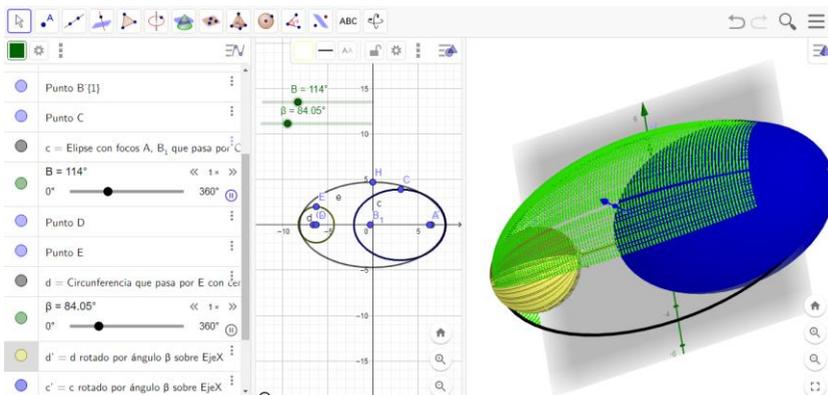


Figura 7. Vista algebraica, 2D y 3D de las ecuaciones que componen la figura arquitectónica. Fuente: Proyecto desarrollado por los estudiantes del Segundo de Bachillerato Técnico de la Unidad educativa Indanza.

El análisis de la figura arquitectónica con GeoGebra se realizó de manera individual para cada ecuación, y posteriormente realizar una sola figura y sólido. A continuación, se presenta los links de GeoGebra con el análisis.

Elipse total: <https://www.GeoGebra.org/m/gtynaj6y>

Elipse incrustada: <https://www.GeoGebra.org/classic/nfxab4mk>

Circunferencia: <https://www.GeoGebra.org/classic/vxtfdbzq>

Solido completo: <https://www.GeoGebra.org/classic/pjhxheus>

## Resultados y Conclusiones

Los resultados que se presentan a continuación están en base al promedio de las calificaciones en donde se presentan las notas de los tres parciales correspondientes al primer quimestre del periodo lectivo 2017-2018 del tercer año de bachillerato técnico. Las cónicas se dio a este curso debido a que el año anterior no han abordado esta temática y por sugerencia de la junta académica se retomó este tema en este año lectivo en per parcial tres del primer quimestre.

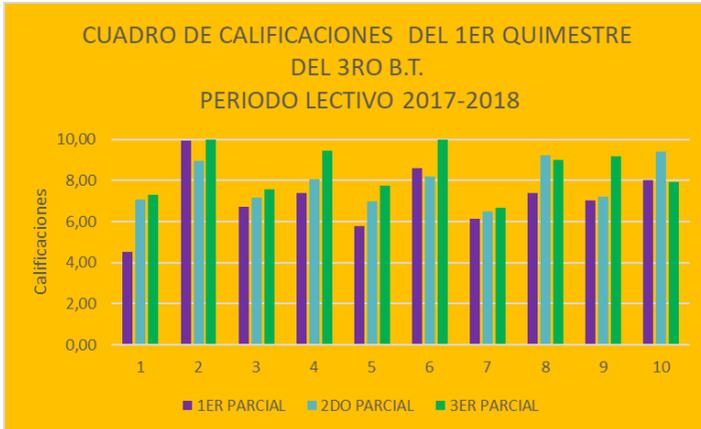


Figura 8. Cuadro de Calificaciones del Quimestre uno del tercero de bachillerato de la UEI

En la figura 8 se muestra el cuadro de calificaciones del primer quimestre por parciales y en donde se puede evidenciar que en el parcial tres los estudiantes suben significativamente en las notas, es decir los estudiantes, alcanzan, dominan y superan los niveles de aprendizaje.



Gráfico 2. Cuadro de Calificaciones del Quimestre dos del segundo de bachillerato de la UEI

En el gráfico dos se presenta el cuadro de calificaciones del segundo quimestre por parciales. En el parcial tres que corresponde a la temática de cónicas, los estudiantes dominan los aprendizajes requeridos.

Estos resultados se deben a que los estudiantes son evaluados en todo el trayecto del proyecto y no solo al final con una evaluación sumativa. Haciendo un análisis de las conclusiones y recomendaciones de los estudiantes estos coinciden que este trabajo les ayudo a poner en práctica los conocimientos adquiridos en el aula en la vida real e ir interpretando las gráficas en la ciencia e ingeniería.

## **Referencias Bibliográficas**

- Galeana, L. (2006). Aprendizaje basado en proyectos. Universidad de Colima. Recuperado de <https://repositorio.uesiglo21.edu.ar/bitstream/handle/ues21/12835/Aprendizaje%20basado%20en%20proyectos.pdf?sequence=1>
- Hernández, J. (2010). ¿Qué es GeoGebra? Temas Para La Educación, 8, 5. Recuperado de <https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd7158.pdf>
- Hernández, J. & Martín, E. (Eds.). (2014). Pedagogía audiovisual: Monográfico de experiencias docentes multimedia. Madrid, Servicio de Publicaciones, Universidad Rey Juan Carlos.