

Curvas de Bézier en GeoGebra para el diseño de tipografías

Bézier curves in GeoGebra for font design

Mario Edmundo Cueva Almeida¹⁷

Andrés Esteban Merino Toapanta¹⁸

Cristian Andrés Guachamín Arguello¹⁹

Resumen

Se expone una experiencia generada con estudiantes de primer nivel de la Carrera de Diseño Gráfico de la asignatura Lógica del Diseño Gráfico, durante el segundo período académico del año 2020. Se estudió previamente algunos tópicos de la Geometría Analítica, entre los cuales se destacan: lugar geométrico, parametrización de un segmento y de curvas. Estos conceptos, más la ayuda de GeoGebra, permitieron a los estudiantes, diseñar propuestas de tipografías acompañadas de efectos

¹⁷ Escuela de Ciencias Físicas y Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Quito, Ecuador
mcueva522@puce.edu.ec

¹⁸ Escuela de Ciencias Físicas y Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Quito, Ecuador.
aemerinot@puce.edu.ec

¹⁹ Instituto de Matemáticas, Universidad de Talca, Talca, Chile.
cristian.guachamin@utalca.cl

cromáticos vistosos.

Palabras clave: tipografía, diseño gráfico, curvas de Bézier, GeoGebra.

Abstract

We present an experience developed with first-level students of the Graphic Design Career of the Logic of Graphic Design subject, during the second academic period of 2020. Analytical Geometry topics were previously studied, among which are: Geometric, parameterization of segments and curves. These concepts, with the help of GeoGebra, allowed students to design fonts with chromatic effects.

Keywords: fonts, Graphic Design, Bézier curves, GeoGebra.

Introducción

El desarrollo de habilidades que lleven a fusionar la ciencia y la tecnología es una de las competencias que le pertenece a todo diseñador gráfico (Moreno, 2016), es así como el estudio de conceptos de la Geometría Analítica fusionados con la herramienta GeoGebra, permiten el desarrollo de habilidades técnico-científicas en el campo del Diseño Gráfico. Es por eso que se vuelve de vital importancia diseñar experiencias educativas que vinculen el conocimiento científico, como es el caso de la Geometría Analítica, con herramientas tecnológicas, GeoGebra, que permitan no solo desarrollar ciertas técnicas, sino también comprender la lógica que subyace dentro de cada producto elaborado por un diseñador gráfico profesional.

Con este antecedente, se desarrolló una actividad educativa que fusionó el concepto de Curvas de Bézier y la elaboración de propuestas de diseño tipográfico y cromático en la materia de Lógica del Diseño Gráfico con estudiantes de primer nivel de la carrera de Diseño Gráfico de la Pontificia Universidad Católica del Ecuador (PUCE), correspondiente al primer nivel, durante el segundo periodo del año 2020.

Objetivos

La experiencia educativa busca integrar los conceptos matemáticos en la elaboración de una propuesta tipográfica y cromática a través de la utilización de la herramienta GeoGebra, para esto, se establecieron los

siguientes objetivos:

- Elaborar con lápiz y papel propuestas de diseños tipográficos y cromáticos.
- Crear curvas de Bézier de distinto orden con la utilización de GeoGebra para digitalizar las curvas de los diseños tipográficos creados.

Metodología

La experiencia se desarrolló con un grupo de 27 estudiantes de primer nivel de la carrera de Diseño Gráfico de la Pontificia Universidad Católica del Ecuador, los cuales tomaban la asignatura de Lógica del Diseño Gráfico. Para esta actividad, se elaboró previamente los detalles del trabajo, así como también una rúbrica de calificación.

La aplicación que debían realizar los estudiantes consistía en elaborar con lápiz y papel propuestas tipográficas y cromáticas, para luego ser digitalizadas con la ayuda de GeoGebra mediante el uso de curvas de Bézier de distinto orden a través de iteraciones de la definición de segmento. Primero se realizó una ejemplificación de lo planteado, para lo cual se utilizó la plataforma Teams y el asistente matemático GeoGebra. En los casos en los cuales los estudiantes necesitaban atención personalizada, se utilizó la estrategia de compartir pantalla o a través de la asistencia remota.

Como segundo paso, se planteó a los estudiantes la elaboración de propuestas de diseños tipográficos y cromáticos a través de la utilización de GeoGebra. Para este trabajo se les proporcionó dos semanas para la entrega y sus respectivas presentaciones.

Desarrollo de la experiencia

Uno de los temas abordados previa a esta actividad, fue el concepto de parametrización, en este sentido podemos definir las curvas de Bézier de manera similar a la definición de Galdames (2011): Una curva de Bézier de orden n está definida por:

$$\sum_{i=0}^n B_i^n(t) P_i$$

para $t \in [0, 1]$, donde B_i^n es el i -ésimo polinomio de Bernstein de grado n . Considerando que los estudiantes de Diseño Gráfico no cuentan con el trasfondo matemático necesario para la asimilación de expresiones de este tipo, se optó por construir curvas de Bézier de grado **1, 2 y 3** a través del algoritmo general de de Casteljau presentada por Prautzsh (2005). Para ello, partimos de la siguiente definición.

Definición 1. Dados dos puntos $P = (x_1, y_1)$ y $Q = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$, la parametrización del segmento que une los puntos P y Q es la función $\alpha: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida, para $t \in [0, 1]$, por

$$\alpha(t) = P + t(Q - P) = (x_1, y_1) + t((x_2, y_2) - (x_1, y_1)).$$

Esta definición, permite crear una curva de Bézier de grado **1**, donde los puntos P y Q se denominan polígonos de control; una curva de Bézier de grado n tiene polígonos de control de $n + 1$ vértices (Fernández, sf). Para la ejemplificación, se empezó indicando cómo genera un punto que recorra un segmento de recta, para ello, se genera un deslizador que modele el dominio de la función (con el comando $t = \text{Deslizador}(0,1)$) y, a continuación, un punto definido por la ley de asignación de la parametrización, al mismo que se le aplica la propiedad de mostrar rastro, como se puede ver en la Figura 1.

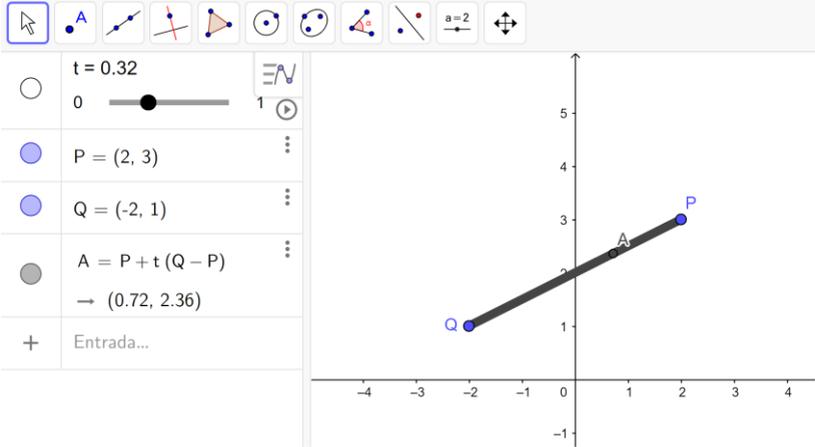


Figura 15. Fuente propia. Generación de curva de Bézier grado 1.

Para generar una curva de Bézier de grado 2, partimos de un polígono de control con tres vértices Q, P, B , creamos los puntos A y C que se deslizan sobre los segmentos QP y PB , respectivamente. A continuación, formamos el punto D que se desliza sobre el segmento móvil AC . En la Figura 2, el rastro de color rojo que deja el punto D es la curva de Bézier de grado dos.

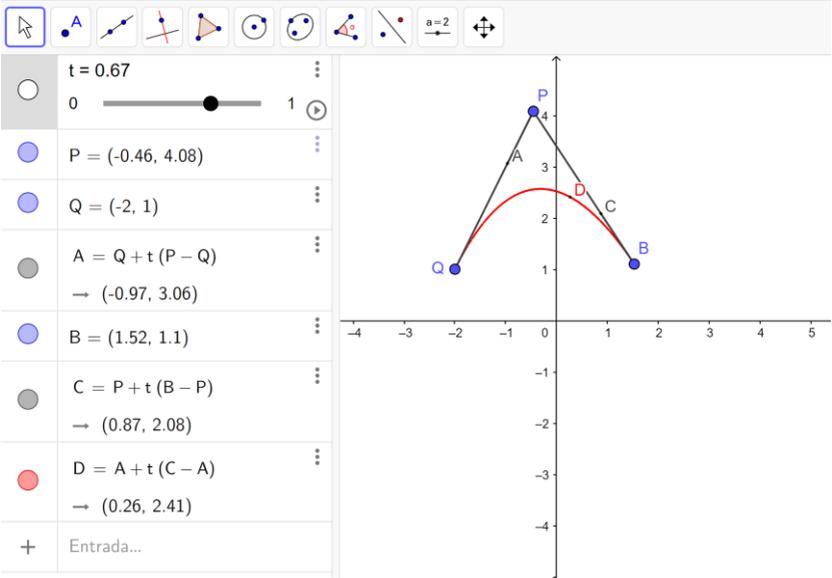


Figura 16. Elaboración propia. Curva de Bézier de grado 2.

Por último, se ejemplificó una curva de Bézier de grado tres, para ello, es necesario partir de un polígono de control de cuatro vértices, P, Q, B, E . De la misma manera que en los casos anteriores, generamos los puntos A, C, F que se deslizan por los segmentos PQ, QB y BE , respectivamente, luego creamos los puntos D e I que se deslizan sobre los segmentos móviles AC y CE , respectivamente y, finalmente, creamos el punto J que se desliza sobre el segmento móvil DI , que es el punto que genera la curva de Bézier de grado tres a través de su rastro, esto lo podemos observar en la Figura 3.

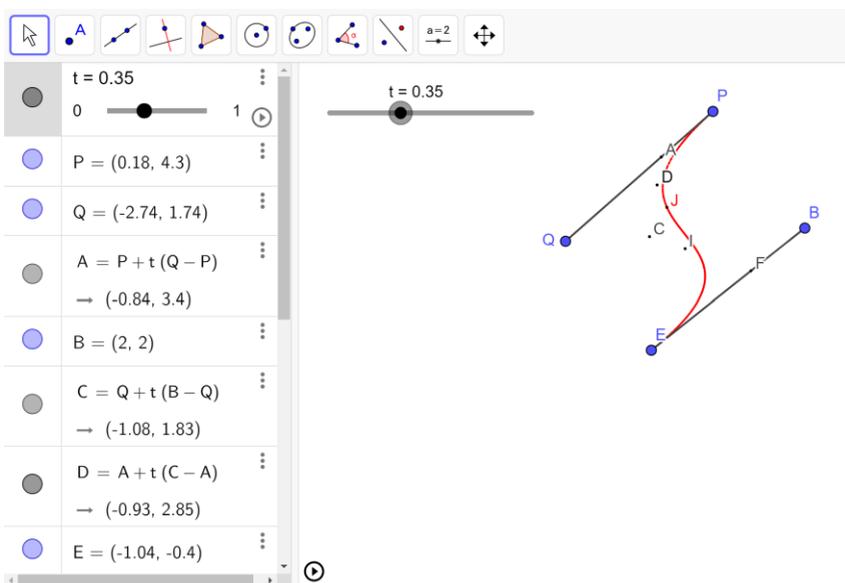


Figura 3. Elaboración propia. Curva de Bézier de grado 3.

Una vez ejemplificada la construcción de curvas de Bézier, se procedió a utilizarlas en el diseño de una tipografía, para ello, se elaboró el diseño preliminar a mano y se procedió a identificar en este las curvas que lo generan y los puntos de control de cada curva (ver Figura 4).

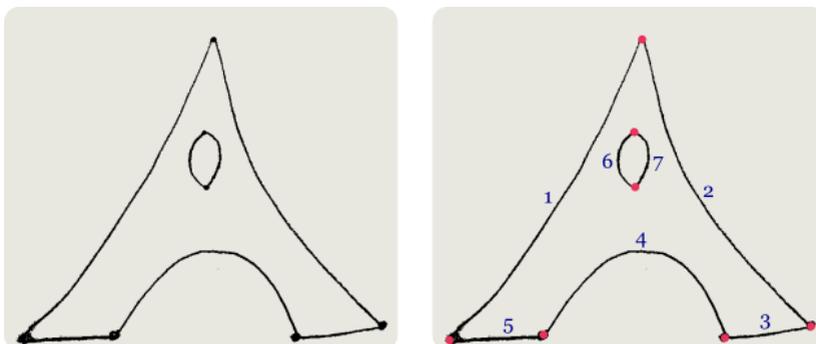


Figura 4. Elaboración propia. Diseño de tipografía.

Determinamos en GeoGebra siete puntos como se indica en la Figura 4 y creamos un deslizador que modele el intervalo $[0, 1]$. Utilizamos

curvas de Bézier de tal forma que se ajusten a los siete trazos marcados en la Figura 4, en caso de ser necesario, movemos los vértices del polígono de control. Animamos cada uno de los puntos que generan las curvas a través de la opción rastro de GeoGebra y obtenemos como resultado la tipografía ajustada con curvas de Bézier. Para cromatizar la tipografía, asignamos un color a cada punto que genera cada curva (ver Figura 5).

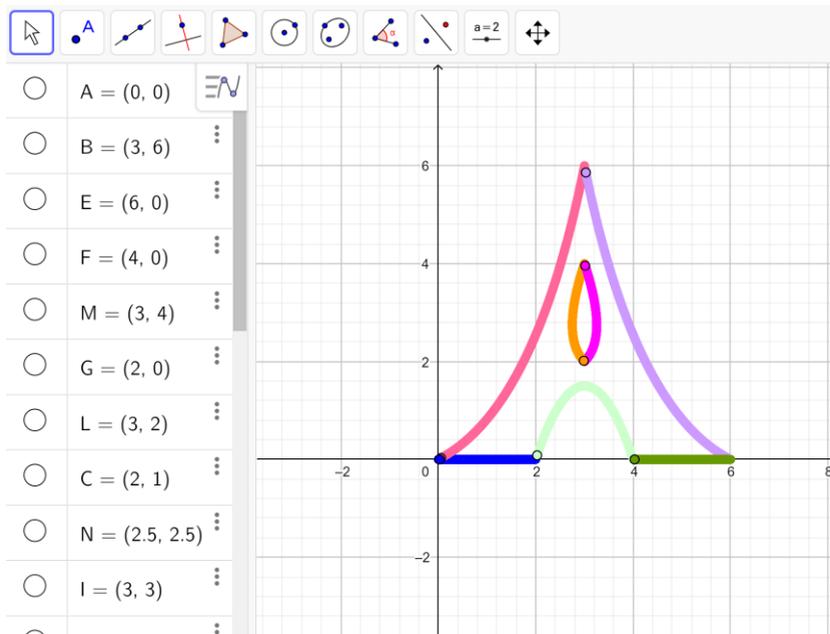


Figura 5. Elaboración propia. Tipografía ajustada con curvas de Bézier.

Luego de esta motivación, se plantea como trabajo de evaluación sumativa la elaboración de una propuesta de diseño tipográfico y cromático utilizando las curvas de Bézier en GeoGebra.

Resultados

Los estudiantes se vieron motivados desde un inicio, pues observaron la aplicación de un tópico matemático, como son las curvas de Bézier, y lo relacionaron con una actividad de carácter cotidiano para un diseñador gráfico, comunicar mensajes a través del diseño de

tipografías y efectos cromáticos; sumado a que todo esto se encuentra en una sola herramienta, como es el asistente matemático GeoGebra.

Todos los estudiantes presentaron propuestas de diseños tipográfico con efectos cromáticos interesantes. Un ejemplo de estos trabajos, lo podemos apreciar en la Figura 6, donde no solo se presenta un diseño tipográfico, sino que se aplica el diseño tipográfico a la palabra luna, sumado el efecto cromático, se crea un mensaje agradable, el mismo que puede comunicar muchas ideas según el usuario o destinatario. El proceso y la explicación de cómo se realizaron los diseños fue parte de la experiencia educativa con GeoGebra.

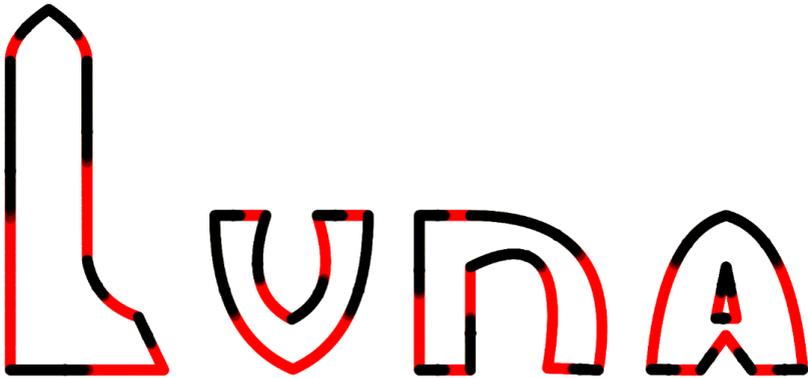


Figura 6. Fuente propia. Diseño tipográfico usando curvas de Bézier y GeoGebra.

Conclusiones

A pesar de que, en la práctica, los diseñadores profesionales no utilizan GeoGebra en sus trabajos, para los estudiantes de primer nivel de la carrera de Diseño Gráfico, fue muy enriquecedor el poder experimentar y conocer muy de cerca la matemática que subyace en los editores gráficos profesionales. También sirvió para que los estudiantes se interesen un poco más por la ciencia y la tecnología.

Todo esto nos lleva a pensar que para los estudiantes de Diseño Gráfico es de vital importancia asociar los conocimientos adquiridos en Geometría Analítica con una aplicación práctica enfocada a su

profesión. Esto fue posible, al ser GeoGebra una herramienta matemática con diferentes vistas y ambientes en una sola pantalla y así convertir su aprendizaje en una experiencia personal, innovadora y enfocada a dar sentido al aprendizaje.

Referencias Bibliográficas

Fernández, L. (sf). Curvas de Bézier. España: Universidad Politécnica de Madrid. Recuperado de: <https://dca.in.etsin.upm.es/~leonardo/tema2.pdf>.

Galdames, G. (2011). Modelización con curvas y superficies de Bézier. En *Modelling in Science Education and Learning* Volume, 4(4), 181-193.

Puluszny, N., Prautzsch, H. & Boem, W. (2005). Métodos de Bézier y B-splines. Universitätsverlag Karlsruhe.

Referencias Digitales

Moreno, C. (2016). Sobre las competencias en diseño gráfico. Recuperado de: https://www.academia.edu/8272778/Sobre_las_competencias_en_dise%C3%B1o_gr%C3%A1fico