



Implementación de la Unidad Didáctica "Progresiones Aritméticas y Geométricas"

**Trabajo fin de Máster de la maestría en Educación
con mención en Matemáticas**

David Moises Barahona Anguisaca

Grupo Matematica C04

Tutor:

Dr: Manel Sol Puig

30 de julio del 2018

Resumen

El presente Trabajo fin de master consiste en la implementación de la unidad didáctica progresiones aritméticas y geométricas en alumnos de segundo año de bachillerato de la unidad educativa Otto Arosemena Gómez de la ciudad de milagro y tiene por objetivo mejorar la comprensión de las progresiones aritméticas y geométricas mediante el uso de estrategias y materiales didácticos que contribuyan a la fijación de aprendizajes.

Las diversas Actividades Didácticas fueron implementadas durante 12 periodos de clases en los cuales se ha podido evidenciar mayor predisposición e interés de los estudiantes lo que ha contribuido notablemente a mejorar los niveles de los aprendizajes adquiridos.

Si bien los resultados son alentadores y de beneficio para los estudiantes, considero que las actividades deben ser actualizadas y rediseñadas contantemente a fin de mantener su relación con el contexto, permitiendo mejoras progresivas que aumenten los beneficios y mejoren los resultados obtenidos.

Palabras clave: Progresiones, Aritméticas, Geométricas

Abstract

The present Master's thesis consists in the implementation of the arithmetic and geometrical progressions teaching unit in second-year high school students of the educational unit Otto Arosemena Gómez of the city of Milagro and it`s objective is to improve the understanding of arithmetic and geometric progressions through the use of strategies and didactic materials that contribute to the fixation of learning.

The different Didactic Activities were implemented during 12 periods of classes in which it has been possible to show greater predisposition and interest of the students which has contributed significantly to improve the levels of acquired learning.

While the results are encouraging and beneficial for the students, I believe that the activities should be updated and redesigned constantly in order to maintain their relationship with the context, allowing progressive improvements that increase the benefits and improve the results obtained.

Keywords: Progressions, Arithmetic's, Geometrics'

INDICE

	PORTADA.....	i
	RESUMEN.....	ii
	ÍNDICE.....	iii
1.	Introducción.....	1
2.	Presentación de la unidad didáctica.....	2
2.A.	Presentación de objetivos.....	2
2.B.	Presentación de contenidos y su contextualización en los currículos oficiales.....	3
2.C.	Diseño de las actividades de enseñanza y aprendizaje en relación con los objetivos y los contenidos.....	7
2.D.	Presentación de las actividades de evaluación formativa.....	7
3.	Implementación de la unidad didáctica.....	9
3.A.	Adecuación de los contenidos implementados a los planificados y adaptaciones realizadas.....	10
3.B.	Resultados de aprendizaje de los alumnos.....	10
3.C.	Descripción del tipo de interacción.....	17
3.D.	Dificultades observadas.....	18
4.	Valoración de la implementación y pautas de rediseño de la unidad didáctica.....	20
4.A.	Valoración de la unidad didáctica.....	20
4.B.	Pautas de rediseño.....	21
5.	Bibliografía.....	26
6.	Anexos.....	27



Javier Loyola, 01 de Diciembre de 2018

Yo, **David Moisés Barahona Anguisaca**, autor/a del Trabajo Final de Maestría, titulado: **Implementación de la unidad Didáctica Progresiones Aritméticas y Geométricas**, estudiante de la Maestría en Educación, mención **Matemáticas** con número de identificación **0925713695**, mediante el presente documento dejo constancia de que la obra es de mi exclusiva autoría y producción.

1. Cedo a la Universidad Nacional de Educación, los derechos exclusivos de reproducción, comunicación pública, distribución y divulgación, pudiendo, por lo tanto, la Universidad utilizar y usar esta obra por cualquier medio conocido o por conocer, reconociendo los derechos de autor. Esta autorización incluye la reproducción total o parcial en formato virtual, electrónico, digital u óptico, como usos en red local y en internet.

2. Declaro que en caso de presentarse cualquier reclamación de parte de terceros respecto de los derechos de autor/a de la obra antes referida, yo asumiré toda responsabilidad frente a terceros y a la Universidad.

3. En esta fecha entrego a la Universidad, el ejemplar respectivo y sus anexos en formato digital o electrónico.

Nombre:

David Barahona Anguisaca

Firma:

David Barahona A.

1. Introducción

1.1 Intereses y contextualización de su labor como docente y como futuro orientador del centro.

El trabajo fin de master que se expone a continuación ha sido fundamentado en el currículo nacional vigente de segundo año de bachillerato general unificado el mismo que entre los aprendizajes básicos e imprescindibles incluye a las progresiones aritméticas y geométricas.

Los estudiantes de la Unidad Educativa Otto Arosemena Gómez en su mayoría presentan dificultades a la hora de aprender las matemáticas, por ello se hace necesaria la implementación de esta unidad didáctica que pretende facilitar la comprensión de las progresiones aritméticas y geométricas aplicando un enfoque constructivista a fin de alcanzar aprendizajes significativos.

Este trabajo pretende llevar a los estudiantes por el camino de una comprensión basada en sus propios descubrimientos dejando de lado el aprendizaje mecánico y poco significativo, para lograrlo debemos tener en cuenta las distintas realidades de cada estudiante creando las condiciones didácticas adecuadas para su correcta aplicación.

1.2 Estructura del dossier o memoria

El trabajo final de master que se presenta fue implementado en la unidad educativa Otto Arosemena Gómez con alumnos de segundo de bachillerato en un aula con 40 estudiantes de nivel académico muy bueno.

Este trabajo está estructurado en tres partes, progresiones aritméticas, progresiones geométricas y una pequeña evaluación formativa, en su primera parte trata las progresiones aritméticas en 4 actividades las cuales contienen, el concepto de progresión aritmética, término general de la progresión aritmética, sumatoria de n términos de una progresión aritmética e interpolación de medios aritméticos.

En su segunda parte trata las progresiones geométricas en 4 actividades de las cuales contiene el concepto de progresión geométrica, término general de la progresión geométrica, sumatoria de n términos de una progresión geométrica e interpolación de medios geométricos.

La tercera parte trata una pequeña evaluación formativa en la que buscamos que los estudiantes reconozcan las similitudes y diferencias entre progresión aritmética y geométrica y a más de ellos aplique los conocimientos adquiridos en dos situaciones problemáticas estratégicamente planteadas.

2. Presentación de la unidad didáctica implementada

2. A. presentación de objetivos

2. A.1 Objetivo general: diseñar e implementar una unidad didáctica que permita mejorar la comprensión de las progresiones aritméticas y geométricas mediante el uso de estrategias y materiales didácticos que contribuyan a la fijación de aprendizajes significativos.

2. A.2. Objetivos Específicos:

- Relacionar la definición de sucesiones y progresiones con el contexto
- Aprender mediante el uso de material manipulable como base de la experimentación y creación de conceptos propios atendiendo la diversidad de aprendizaje.
- Fomentar la creatividad de los estudiantes proponiendo actividades lúdicas y problemáticas reales.
- Relacionar las progresiones aritméticas y geométricas con situaciones históricas y anecdóticas que despierten el interés de los estudiantes y a la vez generen conocimientos transversales.
- Desarrollar habilidades de trabajo en equipo a través de actividades que fomenten el trabajo grupal y aprendizaje cooperativo
- Infundir confianza y perseverancia en los estudiantes para la resolución de problemas
- Crear capacidad de autocrítica que hagan que el estudiante se plantee nuevos retos
- Aprender temas y subtemas relacionados a progresiones aritméticas y geométricas, determinados por el ministerio de educación en el currículo nacional vigente.
- Detectar errores y mejorar posibles al término de la implementación.

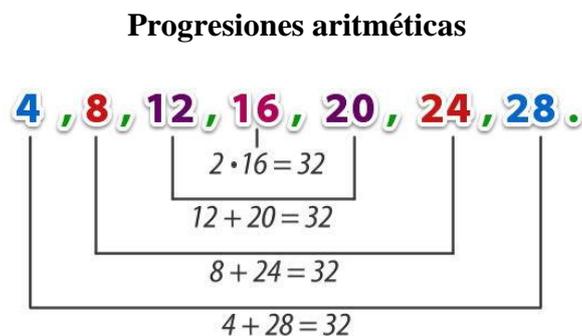
2. B. presentación de contenidos y su contextualización en los currículos oficiales.

El presente trabajo ha sido realizado considerando todos los instrumentos y lineamientos establecidos por el ministerio de educación de la república del Ecuador y en concordancia con el currículo nacional vigente.

2. B.1 Contenidos

La presente unidad didáctica “Progresiones Aritméticas y Geométricas” está enfocada en los contenidos de segundo año de bachillerato general unificado, abarcando los aprendizajes imprescindibles y deseables fijados por el ministerio de educación, los contenidos a desarrollar son:

Contenidos conceptuales:



Una progresión aritmética es una sucesión en la que cada termino excepto el primero, se obtiene sumando al anterior una cantidad fija a la que llamamos diferencia de la progresión (Docampo, 2017)

Termino general de una progresión aritmética

Es la expresión que permite obtener cualquier termino sabiendo el lugar que ocupa dentro de la progresión.

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

Suma de términos de una progresión aritmética

Para encontrar la suma de los n primeros números de una progresión aritmética es necesario aplicar la formula siguiente

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

donde n es el número de términos, a_1 es el primer término y a_n es el último término.

Interpolación de medios aritméticos

Los números que se encuentran entre dos términos de una progresión aritmética reciben el nombre de medios aritméticos, interpolarlos se refiere a insertar estos números en una progresión aritmética de tal forma que no existan vacíos entre los dos extremos proporcionados.

Progresiones geométricas



Se conoce como progresión geométrica a la secuencia de números en el que cada uno de ellos se obtiene multiplicando el término anterior por un número constante al que se conoce como “razón” o “factor de progresión”. (Malten Gestion, 2009)

Término general de una progresión geométrica

Para obtener el término general de una progresión geométrica es necesario conocer el primer término (a_1) y su factor de progresión también denominado razón.

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

Suma de n términos de una progresión geométrica

La suma de los términos de una progresión geométrica es igual al último término por la razón menos el primero dividido por la razón menos 1.

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1} \Rightarrow \text{Operando} \Rightarrow S_n = \frac{a_1 \cdot (r^n - 1)}{r - 1}$$

Interpolación de medios geométricos

Interpoliar n medios geométricos entre otros dos conocidos a y b , consiste en construir una progresión geométrica a partir de sus extremos.

$$a; \underbrace{a_1; a_2; a_3; \dots; a_n}_{n}; b$$

$$r = \sqrt[n+1]{\frac{b}{a}}$$

Contenidos procedimentales

- Uso de material manipulativo para construir progresiones aritméticas y geométricas
- Deducir e identificar una sucesión
- Identificar regularidades en las progresiones aritméticas y geométricas
- Reconocer progresiones aritméticas y geométricas en contextos reales
- Calcular el término general de las progresiones aritméticas y geométricas
- Sumar términos consecutivos de una progresión aritmética
- Sumar términos consecutivos de una progresión geométrica
- Interpoliar medios aritméticos mediante situaciones problemáticas
- Interpoliar medios geométricos mediante situaciones problemáticas
- Identificar similitudes y diferencias entre las progresiones aritméticas y geométricas

Contenidos actitudinales

- Desarrollo del razonamiento a través de la construcción del propio conocimiento

- Aumento de niveles de confianza para poder resolver posibles problemas
- Formación de criterios de orden y metodología como parte de la resolución
- Empleo de varios tipos de inteligencia para el entendimiento de los temas
- Perseverancia y constancia en la búsqueda de soluciones
- Planteo de nuevos retos más grandes y difíciles

2. B.2 Contextualización en los currículos oficiales

El currículo nacional vigente desde el año 2016 incluye a las progresiones aritméticas y geométricas como tema de estudio del segundo año de bachillerato y lo desglosa de la siguiente manera: (Ministerio de Educación Ecuador, 2016)

Matriz de destrezas con criterios de desempeño del área de Matemática para el nivel de Bachillerato General Unificado	
Bloque curricular 1	
Álgebra y funciones	
<input checked="" type="checkbox"/> BÁSICOS IMPRESCINDIBLES	<input type="checkbox"/> BÁSICOS DESEABLES
M.5.1.53.	Identificar sucesiones numéricas reales, sucesiones monótonas y sucesiones definidas por recurrencia a partir de las fórmulas que las definen.
M.5.1.54.	Reconocer y calcular uno o varios parámetros de una progresión (Aritmética o geométrica) conocidos otros parámetros.
M.5.1.55.	Aplicar los conocimientos sobre progresiones aritméticas, progresiones geométricas y sumas parciales finitas de sucesiones numéricas para resolver aplicaciones, en general y de manera especial en el ámbito financiero, de las sucesiones numéricas reales
M.5.1.56.	Resolver ejercicios numéricos y problemas con la aplicación de las progresiones aritméticas, geométricas y sumas parciales finitas de sucesiones numéricas
M.5.1.58.	Emplear progresiones aritméticas, geométricas y sumas parciales finitas de sucesiones numéricas en el planteamiento y resolución de problemas de diferentes ámbitos.

Fuente: (Ministerio de Educación Ecuador, 2016)

Elementos del perfil de salida a los que se contribuye	Indicadores para la evaluación del criterio
J.2. Actuamos con ética, generosidad, integridad, coherencia y honestidad en todos nuestros actos.	M.5.4.1. Identifica las sucesiones según sus características y halla los parámetros desconocidos; aplica progresiones en aplicaciones cotidianas y analiza el sistema financiero local, apreciando la importancia de estos conocimientos para la toma de decisiones asertivas. (J.2.)

Fuente: (Ministerio de Educación Ecuador, 2016)

2. C. Diseño de las Actividades de enseñanza aprendizaje en relación con los objetivos y los contenidos.

Desarrollo de actividades

Actividades	Realización	Tiempo de ejecución
<p>Actividad #1</p> <p>Construyendo una progresión</p> <p>En esta actividad introducimos a los estudiantes al concepto de progresión aritmética a través de la construcción de triángulos con material manipulativo (palillos de helados)</p>	<p>Mayo 2018</p>	<p>1 hora</p>
<p>Actividad #2</p> <p>Resolviendo una situación problemática</p> <p>En esta actividad proponemos un problema que se resuelve a través de una progresión aritmética llevando al estudiante obtener la generalización de la misma</p>	<p>Mayo 2018</p>	<p>1 hora</p>
<p>Actividad #3</p> <p>Una anécdota Matemática</p> <p>En esta actividad partimos de la anécdota de gauss para enseñar al</p>	<p>Mayo 2018</p>	<p>2horas</p>

estudiante a sumar términos de una progresión aritmética		
<p>Actividad #4</p> <p>Los asientos del cine</p> <p>Partimos de una situación real y común para generar el concepto de interpolación de términos en una progresión aritmética</p>	Mayo 2018	2 horas
<p>Actividad# 5</p> <p>Doblando una hoja</p> <p>A través de esta actividad en la que utilizamos una hoja de papel A4 lograremos que el estudiante defina el concepto de progresión geométrica</p>	Mayo 2018	1 hora
<p>Actividad # 6</p> <p>Resolviendo una situación problemática</p> <p>Esta actividad pretende a través de la resolución de un problema sencillo comprender los alcances de una progresión geométrica</p>	Mayo 2018	1hora
<p>Actividad # 7</p> <p>El rey y el Ajedrez</p> <p>A través de una historia matemáticas se definirá el crecimiento exponencial de las progresiones aritméticas además sumaremos los términos de una progresión geométrica</p>	Mayo 2018	2 horas

Actividad # 8		
Escalas de un cuadrado		
A través de una imagen basada en cuadrados aplicaremos el concepto de interpolación de medios geométricos	Mayo 2018	2 horas
Total		12 horas

2. D. Presentación de las actividades de Evaluación Formativa

Para evaluar los conocimientos adquiridos se ha planificado una actividad en la cual se propone una reflexión personal y dos problemas contextualizados en los cuales se utilizarán todos los conocimientos adquiridos

actividad	recursos	Destreza evaluada
Similitudes y diferencias entre las progresiones aritméticas y geométricas	Grafico inicial Actividades anteriores	Comprensión del concepto de progresión aritmética y geométrica Entendimiento del crecimiento lineal y exponencial de las progresiones
Problema aplicado en el cual se utilizan todos los conocimientos aprendidos relacionados a progresiones aritméticas	Actividades #1, #2,#3,#4	Identificar una progresión aritmética Obtener el termino general de una progresión aritmética Resolver las operaciones indicadas
Problema aplicado en el cual se utilizan las progresiones geométricas	Actividades #5, #6,#7,#8	Identificar una progresión geométrica Obtener el termino general de una progresión geométrica Resolver las operaciones indicadas
Crear 1 ejemplo para progresión aritmética y geométrica	Actividad 1 hasta actividad 8	Empleo de los conceptos aprendidos Capacidad de razonamiento y creatividad

3. Implementación de la unidad Didáctica

3.A. Adecuación de los contenidos implementados a los planificados y adaptaciones realizadas

Los contenidos programáticos de la presente unidad didáctica progresiones aritméticas y geométricas fueron realizados considerando los objetivos, destrezas y criterios de evaluación del currículo nacional vigente, además se consideró la posible aplicación de adaptaciones curriculares mismas que no fueron necesarias ya que en el curso que se implementó no existían estudiantes que necesitaran dichas adaptaciones.

Durante estos periodos de clases se fomentó el aprendizaje participativo mediante la creación de grupos de trabajo en los cuales se integró a los estudiantes de forma planificada a fin de evitar exclusiones o posibles estudiantes marginados, promoviendo en todo momento el respeto en un ambiente agradable y adecuado para la realización de los talleres tanto individuales como grupales promoviendo el pensamiento y sobre todo el respeto a la diversidad de opiniones.

Para el presente trabajo se tuvieron muy en cuenta los criterios de idoneidad en las actividades de implementación, siendo las mismas motivadoras e interesantes, trayendo anécdotas e historias del pasado para crear expectativa e interés en los estudiantes reflejando de esta manera el criterio de idoneidad emocional, así mismo las actividades propuestas invitan a soñar y dejan la puerta abierta para que mediante su propia creatividad puedan plantearse situaciones más complejas y sean capaces de resolverlas como parte de una idoneidad cognitiva que les ayuda a los estudiantes a pensar siempre en grande a nunca rendirse y a decir siempre ¡si puedo! Creándose nuevos y más grande retos.

La interacción ha sido una de las mejores cualidades de esta unidad didáctica ya que se ha dado libertad de opinión y pensamiento a los estudiantes que además han sido motivados a interactuar mediante el uso de material manipulativo cumpliendo así con la idoneidad de internacional.

Las normas de convivencia establecidas en el centro de estudio han contribuido en gran manera para que la implementación de esta unidad didáctica haya sido exitosa y generadora de buenos aprendizajes para nuestros estudiantes.

3.B. Resultados de aprendizaje de los alumnos

Los resultados de aprendizaje de los alumnos del segundo año de bachillerato de la unidad educativa Otto Arosemena Gómez han cumplido con nuestras expectativas, al finalizar las 12 sesiones programadas la mayor parte de los estudiantes han logrado entender y comprender los temas referidos a las progresiones aritméticas y geométricas que hemos planteado en cada una de las actividades, cabe mencionar que dichos estudiantes pertenecen a un paralelo que el año anterior fue preparado para pertenecer a bachillerato internacional por lo cual en su mayoría son estudiantes con conocimientos previos sólidos y con gran capacidad de razonamiento, al finalizar el año lectivo anterior este paralelo fue reasignado al bachillerato general unificado ya que la nuestra institución finalmente no fue incluida en el programa del diploma del bachillerato internacional a continuación se presentan resultados detallados de cada una de las actividades.

Resultados detallados

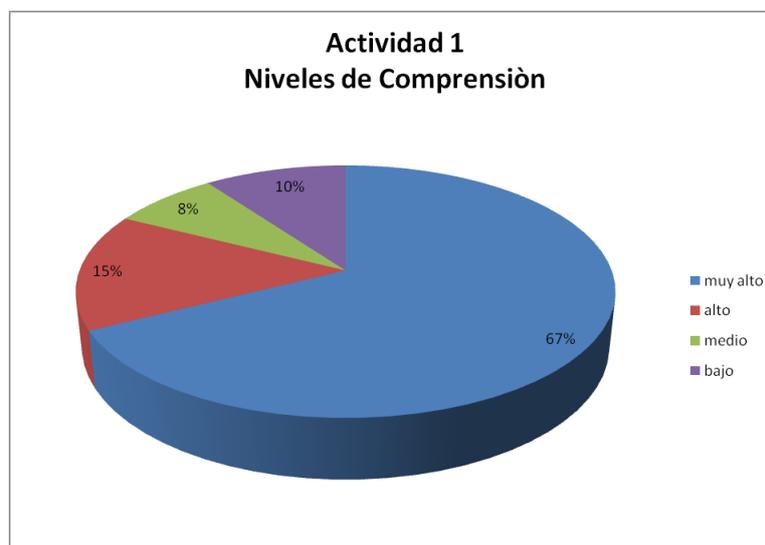
Para dar a conocer estos resultados hemos establecido dentro de los parámetros de calificación la siguiente escala:

color	Nivel de Comprensión
	Muy alto (ejecuta toda la actividad con precisión sin requerir ayuda)
	Alto (ejecutan toda la actividad con precisión y requiere de pequeña ayuda)
	Medio (ejecuta la mayor parte de la actividad con precisión)
	Bajo (ejecuta la actividad con varios errores)
	Nulo (no ejecuta la actividad)

Actividad#1

Construyendo una progresión Aritmética

En esta actividad se introduce de forma intuitiva el concepto de progresión aritmética a través del concepto de regularidad, se propone a los estudiantes la formación de varios triángulos usando material manipulativo en este caso palillos de helados, de esta manera los alumnos al construir dichos triángulos notaran que a partir de la construcción de los primeros elemento se puede deducir que va a suceder posteriormente, podemos concluir que la construcción del propio conocimiento ha motivado a los estudiantes y se han divertido mucho aprendiendo con material manipulativo

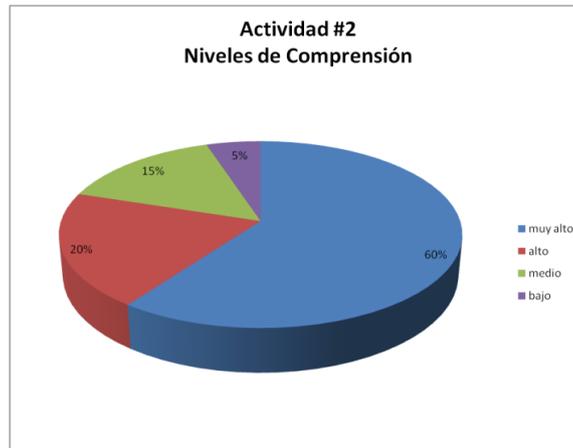


En la actividad 1 podemos notar que el 67% de los estudiantes poseen un nivel de comprensión muy alto, 15% nivel alto de comprensión ,8% nivel medio de comprensión y 10% un nivel bajo de comprensión.

Actividad #2

Resolviendo una situación problema

En esta actividad a través de una situación problema inducimos a los estudiantes a buscar una respuesta mediante de la aplicación de las progresiones aritméticas, además mediante pistas referentes al problema se induce al estudiante a encontrar la generalización de dicha serie.

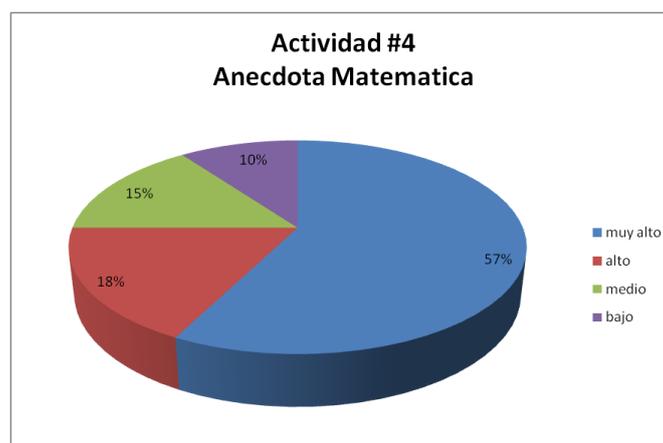


En la actividad 2 podemos notar que el 60% de los estudiantes poseen un nivel de comprensión muy alto, 20% nivel alto de comprensión, 15% nivel medio de comprensión y 5% un nivel bajo de comprensión.

Actividad #3

Una Anécdota Matemática

En esta actividad introducimos una anécdota matemática específicamente la anécdota de Gauss la cual da a conocer como un niño fue capaz de sumar los 100 primeros números naturales en tan solo unos segundos, usamos esta anécdota para enseñar a los estudiantes la formación de la suma de n términos en una progresión aritmética, esta actividad a más de cumplir con su objetivo genero muchas curiosas preguntas acerca de la historia de las progresiones por lo cual requirió de 2 horas consecutivas para ser ejecutada.

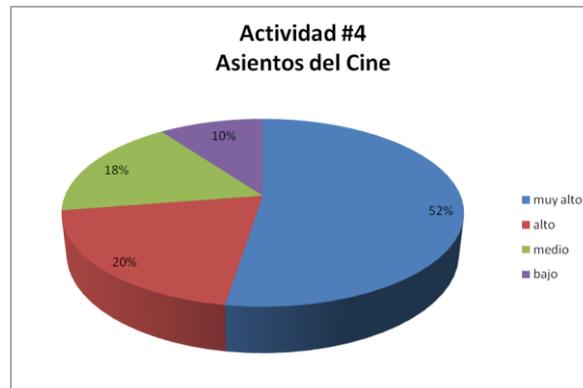


En la actividad 3 podemos notar que el 57% de los estudiantes poseen un nivel de comprensión muy alto, 18% nivel alto de comprensión, 15% nivel medio de comprensión y 10% un nivel bajo de comprensión.

Actividad#4

Los Asientos del Cine

En esta actividad simulamos una sala de cine en la cual se conoce cuantos asientos tienen la primera y última fila, de esta manera inducimos a los estudiantes en el concepto de la interpolación de medios aritméticos. Para esta actividad se ha usado 2 horas consecutivas de clases.



En la actividad 4 podemos notar que el 52% de los estudiantes poseen un nivel de comprensión muy alto, 20% nivel alto de comprensión, 18% nivel medio de comprensión y 10% un nivel bajo de comprensión.

Actividad #5

Doblando una hoja A4

En esta actividad usamos como material manipulativo una hoja a4 común la cual doblaremos en mitades y contaremos los rectángulos imaginarios que se forman al desdoblar la hoja, dependerá de las veces que doblemos la hoja el número de rectángulos que se formen al desdoblarla, con esta sencilla actividad introduciremos a los estudiantes en el concepto de progresión geométrica, además fomentaremos la curiosidad al mencionar otros datos como las veces que se puede doblar una hoja, ¿Cuál es el record mundial? ¿Cuántos dobleces se necesitarían para llegar a la luna?, esta actividad genero mucho entusiasmo en los estudiantes.



En la actividad 5 podemos notar que el 67% de los estudiantes poseen un nivel de comprensión muy alto, 15% nivel alto de comprensión, 13% nivel medio de comprensión y 5% un nivel bajo de comprensión.

Actividad # 6

Resolviendo una situación problema

En esta actividad mediante una situación problema inducimos a los alumnos a encontrar el término general de las progresiones geométricas, los conocimientos previos de la actividad anterior ayudaran a que los alumnos trabajen esta progresión geométrica sin necesidad del uso de material manipulativo sino más bien como un problema de aplicación.



En la actividad 6 podemos notar que el 70% de los estudiantes poseen un nivel de comprensión muy alto, 10% nivel alto de comprensión ,12% nivel medio de comprensión y 8% un nivel bajo de comprensión.

Actividad #7

El Ajedrez y el rey

Esta actividad fue introducida con la conocida leyenda del rey y el ajedrez, aprovechamos esta actividad para hacer notar a los estudiantes la diferencia que existe entre el crecimiento de una progresión aritmética y una geométrica, los estudiantes han demostrado mucho interés por las leyendas matemáticas y esta no ha sido la excepción han hecho muchas preguntas tanto matemáticas como curiosidades. Además, se ha cumplido con el objetivo principal de la actividad inducir de forma intuitiva a los estudiantes en la suma de n términos de una progresión geométrica.



En la actividad 7 podemos notar que el 65% de los estudiantes poseen un nivel de comprensión muy alto, 15% nivel alto de comprensión ,10% nivel medio de comprensión y 10% un nivel bajo de comprensión.

Actividad # 8

Escalas de un Cuadrado

En esta actividad se muestra una imagen que está integrada por varios cuadrados de la misma escala y ángulos en la misma se conocen los valores de las áreas del más grande y más pequeños luego de recordar a los estudiantes las cualidades de cuadrados con la misma escala pedimos que se encuentren las áreas de los cuadrados internos, de manera intuitiva inducimos a los estudiantes a la definición de interpolación de medios geométricos, se ha evidenciado esta actividad como la más complicada de entender para los estudiantes presumiblemente la mezcla de áreas con figuras geométricas y sucesiones represento una dificultad mayor para los estudiantes , por lo que esta actividad fue reforzada en una clase extra con otros ejercicios de aplicación.



En la actividad 8 podemos notar que el 45% de los estudiantes poseen un nivel de comprensión muy alto, 7% nivel alto de comprensión, 35% nivel medio de comprensión y 13% un nivel bajo de comprensión.

En conclusión se puede afirmar que ha habido mayor éxito en las actividades que se han desarrollado con material manipulativo y en las que se ha incluido anécdotas o historia matemática esto ha llamado mucho la atención de los estudiantes quienes envueltos por la curiosidad se han visto en la necesidad de investigar más sobre las progresiones aritméticas y geométricas, también se puede deducir que a partir de las introducciones hechas con materiales atractivos los estudiantes han podido resolver sin dificultad las situaciones problemas que se han dado a conocer en las actividades posteriores aunque no con la misma motivación de las primeras, también se ha evidenciado que se ha presentado alguna confusión en la actividad 8 en la que quizá la mezcla de varios temas complicó el entendimiento del tema si bien los alumnos más destacados lo han resuelto sin problemas en otros grupos de estudiantes ha existido mucha dificultad por lo que se procedió a reforzar dicha clase, lo que será un tema importante para evaluar en la propuesta de mejoras.

3.C. Descripción del tipo de Interacción

La implementación de esta unidad didáctica ha contribuido en varios aspectos tanto para estudiantes como para docentes; En los Estudiantes se ha podido notar cambios de actitud, mayor motivación, mejor comunicación y predisposición a la investigación, mientras que para el docente ha significado materia de análisis al poder evidenciar como actividades planificadas de manera correcta puede influir en el aprendizaje y mejorar notablemente las relaciones en el aula

A lo largo de la implementación de la presente unidad didáctica se ha mantenido una interacción fluida y constante entre docente y estudiantes en las diversas actividades efectuadas se ha podido identificar dos tipos de interacción:

Interacción Espontanea: Durante las Actividades grupales se ha identificado en varias ocasiones interacciones espontaneas que se dan normalmente de parte de los estudiantes que tienen un mayor grado de conocimientos a los que solemos llamar alumnos aventajados , sin embargo en muchos de los casos se presentan participaciones erróneas muchas veces debido a la ansiedad u otros factores por lo cual se debe actuar de manera precisa al momento de corregir para evitar posibles efectos adversos en los estudiantes.

Este tipo de interacción de identifico de mayor manera en las actividades que se realizan con material manipulativo ya que para algunos estudiantes por sus conocimientos previos no fue necesario el uso de material manipulativo para sacar las conclusiones y regularidades de la situación propuesta.

Interacción Inducida:

Este tipo de interacción fue el que se pudo encontrar de mayor manera durante el desarrollo de las actividades lo que no resulta una sorpresa ya que esta interacción se da como parte de la planificación efectuada en cada una de las actividades en las cuales con anterioridad se esperaban participación de los estudiantes en determinados puntos, esta interacción cumple con varios objetivos como son mayor predisposición , estado alto de motivación ,ambiente agradable, transferencia de conocimientos , y por sobre todo ganas de aprender aún más ; el estudiante al crear su propio conocimiento se impulsa a saber más cada día generando una cultura investigativa interesante y beneficiosa para los estudiantes.

Este tipo de interacción lo podemos apreciar fácilmente en las actividades que incluyen anécdotas o historias que fueron elaboradas intencionalmente para generar debate y propiciar el ánimo investigativo.

3.D. Dificultades Observadas

En la práctica diaria de la docencia se encuentran múltiples dificultades según el contexto educativo en el cual nos desenvolvemos, en este caso particular se han observado dificultades antes, durante y después de la implementación de la unidad didáctica, Muchas

de ellas podrán ser mejoradas en el rediseño y algunas otras son más dependientes del contexto, a continuación, se describen las principales dificultades observadas:

- Los estudiantes de nuestra unidad educativa en su mayoría pertenecen a suburbios de la ciudad y viven en situaciones de pobreza por lo cual se les dificulta tener acceso a materiales manipulativos o didácticos para cada una de las actividades, sin embargo, conociendo esta dificultad con anterioridad se planificó las actividades con materiales poco costosos
- Debido a las necesidades institucionales las cargas pedagógicas de los docentes no son óptimas ya que a más de impartir materias propias de su especialización se imparten otro de tipo de materias que complican la labor docente ya que se deben planificar varias clases distintas para un mismo día.
- En todos los paralelos de la institución existen exceso de estudiantes llegando en ciertas aulas a tener hasta 53 estudiantes, para nuestro caso en mención implementamos la unidad didáctica en un aula de 40 estudiantes que lo que se considera una cantidad muy alta para llevar a cabo una clase óptima.
- Nuestra institución está siendo sometida a una reconstrucción por lo cual en la actualidad estamos funcionando en aulas prestadas en otras instituciones de nivel primario por lo cual no existe apoyo de los tics para efectuar nuestra labor didáctica.
- Las disposiciones de los horarios de clases dificultan la secuencia de las clases ya que varias actividades fueron planificadas en 2 horas clases, al interrumpirse se crea un problema que causara que la clase deba ser retomada. Sin embargo, a través de acuerdos con compañeros docentes se procedió al intercambio de horarios para poder efectuar estas actividades en dos horas consecutivas.
- La elaboración de las actividades ha sido bastante compleja ya que los docentes ecuatorianos no tenemos experiencia en la elaboración de instrumentos constructivistas.
- Los libros entregados por ministerio de educación guardan poca relación con el método de estudio que queremos impartir en su mayoría contienen actividades mecánicas y a más de ellos no existe una adecuada dosificación de tareas de menos a más difícil.
- Docentes con sobrecarga horaria a más de cumplir con 30 horas clase se debe cumplir con 5 horas de participación estudiantil los días sábados ,capacitaciones

constantes de temas no relacionados a la especialidad, fuerte carga burocrática , asignaciones de tutorías , proyectos escolares, programas variados como espacios tinis, educando en familia, día de la lectura ,ferias escolares y más que dejan poco espacio para una adecuada planificación de clases y mantienen altos niveles de stress en los docentes ecuatorianos.

- La evaluación a los estudiantes resulta poco adecuada cuando cada 6 semanas se deben obtener calificaciones parciales lo que hace que los docentes tengamos que hacer actividades rápidas para llenar los 5 insumos que deben tener los estudiantes como calificación parcial.

4. Valoración de la implementación y pautas de rediseño de la unidad didáctica

4.A. Valoración

Una vez implementada la unidad didáctica y analizada los resultados obtenidos se pueden concluir lo siguiente:

- Los alumnos del segundo año de bachillerato de la unidad educativa Otto Arosemena Gómez han asimilado en buena forma los aprendizajes expuestos a través de la unidad didáctica.
- Han mejorado los niveles y formas de comunicación entre el docente y los estudiantes
- Se ha elevado y mejorado la participación en clase de los estudiantes
- *“Construir es mejor que dibujarlo”* he puesto esta frase ya que ha quedado evidenciado que las actividades en las que se realizó construcciones con material manipulativo fueron más atractivas, claras y divertidas para los estudiantes
- Este tipo de actividades mantienen el interés, la atención y motivación en los estudiantes
- Comparando las calificaciones con las anteriores se puede notar mejoría en todos los estudiantes sin embargo es más notorio en los estudiantes con menor rendimiento académico.
- A través de una metodología diferente se ha logrado captar mayor interés en los estudiantes que veían a la matemática como una asignatura muy difícil y aburrida.

- La inclusión de historias y anécdotas en las actividades fomenta el interés por la investigación ya que los alumnos buscan satisfacer su curiosidad investigando más sobre las historias tratadas.
- La puesta en común de ideas hace que los estudiantes mejoren sustancialmente el trabajo en equipo

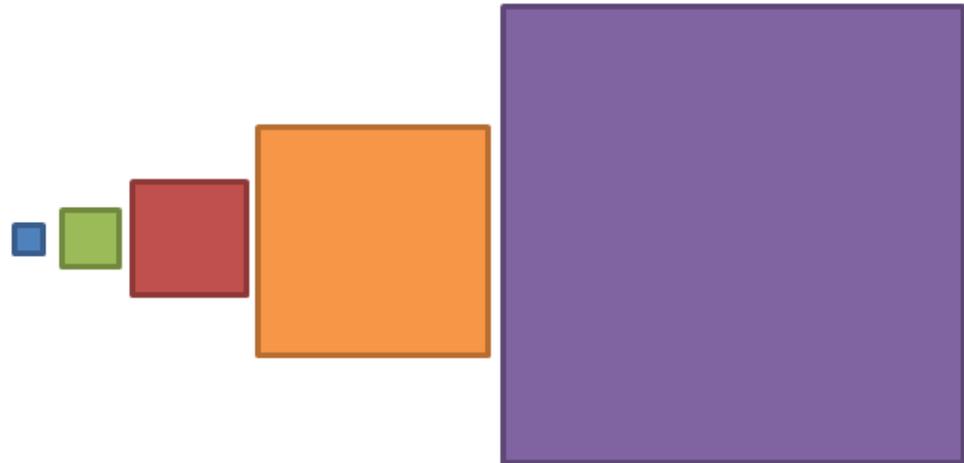
4.B. Pautas de Rediseño:

Si bien de acuerdo a los resultados obtenidos consideramos que esta implementación de unidad didáctica ha sido un éxito siempre surgirán ideas nuevas y puntos a mejorar por ello se plantea un rediseño proyectado a los próximos meses cuando nuestra Unidad Educativa regrese a sus instalaciones originales en las cuales tendremos menos dificultades para ejercer nuestra labor docente, a partir de lo señalado se proponen las siguientes mejoras.

- **Numero de sesiones:** la unidad didáctica actual está estructurada por 8 actividades en un total de 12 sesiones de trabajo, sin embargo, se considera que debido a la diversidad de criterios y tipos de aprendizaje de los estudiantes debemos de aumentar a 14 sesiones de trabajo a fin de tener mayor tiempo para fomentar una mayor participación del alumnado.
- **Temporalización de las actividades:** a pesar de la planificación de las actividades hay actividades para las cuales nos ha quedado un poco de tiempo y otras en las que nos ha faltado tiempo por ello es necesario reajustar el tiempo asignado a cada actividad según la experiencia de esta implementación
- **Experimentación e Investigación:** considerando el interés que ha surgido en los estudiantes durante la implementación de la unidad didáctica, creo necesaria implementar una actividad investigativa y experimental en la cual los alumnos deberán fotografiar 3 objetos o seres en los cuales se encuentre una progresión sea esta aritmética o geométrica, de esta manera lograremos conectar el tema propuesto con la vida real y diaria de los estudiantes.
- **Rediseño de la Actividad 8:** como ya se lo ha mencionado en los resultados en esta actividad se ha creado alguna confusión en los estudiantes , si bien es cierto la mayoría pudo lograr resolverla , es también la actividad en la que hubo mayor dificultad de entendimiento y en la hubo el mayor porcentaje de comprensión baja

en relación con las otras actividades por ello se propone el rediseño de la actividad a fin de lograr una mejor comprensión a continuación la propuesta de rediseño del primer punto de la actividad 8

Cada uno de los grupos debe tener 5 cartulinas de diferentes colores escoge uno de ellos y recorta un cuadrado que tenga como área 4cm^2 , luego recorta otro que tenga un área de 64cm^2 estos dos cuadrados son parte de una escala de 5 cuadrados si el uno es el más grande y el otro el más pequeño construye los 3 cuadrados intermedios de la escala



Posición en la escala	1	2	3	4	5
área	4cm^2				64cm^2

- **Uso de Tics**

Debidos a las dificultades que atraviesa nuestra unidad educativa me fue imposible usar recursos tecnológicos en el aula sin embargo estoy convencido que estos recursos podrían dar mayor interés y grandes resultados para los estudiantes propongo incorporar el uso de una herramienta didáctica online que aprendimos durante las clases de maestría en la ciudad de Babahoyo “kahoot” mediante esta herramienta los estudiantes se divertirán, aprenderán y los evaluaremos al mismo tiempo.

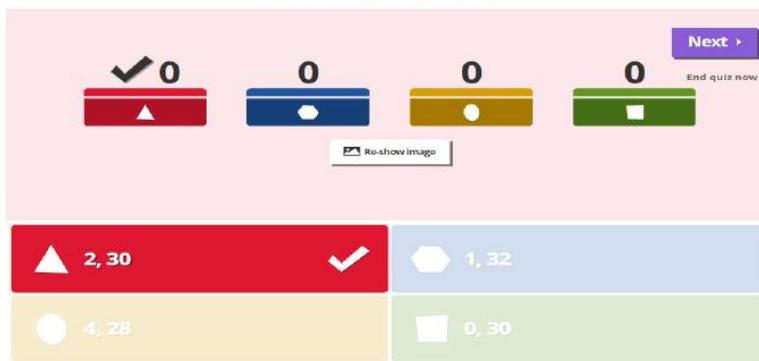
¿Qué términos faltan en la siguiente progresión: 6, 12, 20, ..., 42, 56, ... ?



Kahoot! Quiz Interface showing a timer at 56 seconds and 0 answers. The question is: "¿Qué términos faltan en la siguiente progresión: 6, 12, 20, ..., 42, 56, ... ?". The options are:

- 2, 30
- 1, 32
- 4, 28
- 0, 30

¿Qué términos faltan en la siguiente progresión: 6, 12, 20, ..., 42, 56, ... ?



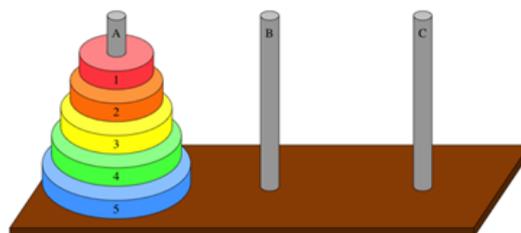
Kahoot! Quiz Results showing the correct answer is 2, 30. The interface shows 0 correct answers for all options. The correct option is highlighted with a checkmark.

- **Incluir una tarea reto:**

Siempre existen en el aula estudiantes que quieren aprender más para ellos como parte de la unidad didáctica propongo una tarea opcional la cual se efectuara con el elemento didáctico Torres de Hanói

Tarea Reto

El siguiente juego consiste en mover todos los discos de la barra de origen a otra barra sabiendo que ningún disco de mayor tamaño puede descansar sobre un disco más pequeño calcula el número de movimientos mínimos para cada cantidad de discos y analiza si se trata de una progresión.



Numero de discos	2	3	4	5	6
Movimientos mínimos	3	7			

5. Reflexiones Finales

5.A. En relación a las asignaturas troncales de la maestría

El proceso de aprendizaje de las matemáticas requiere no solo de asignaturas de especialidad sino también de asignaturas troncales principalmente aquellas relacionadas con la didáctica y su entorno por ello fue muy beneficioso haber cursado dichas asignaturas ya que nosotros a más de aprender es indispensable adquirir metodología para que estos conocimientos no queden solamente en nosotros, sino que seamos capaz de transmitirlo a nuestros estudiantes de manera adecuada.

Durante el desarrollo del presente trabajo nos encontramos con distintas realidades y distintas formas de aprender, haber cursado las asignaturas troncales fue de suma importancia a la hora de resolver estos pequeños problemas que se iban presentando.

5.B. En relación a las asignaturas de la especialidad

Describir nuestra experiencia a través de los conocimientos adquiridos durante nuestra fase presencial y el acompañamiento recibido durante la fase a distancia resulta muy alentador, especialmente si hablamos de la preparación recibida en las asignaturas de la especialidad ya que las mismas son parte diaria de nuestras vidas y están siempre presentes en nuestro entorno.

haber sido preparados por docentes de un altísimo nivel académico y amplia experiencia es sin duda la mayor contribución a nuestro perfil profesional; como se puede evidenciar en el desarrollo del presente trabajo fin de master, sin duda la aplicación de nuevas estrategias y actividades de aprendizaje han jugado en desarrollo de nuestro perfil profesional y a su vez en mayores beneficios y mejores aprendizajes para nuestros estudiantes.

5.C. En Relación a lo aprendido durante el TFM

El trabajo final de master fue la prueba de fuego en la cual pondríamos en práctica todo lo aprendido durante la maestría, planteamos nuestro tema pensando en las dificultades que se habían presentado en años anteriores específicamente en la relación enseñanza – aprendizaje de las progresiones aritméticas y geométricas con nuestros estudiantes del segundo año de bachillerato.



El primer paso fue identificar las dificultades que se habían presentado en periodos anteriores, el reto era aumentar los niveles de comprensión aplicando estrategias nuevas y conocimientos adquiridos durante las clases de maestría.

Para ello se diseñaron 8 actividades en las cuales se invita al estudiante a adquirir el conocimiento en base a su imaginación o mediante el uso de material manipulativo, los resultados fueron alentadores y en tan solo una actividad se presentaron dificultades las mismas que han sido analizadas y estudiadas incluyendo ya un rediseño a fin de solucionar dichos inconvenientes.

En conclusión, podemos decir que el presente trabajo ha sido satisfactorio y de aprovechamiento mutuo tanto para el maestro como para los estudiantes.

6. Bibliografía

Carbonell, B. C. (1984). *Limit de successions i funcions continuïtat*. Barcelona: Claret.

Colera, G. y. (2004). *Educación Secundaria Matemáticas 3*. Madrid: Anaya.

Docampo, I. (2017). *Matemáticas PMAR 3º Eso*. Mac Millan.

Malten Gestion. (2009). *Apuntes para estudiar*. Retrieved from

<https://apuntesparaestudiar.com/matematicas/que-es-una-progresion-geometrica/>

Manuel, O. (2012). Unidad Didáctica Sucesiones Matemáticas. Madrid.

Ministerio de Educación Ecuador. (2016). *Mineduc*. Retrieved from

<https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/5-M.pdf>

Ministerio de Educación & LNS. (2017). *Libro de texto para segundo año de Bachillerato*. Quito:

LNS.

Ministerio de Educación Ecuador. (2016). *Mineduc*. Retrieved from

<https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/08/EF-completo.pdf>

Autoevaluación

	Apartados	Indicadores	A	B	C	D	Puntuación (0-10)
AUTOEVALUACIÓN DEL ESTUDIANTE	Actividades realizadas durante la elaboración del TFM	Tutorías presenciales	Falté a las tutorías sin justificar mi ausencia.	Falté a las tutorías presenciales y sí justifiqué mi ausencia.	Asistí a las tutorías presenciales sin prepararlas de antemano.	Asistí a las tutorías presenciales y preparé de antemano todas las dudas que tenía. Asimismo, planifiqué el trabajo que tenía realizado para contrastarlo con el tutor/a.	9
		Tutorías de seguimiento virtuales	Ni escribí ni contesté los mensajes del tutor/a.	Fui irregular a la hora de contestar algunos mensajes del tutor/a e informarle del estado de mi trabajo.	Contesté todos los mensajes virtuales del tutor/a y realicé algunas de las actividades pactadas en el calendario previsto.	Contesté todos los mensajes virtuales del tutor/a realizando las actividades pactadas dentro del calendario previsto y lo he mantenido informado del progreso de mi trabajo.	8
	Versión final del TFM	Objetivos del TFM	El trabajo final elaborado no alcanzó los objetivos propuestos o los ha logrado parcialmente.	El trabajo final elaborado alcanzó la mayoría de los objetivos propuestos .	El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos.	El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos y los ha enriquecido.	9
		Estructura de la unidad didáctica implementada	La unidad didáctica implementada carece de la mayoría de los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene casi todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación) y además incluye información sobre aspectos metodológicos, necesidades educativas especiales y el empleo de otros recursos.	9
		Implementación de la unidad didáctica	El apartado de implementación carece de la mayoría de los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla casi todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, gestión de la interacción y de las dificultades en la actuación como profesor), además de un análisis del contexto y de las posibles causas de las dificultades.	9

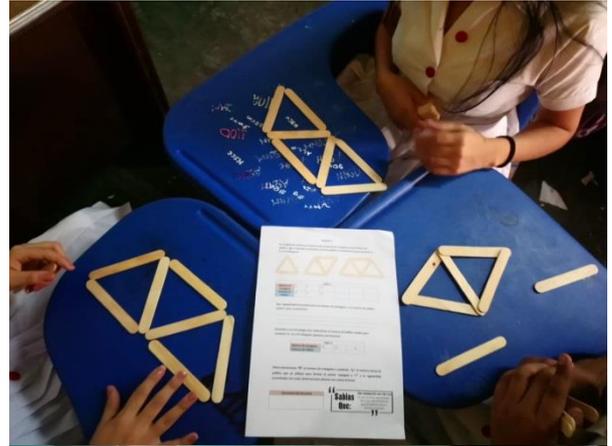
		Conclusiones de la reflexión sobre la implementación	Las conclusiones a las que he llegado sobre la implementación de la unidad didáctica son poco fundamentadas y excluyen la práctica reflexiva.	Las conclusiones a las que he llegado están bastante fundamentadas a partir de la práctica reflexiva, pero algunas resultan difíciles de argumentar y mantener porque son poco reales.	Las conclusiones a las que he llegado están bien fundamentadas a partir de la práctica reflexiva, y son coherentes con la secuencia y los datos obtenidos.	Las conclusiones a las que he llegado están muy bien fundamentadas a partir de la práctica reflexiva porque aportan propuestas de mejora contextualizadas a una realidad concreta y son coherentes con todo el diseño.	9
		Aspectos formales	El trabajo final elaborado carece de los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y no facilita su lectura.	El trabajo final elaborado casi cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.), pero su lectura es posible.	El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y su lectura es posible.	El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y ha incorporado otras que lo hacen visualmente más agradable y facilitan la legibilidad.	10
		Redacción y normativa	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales dificultan la lectura y comprensión del texto. El texto contiene faltas graves de la normativa española.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales facilitan casi siempre la lectura y comprensión del texto. El texto contiene algunas carencias de la normativa española.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan a la lectura y comprensión del texto. El texto cumple con los aspectos normativos de la lengua española, salvo alguna errata ocasional.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan perfectamente a la lectura y comprensión del texto. El texto cumple con los aspectos normativos de la lengua española y su lectura es fácil y agradable.	9
		Bibliografía	Carece de bibliografía o la que se presenta no cumple los requisitos formales establecidos por la APA.	Se presenta una bibliografía básica que, a pesar de algunos pequeños errores, cumple los requisitos formales establecidos por la APA	Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los requisitos formales establecidos por la APA.	Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los requisitos formales establecidos por la APA de forma excelente.	9

		Anexo	A pesar de ser necesaria, falta documentación anexa o la que aparece es insuficiente.	Hay documentación anexa básica y suficiente.	Hay documentación anexa amplia y diversa. Se menciona en los apartados correspondientes.	La documentación anexa aportada complementa muy bien el trabajo y la enriquece. Se menciona en los apartados correspondientes.	8
		Reflexión y valoración personal sobre lo aprendido a lo largo del máster y del TFM	No reflexioné suficientemente sobre todo lo que aprendí en el máster.	Realicé una reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa.	Realicé una buena reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a modificar concepciones previas sobre la educación secundaria y la formación continuada del profesorado.	Realicé una reflexión profunda sobre todo lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a hacer una valoración global y me sugirió preguntas que me permitieron una visión nueva y más amplia de la educación secundaria y la formación continuada del profesorado.	8

Nota final global (sobre 1,5):

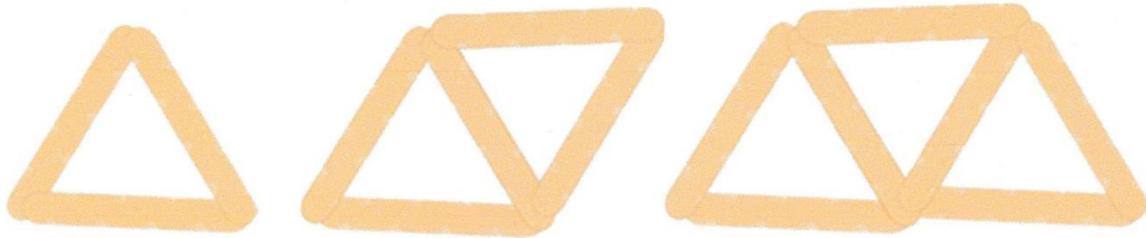
1,3

ANEXOS



Actividad #1

En el siguiente Grafico se muestra una secuencia de triángulos construidos con palillos, siga el ejemplo y encuentre cuantos palillos se necesitaran para construir 3, 4, 5, 6 triángulos?



Número de Triángulos	1	2	3	4	5	6
Número de Palillos	3	5	7	9	11	13

Que regularidad Encuentras entre el número de triángulos y el número de palillos usados para construirlos?

Solo el primer triangulo necesita 3 palillos el resto de ahi en adelante se pueden hacer con dos palillos

Encuentra una estrategia para determinar el número de palillos usados para construir 12 ,15 y N triángulos (plantea una formula).

Número de triángulos	12	15	n
Número de Palillos	25	31	$2(n-1)+3$

Ahora llamaremos "N" al número de triángulos a construir, "a₁" al número inicial de palillos que se utilizan para formar el primer triangulo y "r" a la regularidad encontrada; con estas observaciones plantea una nueva formula

$$n = \# \text{ Triangulos}$$

Generalización (formula)
$a_n = 2(n-1)+3$

“ Sabias Que: ”

UNA PROGRESIÓN ARITMÉTICA
Es una sucesión de números tales que cada término es igual al anterior más un número constante

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

Actividad #2

Tarea Grupal

1. Resolviendo Una situación Problemática: Josué Trabaja en uno de los hoteles de la ciudad, con el fin de reducir el pago por concepto de energía eléctrica, decide cambiar los focos que usaba por los de 20watts. Al iniciar la noche tiene ocupada 8 habitaciones y por cada hora que trascurre se ocupa una habitación más. ¿Cuántos watts consume en cada una de las horas propuestas en la tabla?

Hora	Al iniciar la noche	1ra hora	2da hora	3ra hora	4ta hora	5ta hora
Consumo en watts	160	180	200	220	240	260

2. ¿Podrá considerarse como una progresión aritmética? ¿Por qué?

Si porque aumenta de 20 en 20

3. ¿Cuál es el primer término? a_1

160

4. ¿Cuál es el 5to Terminó? a_5

260

5.Cuál es la Razón?

20

6. Encuentra el término General de dicha progresión

$a_n = 160 + (n-1) 20$

7. Elige a un participante del equipo para que sustente la actividad Realizada



- Una progresión aritmética es una sucesión cuya razón es constante.
- Existen progresiones aritméticas crecientes y decrecientes.
- En una progresión aritmética la razón se halla restando un término cualquiera, menos su antecesor.
- En una progresión aritmética limitada se verifica que la suma de los términos extremos equidistantes sean iguales.

Actividad #3

LA ANECDOTA DE GAUSS



En 1784 a los siete años de edad ingresó en la escuela primaria de Brunswick donde daba clases un profesor llamado Büttner. Se cuenta la anécdota de que a los dos años de estar en la escuela durante la clase de Aritmética el profesor propuso el problema de sumar los números de una progresión aritmética. Gauss halló la respuesta correcta casi inmediatamente diciendo «Ligget se!» (ya está). Al acabar la hora se comprobaron las soluciones y se vio que la solución de Gauss era correcta mientras muchas de las de sus compañeros no.

“...Tenía Gauss 10 años cuando un día en la escuela el profesor manda sumar los cien primeros números naturales. El maestro quería unos minutos de tranquilidad... pero transcurridos pocos segundos Gauss levanta la mano y dice tener la solución. los cien primeros números naturales suman 5.050. Y efectivamente es así. ¿Cómo lo hizo Gauss? Pues mentalmente se dio cuenta de que la suma del primer término con el último, la del segundo con el penúltimo, etc., era constante.

$$1, 2, 3, 4, \dots, 97, 98, 99, 100$$

$$1+100 = 2+99 = 3+98 = 4+97 = \dots = 101$$

“ Con los 100 números se pueden formar 50 pares, de forma que la solución final viene dada por el producto $101 \cdot 50 = 5050$

Gauss había deducido la fórmula que da la suma de n términos de una progresión aritmética de la que se conocen el primero y el último término:

1.-Completa la siguiente tabla:

2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
62	64	66	68	70	72	74	76	78	80
82	84	86	88	90	92	94	96	98	100

2.-La tabla anterior puede considerarse una progresión aritmética (números pares)

¿Por qué?

Se es una progresión por que cada termino que sigue aumenta en 2, tambien son numeros pares

3.-Encuentra una Estrategia para sumar todos los números de la tabla

$$20 + 220 + 230 + 240 + 250 + 260 + 270 + 280 + 290 + 300 = 2550$$

4.-Encuentra alguna regularidad ¿se puede Aplicar la anécdota de Gauss?

Cada columna sumo lo mas que la anterior

5. Pon atención en el siguiente cuadro y descubre

+	2	4	6	8	10	12	14	...	52
	100	98	96	94	92	90	88	...	50
=	102	102	102	102	102	102	102	102

$$25 \times 102 = 2550$$

6.-Encontremos la Formula

- a) Si tenemos 50 números pares ¿cuantas veces podremos sumar 102...25.....
 b) La fórmula es..... $25(102) = 2550$

7.-Y si no fueran números pares ¿encontremos la formula general?

- a) Cuantos números has sumado...50.....
 b) Cuál es el primer término2.....
 c) Cuál es el último término100.....
 d) Para obtener las veces que sumaba 102; hemos dividido el total de números entre...2.....

8.-podriamos decir que la formula se basa en :

Sumatoria de n números =(primer término + ultimo termino). n/2

Entonces:

$$S_n = \frac{(2 + 100)n}{2}$$

9.-Usemos la fórmula:

- a) Calcula la sumatoria de los 50 primeros números impares
 b) Calcula la sumatoria de la progresión aritmética de 14 términos cuyo primer término es 3 y su ultimo termino es 42

a)

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	...	99
99	97	95	93	91	89	87	85	83	81	79	...	51
100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	...	100

$$25(100) = 2500$$

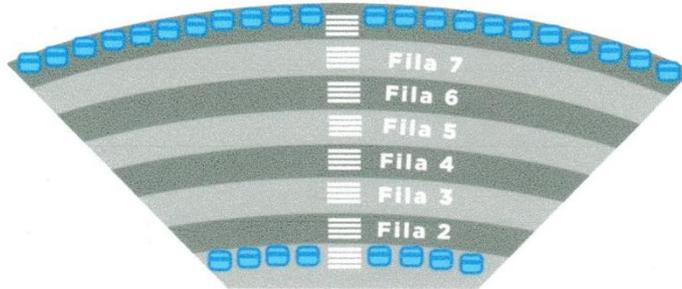
$$S_{50} = \frac{(1+99)50}{2} = S_{50} = \frac{5000}{2} = 2500$$

b)

$$S_{14} = \frac{(3+42)14}{2} = S_{14} = \frac{(45)14}{2} = 315$$

Actividad # 4

El siguiente esquema corresponde a la sala de un cine la misma que tiene 8 filas de asientos como podemos ver en su primera fila tiene 8 asientos y en su octava fila tiene 22 asientos



1.- Obteniendo datos

- a) El primer término de la progresión a_1 es: 8
- b) El último término de la progresión a_8 es: 22
- c) El término general de una progresión aritmética es: $a_n = a_1 + (n-1)R$
- d) Conoces la razón o diferencia de esta progresión no

2.- Con los datos obtenidos encuentra una estrategia para obtener la diferencia o razón

$$a_8 = a_1 + (n-1)R \Rightarrow 22 = 8 + (8-1)R$$

$$22 = 8 + (7)R$$

$$14 = 7R \Rightarrow 4R = 14 \Rightarrow R = 14/7 \Rightarrow R = 2$$

3.- completa la siguiente tabla

Fila #	Fila 1	Fila 2	Fila 3	Fila 4	Fila 5	Fila 6	Fila 7	Fila 8
Asientos	8	10	12	14	16	18	20	22

“Medios Aritméticos son todos los terminos de una progresión Aritmetica que se encuentran entre dos extremos”

Interpolación de Medios Aritméticos

Consiste en formar una P.A., para lo cual se debe conocer los términos extremos y el número de medios que se quiere interpolar.

Sea la progresión aritmética :

$$\div a. \underbrace{\hspace{2cm}}_{\text{Medios aritméticos}} . b$$

4.-interpoler 5 medios aritméticos entre los números 20 y 38

$$a_7 = a_1 + (n-1)R = 38 = 20 + (7-1)R$$

$$38 = 20 + (6)R \Rightarrow 18 = 6R \Rightarrow 6R = 18 \quad R = 18/6 \Rightarrow R = 3$$

20, 23, 26, 29, 32, 35, 38

5.-interpoler 5 medios aritméticos entre los números 12 y 42

$$a_7 = a_1 + (n-1)R \Rightarrow 42 = 12 + (6)R \Rightarrow 30 = 6R$$

$$6R = 30 \quad R = 30/6 \quad R = 5$$

12, 17, 22, 27, 32, 37, 42

6.-Reto: una situación problemática (emplea todos los conocimientos adquiridos)

Las edades de 11 personas están en progresión aritmética y la suma de todas ellas es de 561, si la mayor tiene 86 años, ¿cuántos tiene la más joven?

Obteniendo datos

- a) Número de términos (n): $\frac{11}{\dots}$
- b) Último término a_{11} : $\frac{86}{\dots}$
- c) Sumatoria: $\frac{561}{\dots}$

Encuentra una estrategia para resolverlo:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) n}{2}$$

$$561 = \frac{(a_1 + 86) 11}{2}$$

$$561(2) = (a_1 + 86) 11$$

$$1122 = 11a_1 + 946$$

$$1122 - 946 = 11a_1$$

$$176 = 11a_1$$

$$11a_1 = 176$$

$$a_1 = \frac{176}{11}$$

$$a_1 = 16$$

$$a_{11} = a_1 + (n-1)R$$

$$86 = a_1 + (10)R$$

$$86 = 16 + (10)R$$

$$70 = 10R$$

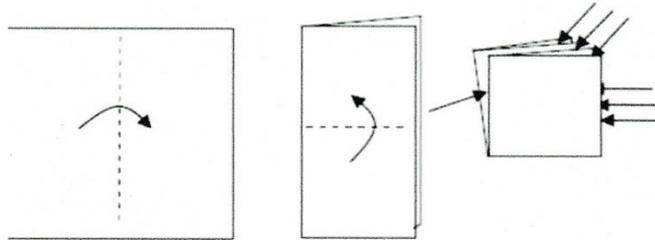
$$10R = 70$$

$$R = 70/10 \Rightarrow R = 7$$

16, 23, 30, 37, 44, 51, 58, 65
72, 79, 86

Actividad #5

1.-En el siguiente grafico puedes apreciar una hoja de papel A4, la misma que doblaremos en partes iguales con el fin de contar cuantos pequeños rectángulos tendrá el papel cada vez que hacemos un nuevo doblez.



2.-Rellena el siguiente cuadro con los datos que obtienes del experimento anterior

Numero de dobleces	Numero de rectángulos
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64

3.-Encontrates una regularidad entre el número de dobleces y el número de rectángulos, descríbela?

cada numero que sigue se multiplica por 2

*128
x 2

256
x 2

512*

4.- Encuentra una estrategia para determinar el número de rectángulos que tendrá un papel que ha sido doblado en partes iguales 7 veces ,9 veces y n veces

Veces que ha sido doblado	7	9	n
Número de rectángulos	128	512	<i>antes por 2 (n-1) x 2</i>

5.-Ahora llamaremos "N" al número de veces que se dobla el papel, "a₁" al número de pequeños rectángulos que se forman al doblar el papel 1 vez y "r" a la regularidad encontrada; con estas observaciones plantea una nueva formula

Generalización (formula)
$a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$

$512 = 2 \cdot 2^8 = 2 \cdot 256 = 512$

$a_7 = 2 \cdot 2^{(7-1)}$
 $a_7 = 2 \cdot 2^6$
 $a_7 = 2 \cdot 64 = a_7 = 128$

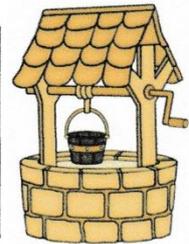
$512/2 = 256 \Rightarrow 2^8$
 $2 \cdot 2^8 = 512$
 $2 \cdot 2^{n-1} = 512$

Actividad #6

Tarea Grupal

1. **Resolviendo Una situación Problemática:** Excavar un pozo cuesta 200 dólares el primer metro, el segundo el doble y así sucesivamente. Calcular el valor de cada de los 6 metros de profundidad que tiene el pozo.

Metros de profundidad	1er metro	2do metro	3er metro	4to metro	5to metro	6to metro
Valor en dólares	200	400	800	1.600	3.200	6.400



2. ¿Podrá considerarse como una progresión Geométrica? ¿Por qué?

Si porque se multiplica por 2 cada uno que sigue.

3. ¿Cuál es el primer término? a_1

200

4. ¿Cuál es el 5to Termino? a_5

3.200

- 5.Cuál es la Razón?

2

6. Encuentra el término General de dicha progresión

$a_n = 200 \cdot (2)^{n-1}$

- 7.-Cuanto deberá pagarse al final de la excavación

$200 + 400 + 800 + 1600 + 3200 + 6.400 = 12.600$

Actividad #7

Hace mucho un rey estaba permanentemente aburrido y triste. Un día un sabio se presentó ante él y le enseñó un juego (el ajedrez). El rey como recompensa le concedió lo que el sabio quisiera, este le pidió: **que ponga un grano de trigo en la primera casilla, dos en la segunda, cuatro en la tercera y así, seguir duplicando el número de granos en cada cuadro hasta llegar a la última casilla del tablero.**

El rey aceptó a realizar el pago y mandó a calcular la cantidad que había pedido. Su sorpresa fue grande, cuando le informaron que no había esa cantidad de trigo en todo el reino para pagarle, el valor era de:



18.446.744.073.709.551.615 granos de trigo

1.- Tomando en consideración la anécdota del rey y el ajedrez completa la siguiente tabla:

Tabla 6						
Casillero de ajedrez	1	2	3	8	12	15
Granos de trigo	1	2	4	128	2048	16384

1
2
4
8
16
32
64
128
256
512
1024
2048
4096
8192
16384
32768
65536

2.- La tabla anterior puede considerarse una progresión geométrica ¿Por qué?

Si porque todos los terminos que siguen son el resultado de los anteriores por 2

3.- Supongamos que la tabla de ajedrez tiene solamente 16 casillas, basándonos en el ejercicio anterior ¿Cuántos granos de trigo debería entregar el Rey?

1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 + 1024 + 2048 + 4096 + 8192 + 16384 + 32768 = 65534

4.- Encontramos la formula

- a. Cuál es el primer término de esta progresión
- b. Cuál es el último término de la progresión
- c. Cuantos términos tiene esta progresión
- d. Cuál es la razón de la progresión

1
32768
16
2

5.- podríamos decir que la formula se basa en:

Sumatoria de n términos = (razón (ultimo termino)-primer término)/razón -1

Entonces:

$$S_n = \frac{2(a_n - a_1)}{2 - 1}$$

$$S_{16} = \frac{2(32768 - 1)}{2 - 1}$$

$$S_{16} = \frac{2(32767)}{1} = 65534$$

6.- usemos la fórmula:

a. Cuantos granos de trigo sumarian si el tablero tuviera solamente 15 casillas

b. Cuantos granos de trigo sumarian si el tablero tuviera 24 casillas

$$a) S_{15} = \frac{2(16384 - 1)}{2 - 1} = 32766$$

$$b) S_{24} = \frac{2(8388608 - 1)}{2 - 1} = 16777214$$

$$a_{24} = a_1 \cdot 2^{n-1}$$

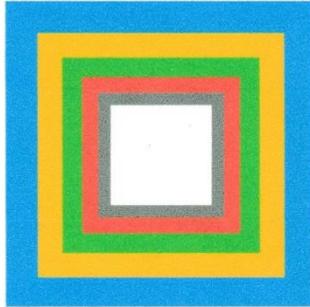
$$a_{24} = 1 \cdot 2^{24-1}$$

$$a_{24} = 1 \cdot 2^{23}$$

$$a_{24} = 8388608$$

Actividad #8

La siguiente imagen es una escala de cuadrados en la cual el cuadrado mayor tiene un área de 96cm y el menor un área de 3cm. Encuentre el área de cada uno de los cuadrados internos



Para Recordar

Escala es una sucesion ordenada de valores distintos que mantienen las mismas cualidades.

Obtengamos Datos Importantes

A.-cuantos cuadrados hay.....6

B.-cuál es el área del cuadrado mayor.....96

C.-cuál es el área del cuadrado menor.....3

D.- obtén el valor de r.....2

$$\begin{aligned}
 a_n &= a_1 \cdot r^{n-1} \\
 a_6 &= 3 = 96 \cdot r^{6-1} \\
 96 &= 3 \cdot r^5 \\
 \frac{96}{3} &= r^5 \quad r^5 = \frac{32}{1} \\
 r &= 2
 \end{aligned}$$

2.- una vez obtenido los datos encuentra el área de todos los cuadrados

Tabla 7						
Cuadrados por color	azul	amarillo	verde	rojo	gris	blanco
Áreas en cm ²	96	48	24	12	6	3

3.-Estos cuadrados forman una progresión geométrica ¿Por qué?

Se por que se los tomamos desde el mas pequeño al mayor del area se multiplica por dos y desde el mas grande se divide por dos

4.- la progresión formada es creciente o decreciente ¿Por qué?

decreciente porque es de mayor a menor

5.- "interpolamos medios geométricos es introducir uno o varios términos entre dos extremos dados" cuáles son los extremos y cuáles son los medios geométricos interpolados en el ejercicio anterior

Extremos de la progresión...3... y ...96

Medios geométricos interpolados ...6... ..12... ..24... ..48

Entonces podemos decir que hemos interpolado Medios geométricos

6.-ahora que ya conoces que es interpolar medios geométricos realiza el siguiente ejercicio

a.- Interpolamos 4 medios geométricos entre 128 y 4

...8... ..16... ..32... ..64

$$a_6 = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$128 = 4 \cdot r^5$$

$$\frac{128}{4} = r^5 \quad r^5 = 32 \quad r = 2$$

b.- Encuentra la progresión geométrica de 10 términos en la cual sus extremos son 11 y 5632

11 ..22... ..44... ..88... ..176... ..352... ..704... ..1408... ..2816... ..5632

$$a_{10} = 5632$$

$$a_{10} = 11 \cdot r^9$$

$$5632 = 11 \cdot r^9$$

$$\frac{5632}{11} = r^9$$

$$\sqrt[9]{512} = r^9$$

$$r = 2$$