CAPÍTULO 2

CONSTRUCCIÓN DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO

Marco Vinicio Vásquez Bernal
marco.vasquez@unae.edu.ec
Universidad Nacional de Educación UNAE
Azogues, Ecuador

1. Introducción

La finalidad del proceso de educación es generar conocimiento y alcanzar nuevos espacios para todos los involucrados, lo que significa mejorar la sociedad desde sus propios integrantes. Para lograr estos fines, se requiere que los participantes del proceso, especialmente los maestros o facilitadores, estén dispuestos a cambiar su manera de actuar. Más allá de dominar el tema de su cátedra, su disposición al cambio debe estar ligada a su compromiso con el bienestar y equilibrio con el entorno, para de ese modo propiciar en cada ciudadano o futuro ciudadano un conocimiento profundo y transformador. Sus planificaciones, además de buscar trasmitir saberes, deben incentivar y desarrollar el pensamiento crítico generador de cuestionamientos y puntos de vista divergentes con capacidad de incidir en la construcción del conocimiento y de una nueva sociedad.

El aula ha dejado de ser un espacio físico en el que se encuentran docentes y estudiantes. Las nuevas concepciones de la educación la caracterizan como un espacio de aprendizaje en el cual se cultivan relaciones con sentido de humanismo, acorde con los cánones de respeto y cordialidad. En el docente recae la mayor responsabilidad para que ese ambiente se haga realidad. La educación es ese puente de ingreso a la cultura, por eso, debe presentar alternativas válidas para que los estudiantes comprendan su realidad y, en consecuencia, puedan moldearla en función de sus nuevas y propias perspectivas.

¿Cómo es posible construir pensamiento matemático en las circunstancias actuales? Este capítulo cumple con el objetivo de responder a esta interrogante y mostrar cómo, desde la práctica, es posible generar procesos que ayuden a la construcción de este pensamiento. A través de una metodología práctica, se presentarán y desarrollarán actividades destinadas a cumplir con el objetivo, respetando el ritmo de cada estudiante y su manera de asimilar los conceptos matemáticos abordados en el currículo ecuatoriano correspondiente a Educación General Básica. La premisa es que quienes algo conocemos de las matemáticas podemos enseñar esta ciencia y presentarla de manera lógica enfatizando su potencial en el desarrollo del pensamiento razonado para convertirla en una herramienta para pensar y comprender el entorno natural, social y el mundo.

Los números sirven para traducir en medidas concretas el entorno y las circunstancias. Para ello se requieren destrezas que permitan cumplir este objetivo de manera eficaz y efectiva. El razonamiento numérico es una herramienta social que presenta y entiende el rostro real de cualquier realidad a través de cantidades, porcentajes y gráficos (Adams, 1999, pp.229, 244). Es indispensable que el maestro, sujetándose a la ética, reconstruya esa realidad en el aula y enseñe a sus alumnos a hacerlo bajo una premisa: las interpretaciones de los dígitos deben sujetarse a los fundamentos de la ciencia y no a las conveniencias de los actores. Siempre habrá que reconocer el subjetivismo con el que una cantidad, una razón o un porcentaje pueden ser interpretados por distintos individuos. Esto rebasa los objetivos de las matemáticas, pero la ética obliga a que sus productos respondan a la realidad.

El razonamiento numérico se sujeta a lo que se conoce como *trasposición didáctica* que genera conocimiento a partir de la presentación de un problema y una conjetura. También se alinea con lo que se conoce como *pensamiento complejo*, según el cual la interconexión de las distintas dimensiones de lo real logra la generación de nuevas ideas que se originan con base en la reflexión y la discusión. Por lo indicado, se estima que el profesor debe asumir su rol de guía y facilitador, presentando los conocimientos como las herramientas que han de ser utilizadas y perfeccionadas por sus alumnos. Por lo tanto, es imprescindible que los estudiantes conozcan y comprendan a cabalidad las bases concretas de cada tema y su funcionamiento y no únicamente las fórmulas o los procesos simplificados que llevan a resultados rápidos.

2. Lineamientos teóricos

2.1 Competencia matemática

De acuerdo con el real decreto 1631/2006, la competencia matemática:

> Consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral. Forman parte de esta la habilidad para interpretar y expresar con claridad y precisión informaciones, datos y argumentaciones, lo que aumenta la posibilidad real de seguir aprendiendo a lo largo de la vida, tanto en el ámbito escolar o académico como fuera de él, y favorece la participación efectiva en la vida social (Centro de profesorado de Córdova, 2019, s.p.).

Este concepto, respetando la amplitud del accionar del razonamiento numérico, especifica áreas de acción que deben ser abordadas en la enseñanza, presentada como un proceso de razonamiento y no como un cúmulo de operaciones.

Para lograr un aprendizaje eficaz, se debe respetar el proceso de construcción de la ciencia; un proceso constituido por las siguientes fases: concreto – gráfico – simbólico – abstracto. Este transcurso no replica únicamente cómo el ser humano construyó las matemáticas (Ramírez y Calderón, 2002), sino que además posibilita que la enseñanza se haga partiendo de lo concreto. Con métodos adecuados se logrará entender los fundamentos teóricos que sustenten adecuadamente los resultados.

Con el propósito de entender lo referido, se enumeran algunos indicadores del razonamiento matemático que no responden a jerarquía ni orden alguno, simplemente permiten entender la operatividad de las matemáticas como herramienta fundamental de la vida tomando como base lo planteado por Juan José Caballero y Concepción Navarro.

2.2 Indicadores del razonamiento matemático

a. Ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad.
b. Conocer los elementos matemáticos básicos (distintos tipos de números, medidas, símbolos, elementos geométricos, etc.).

c. Comprender una argumentación matemática.
d. Seguir determinados procesos de pensamiento (como la inducción y la deducción, entre otros).
e. Integrar el conocimiento matemático con otros tipos de conocimientos.

I. Producir e interpretar distintos tipos de información

a. Expresar y comunicar información en lenguaje matemático.
b. Expresar e interpretar con claridad y precisión informaciones, datos y argumentaciones.
c. Seguir cadenas argumentales identificando las ideas fundamentales.
d. Estimar y enjuiciar la lógica y validez de argumentaciones e informaciones.
e. Identificar la veracidad de los razonamientos.
f. Identificar situaciones cotidianas que requieren la aplicación de estrategias de resolución de problemas.
g. Seleccionar las técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar la realidad a partir de la información disponible.

II. Resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y laboral

a. Manejar los elementos matemáticos básicos (distintos tipos de números, medidas, símbolos, elementos geométricos, etc.) en situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana.
b. Poner en práctica procesos de razonamiento que llevan a la obtención de información o a la solución de los problemas.
c. Aplicar algoritmos de cálculo o elementos de la lógica.
d. Aplicar los conocimientos matemáticos a una amplia variedad de situaciones provenientes de otros campos de conocimiento y de la vida cotidiana.
e. Aplicar aquellas destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente.
f. Utilizar los elementos y razonamientos matemáticos para enfrentarse a aquellas situaciones cotidianas que los precisan.

2.3 Didáctica de las matemáticas

La construcción del conocimiento se sustenta fundamentalmente en el razonamiento y la capacidad que los individuos desarrollen para hacerlo. El profesor debe generar las actitudes, la disposición para razonar y los procesos para conseguirlo (Ramírez, 2002). Luego desarrollará las destrezas de los procesos matemáticos para modelar la realidad. El estudiante, como actor principal del proceso de enseñanza, debe asimilar la idea de que la utilidad de sus conocimientos radica en la manera que le sirven para solucionar problemas de su vida real.

La teoría propone que la enseñanza de las matemáticas se fundamenta en cuatro principios:

Principio de pertinencia con el perfil de salida. Lo que se aprenderá en el aula debe responder directamente a lo que requiere el perfil del educando: cada unidad, cada contenido ha de servir de herramienta para que, quienes se nutran de estos, los puedan utilizar como procesos de ayuda para su desempeño final. Vale la pena indicar que lo que determine los temas y la profundidad en que se aborden como resultados mínimos para el desempeño eficiente del bachiller o del profesional, será el perfil del bachiller. La enseñanza de las matemáticas deberá crear el vínculo para recrear y entender el lazo entre la realidad y el aula, dando prioridad a la práctica y presentando lo teórico como fundamento de validación y de sustentación del conocimiento, mas no como el fin mismo de las matemáticas.

Principio de adaptabilidad al medio. Cualquier profesor debe ser capaz de desarrollar su cátedra en cualquier realidad circunstancial, mucho más aquel que enseña cómo la ciencia de las matemáticas permite entender esa realidad. Ninguna aseveración justifica el incumplimiento de este principio. Lo tecnológico, la infraestructura, los métodos, los recursos ayudan a presentar de mejor manera un conocimiento; mas lo determinante siempre será la vocación del maestro y su destreza para hacer de cualquier vivencia y de cualquier material un recurso didáctico que lo ayude a presentar su cátedra.

Principio de integralidad. Ningún conocimiento es aislado, mucho más cuando este debe servir de herramienta para entender el entorno, por tanto, su efectividad se asegura cuando existe la continuidad entre los procesos de complejidad que irán surgiendo. Esta integralidad debe darse tanto entre los niveles de profundidad de las matemáticas como también entre asignaturas que cursa el estudiante, lo que garantizará que el alumno de matemáticas pueda generar conocimientos ricos en vivencias y con respuestas reflexivas a la complejidad de sus vivencias (Departamento de Didáctica de Matemáticas, 2003).

Principio de valores éticos. La cantidad o el número ha de presentarse como una herramienta que ayude a construir una sociedad justa, presentando los resultados de las matemáticas no como elementos absolutistas que clasifiquen, jerarquicen y discriminen, sino más bien como elementos que propicien la reflexión y permitan construir alternativas de bienestar colectivo.

Con lo indicado, se propone una metodología que se basa en la construcción de un espacio de armonía entre profesores y alumnos para construir conocimiento. Y luego, con esa metodología, se busca diseñar actividades que surjan de lo concreto y permitan la trasmisión de conocimientos.

3. Metodología didáctica

3.1 Herramientas metodológicas

Sujetándonos al Modelo Pedagógico de la Universidad Nacional de Educación, UNAE, se propone que las matemáticas se enseñen haciendo, es decir, haciendo tangible el conocimiento y haciendo que surja de la práctica. En tal sentido, se plantea utilizar las siguientes herramientas metodológicas:

√ *El aprendizaje basado en problemas (ABP).* Por este medio es posible llevar realidades de la vida diaria al aula y propender que los alumnos construyan alternativas de solución de acuerdo con sus conocimientos y con su propia reflexión, apoyados, por supuesto, en la información existente. Esta herramienta es muy útil, ya que destruye ese concepto de que aprender es acumular información, concepto que en la era de la informática carece de valor, ya que la información está a la mano de todos. Lo clave radica en tener el criterio para utilizar la información correcta y generar reflexivamente su interpretación.

√ *El aula invertida.* Está muy ligada al ABP y se sustenta en las herramientas tecnológicas. Los conceptos teóricos y las fundamentaciones serán asimilados de forma individual y libre por los estudiantes, haciendo del aula el espacio para discutir, construir definiciones propias y conocimientos sustentados en la percepción y análisis de cada individuo. Esta propuesta permitirá entender la fundamentación formal de las matemáticas como herramienta base a la que se puede acceder individualmente, y que luego servirá de insumo para resolver circunstancias de la vida real y para construir el nuevo conocimiento.

√ *Estudio de la lección.* Herramienta colectiva que se ancla en los conceptos del mejoramiento continuo; permite que los docentes mejoren cada vez más su desempeño. Se basa en la observación colectiva, en la apertura por aprender y busca sistematizar los procesos que han de permitir un mejor desenvolvimiento del profesor.

Con esta metodología se crearán y validarán las actividades didácticas y los recursos didácticos que ayuden a mejorar el desempeño. Para la creación de esas actividades se propone una metodología basada en la construcción de un espacio de armonía entre profesores y alumnos (De Alonso, 2002, p.65) y consensuar la realidad del estudiante con los objetivos del curso, partiendo de la realidad circunstancial y buscando el desarrollo de las destrezas matemáticas. La metodología se sujeta a los siguientes pasos:

1. Identificar los temas de la asignatura de Matemáticas que generan problemas en el alumnado.
2. El docente debe recabar toda la información teórica sobre experiencias similares en otros establecimientos o en años anteriores.
3. El profesor, con base en lo investigado, estructurará actividades absolutamente concretas que ayuden a los estudiantes a entender mejor el tema.
4. Realizar la actividad en clase.

5. Sistematizar el proceso registrando lo observado.

Para cumplir a cabalidad el propósito de mostrar lo simple y concreto de las matemáticas, se propone que esta metodología se sujete a las siguientes normas:

- El alumno debe ser el actor fundamental, debe ser quien encuentre diversos resultados al manipular los objetos.
- La explicación teórica debe ser explícita y posterior a los resultados obtenidos.
- El profesor es un involucrado más que guía el proceso y no adelanta ni propone ningún resultado.
- Se trabajará de lo individual a lo grupal y de lo particular a lo general.
- Los materiales utilizados deben ser inofensivos y respetar el medio ambiente.
- Todos los resultados presentados poseen el mismo valor cualitativo sabiendo que pueden surgir algunos no previstos.

3.2 Actividades

Para su desarrollo se propone la ejecución de algunas actividades que promuevan el desarrollo de destrezas del pensamiento numérico.

a) Multiplicación gráfica

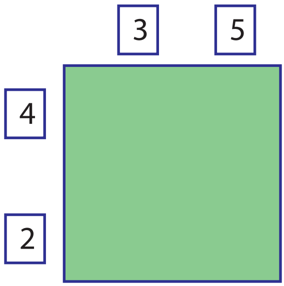
Existe un proceso para multiplicar utilizado antiguamente por el pueblo chino. Se basa simplemente en contar cuántos puntos surgen como intersección de rectas, y con ello es posible llegar a la respuesta. Para iniciar, se deben plantear algunas inquietudes:

- Si a tres líneas verticales les cruzamos una línea horizontal ¿cuántos puntos de corte se generarán?
- ¿Qué pasará luego si les cruzamos con dos líneas horizontales? ¿Cuántos puntos de corte se generarán?
- ¿Si las cruzamos con doce líneas horizontales?
- Si no las cruzamos con línea horizontal alguna, ¿cuántos puntos de corte se generarán?
- ¿Qué cambia si inicialmente tenemos siete líneas verticales?
- Por último, pedimos que el grupo responda con fundamento a la inquietud: ¿qué operación matemática modela esta realidad?

Bajo este razonamiento, se sigue un procedimiento para calcular el producto entre dos números.

I. Ubicar las dos cantidades, una de forma horizontal y otra de forma vertical, de abajo hacia arriba y de izquierda a derecha respectivamente, respetando la ubicación de la numeración decimal. Para que se entienda, se propone multiplicar 24 por 35, tal como se presenta en las Figuras 1, 2, 3 y 4.

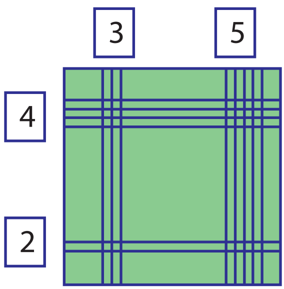
Figura 1. Procedimiento para calcular el producto entre dos números



Fuente: *Elaboración propia*

II. Junto a cada dígito y en dirección perpendicular a la del número, se trazarán tantas líneas como sea el valor absoluto de cada dígito (si el dígito es cero no trazamos recta alguna).

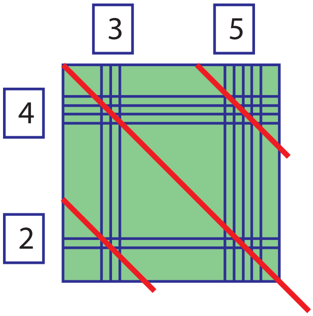
Figura 2. Procedimiento para calcular el producto entre dos números



Fuente: *Elaboración propia*

III. Se trazarán diagonales de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo, de forma que atraviese los grupos de centésimas, décimas, unidades, decenas, centenas, unidades de mil, etc.

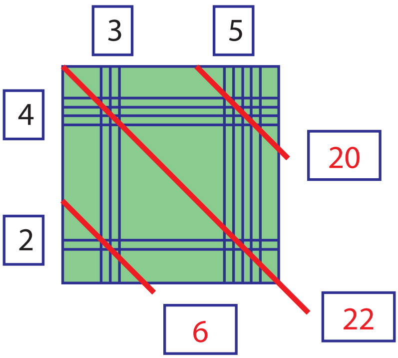
Figura 3. Procedimiento para calcular el producto entre dos números



Fuente: *Elaboración propia*

IV. Se contarán todos los puntos de corte de los grupos por donde atraviese cada diagonal, anotando al final de estas el resultado.

Figura 4. Procedimiento para calcular el producto entre dos números



Fuente: *Elaboración propia*

Iniciando por la diagonal ubicada más a la derecha, el dígito de la unidad se ubicará en el resultado. De existir otros dígitos, estos se sumarán como unidades con el resultado obtenido para la diagonal inmediatamente a la izquierda, fijando el último dígito en el resultado y repitiendo el proceso hasta llegar a la primera diagonal de la derecha donde se escribirá el resultado completo.

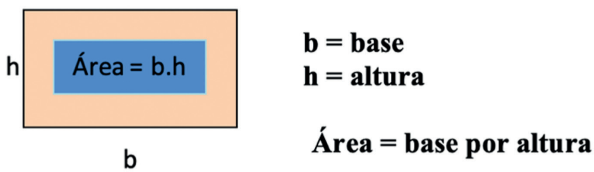
Para el ejemplo del resultado de la primera diagonal, tomamos el 0 que se ubica como último dígito del resultado final. Al 2 lo sumamos al 22, el resultado sería 24. De este valor tomamos el 4 y lo ubicamos como penúltimo dígito del resultado final y el 2 sumamos al 6, quedando allí el 8 que completará el resultado final.

El resultado de la multiplicación es el número que tiene por dígitos, los que resulta del paso anterior para cada una de las diagonales, iniciando por la derecha. El resultado de la multiplicación planteada será 840.

b). El área de una figura geométrica

Definición de área. El área de una figura geométrica se entiende como el espacio bidimensional limitado por la forma. Con base en la definición expuesta, se puede decir que el área de un rectángulo se define como base por altura, tal como se observa en la Figura 5.

Figura 5. Área de un rectángulo



Fuente: *Elaboración propia*

Esta definición es básica y sirve para calcular el área de cualquier rectángulo.

Construcción de un triángulo

Con los tres segmentos, construir el triángulo que tenga por lados los segmentos a, b y c, tal como se explica en las Figuras 6, 7 y 8.

a (8u)

b(6u)

c(4u)

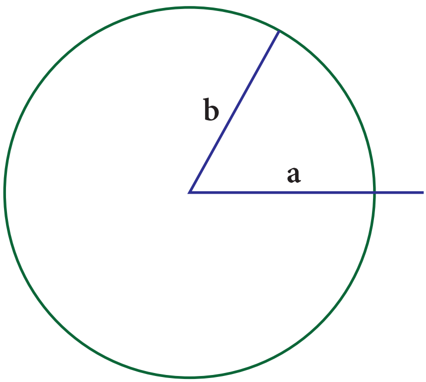
Procedimiento

Se grafica el lado mayor (a).

a

Con el compás se hace centro en uno de los extremos, se abre una magnitud igual a uno de los otros lados dados (b) y se traza un círculo con ese radio.

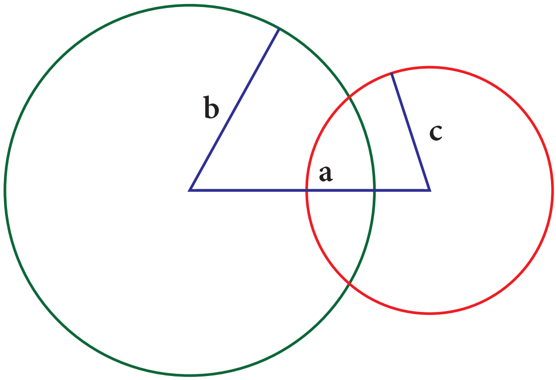
Figura 6. Construcción de un triángulo (a)



Fuente: *Elaboración propia*

De igual forma, con el compás se hace centro en el otro extremo de *a,* se abre una magnitud igual al tercer lado (c) y se traza un círculo.

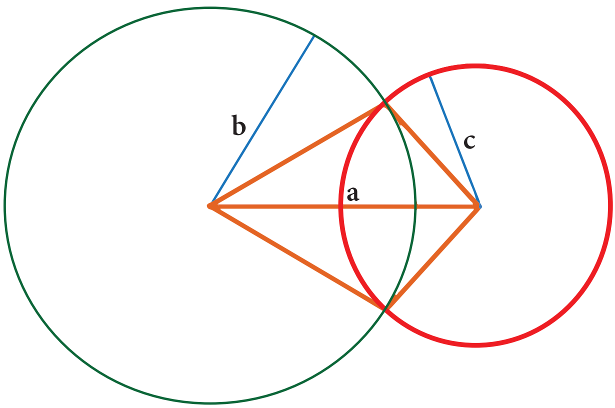
Figura 7. Construcción de un triángulo (b)



Fuente: *Elaboración propia*

Se une cualquiera de los dos puntos de corte de los círculos con los extremos del primer segmento trazado y se obtienen los otros dos lados del triángulo.

Figura 8. Construcción de un triángulo

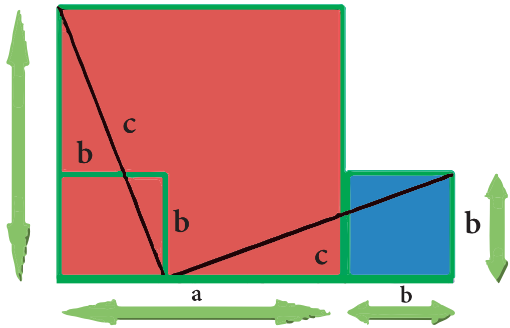


Fuente: Elaboración propia

c) El teorema de Pitágoras

Es uno de los más conocidos en geometría y en las matemáticas, posee infinidad de demostraciones. Enmarcamos la realidad que vivió Pitágoras, cuya explicación se aprecia en las Figuras 9 y 10.

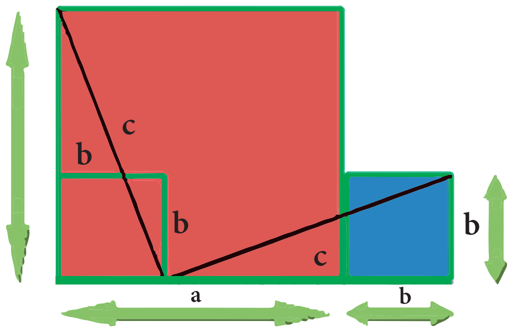
Figura 9. Demostración del teorema de Pitágoras



Fuente: *Elaboración propia*

Nota. *Partiendo de dos cuadrados cualesquiera, uno de lado a y área* a^2*, otro de lado b y área* b^2*, en una esquina del cuadrado mayor marcamos lo correspondiente al cuadrado menor.*

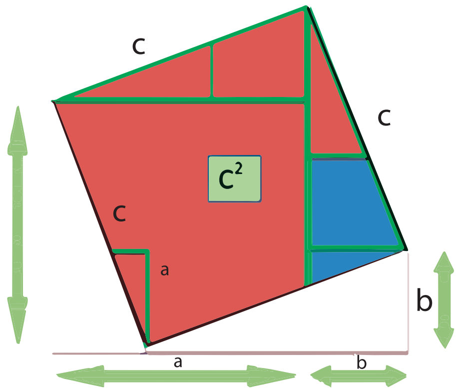
Figura 10. Demostración del teorema de Pitágoras



Fuente: *Elaboración propia*

Luego trazamos las rectas que completan el triángulo rectángulo con catetos *a* y *b*, que en este caso llamamos *c*, es decir *c* es la hipotenusa del triángulo rectángulo *abc*. Existen áreas de los cuadrados iniciales que quedan fuera de las hipotenusas trazadas. A esas áreas se las puede mover, como se observa en la Figura 11, completando el cuadrado de área c^2.

Figura 11. Demostración del teorema de Pitágoras



Fuente: *Elaboración propia*

Con lo indicado queda demostrado que "La suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos de un triángulo rectángulo es igual al área del cuadrado construido sobre la hipotenusa del mismo", es decir, se brinda un resultado similar al mundialmente conocido:

$$c^2=a^2+b^2$$

d) Generalización del teorema de Pitágoras

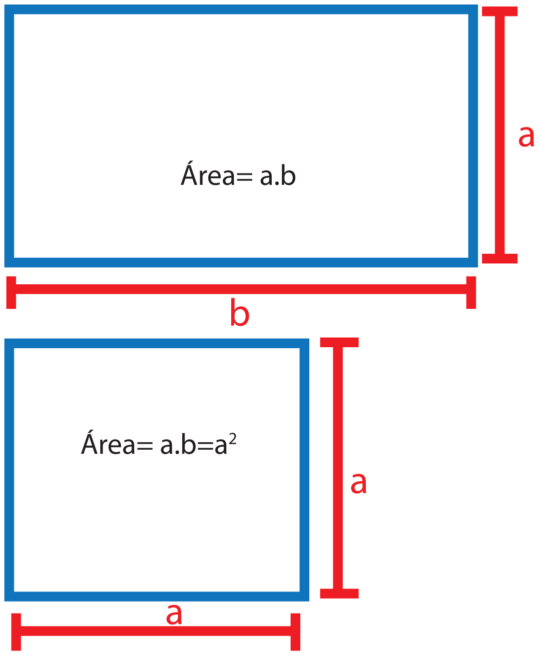
Se ha demostrado la construcción de cuadrados sobre cada lado del triángulo rectángulo. Sin embargo, este resultado puede ser generalizarlo al aseverar que las figuras que se construyen sobre cada lado del triángulo rectángulo pueden ser cualquier figura geométrica semejante en los tres lados. Entonces es posible componer el siguiente enunciado:

“La suma de las áreas de dos figuras geométricas semejantes, construidas sobre los catetos de un triángulo rectángulo, es igual al área de otra figura semejante construida sobre su hipotenusa”.

e) Productos notables

Se continúa trabajando con cartulina y se recuerda los siguientes conceptos de áreas explicados en la Figura 12.

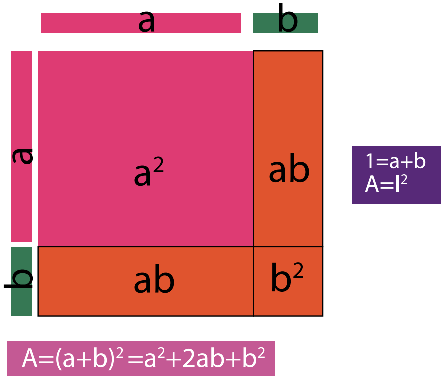
Figura 12. Cuadrado de un polinomio



Fuente: *Elaboración propia*
Nota*. El área de un rectángulo es igual a base por altura.*

¿En cartulina se puede desarrollar $(a+b)^2$? La respuesta se observa en la Figura 13.

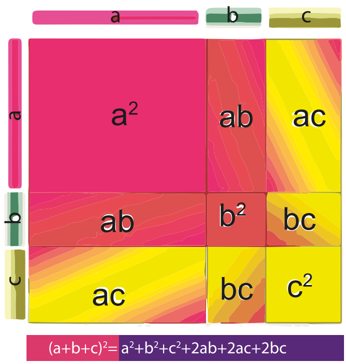
Figura 13. Desarrollo de (a+b)²



Fuente: *Elaboración propia*

¿En cartulina se pude realizar el desarrollo de $(a+b+c)^2$? Nótese el desarrollo en la Figura 14.

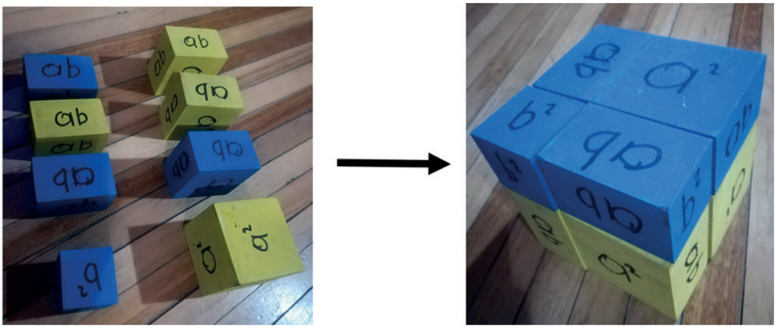
Figura 14. Desarrollo de (a+b+c)²



Fuente: *Elaboración propia*

Para trabajar en tres dimensiones se construirán las piezas, tal como se presenta en la Figura 15.

Figura 15. Material tangible para potencias de polinomios, piezas construidas



Fuente: *Elaboración propia*

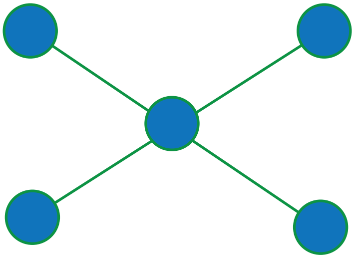
Vale la pena pensar cómo se podría trabajar para desarrollar $(a+b+c)^3$. Con estos materiales se trabajarían todos los productos notables.

f) Retos matemáticos, una forma amigable de entender esta ciencia

La razón de ser de las matemáticas es, sobre todo, entender el entorno y las circunstancias en magnitudes y medidas (Gardner, 1988, p.18), cuestión aparentemente simple que genera resistencia y temor en los estudiantes de cualquier geografía y de cualquier edad. De forma muy resumida se brinda aquí una metodología que no habla de problemas (Vásquez, 2014, p.12), por la concepción psicológica de este vocablo, sino que propone *retos* o *desafíos* que incitan al alumno a resolverlos. Además, su resolución no demanda de fórmulas ni procesos establecidos, requiere únicamente de razonamiento y de conocimientos básicos de matemáticas.

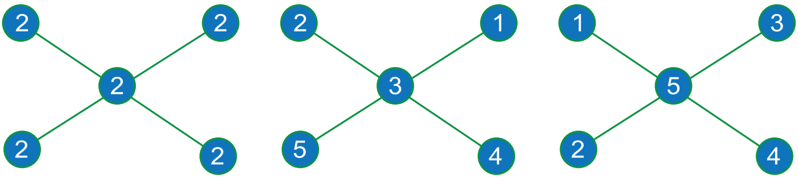
Resolver el reto. Se han trazado dos segmentos de rectas que se cortan en un punto, tal como se observa en las Figuras 16 y 17. Ubicar en el punto de corte y en los extremos de los segmentos, números enteros del 1 al 5 de forma que los que se ubican en cada segmento sumen un mismo resultado.

Figura 16. Planteamiento del reto



Fuente: *Elaboración propia*

Figura 17. Posibles soluciones



Fuente: *Elaboración propia*

Lo importante de este tipo de ejercicios es que puede desarrollarse la metacognición con el apoyo de preguntas directas como las siguientes:

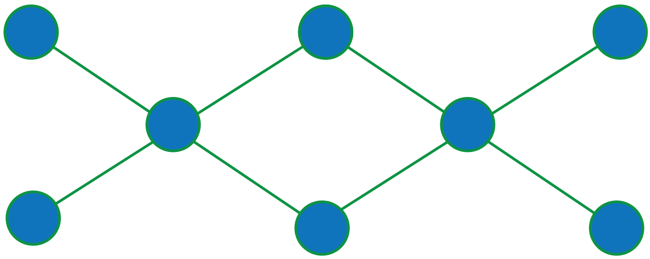
- ¿Es única la solución?
- En el centro ¿puede ubicarse un número par?
- ¿Es posible plantear este reto con otra colección de números?
- Con este tipo de reto, ¿es posible trabajar contenidos de lógica de conjuntos, álgebra, progresiones, potenciación u otras áreas de las matemáticas?

Además, posibilita complejizar el reto y plantear algo como lo siguiente:

Resolver el reto. Se han trazado cuatro segmentos de rectas como se observa en las Figuras 18 y 19.

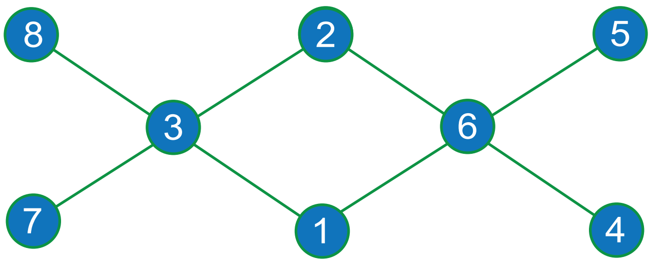
Figura 18. Actividad de ubicar número enteros en los puntos

Consigna: Ubicar en los puntos de corte y en los extremos de los segmentos, números enteros del 1 al 8 de forma que los que se ubican en cada segmento sumen un mismo resultado.



Fuente: *Elaboración propia*

Figura 19. Solución a la consigna ubicar números



Fuente: *Elaboración propia*

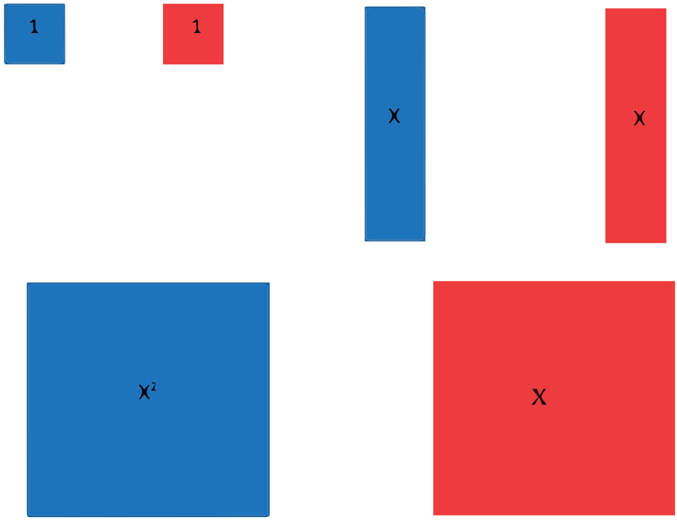
En este caso, también es posible plantear preguntas y generar reflexiones interesantes. Además, es se pueden sistematizar los procesos lógicos para construir estos resultados.

g) Factorando en un rompecabezas

De la experiencia, se puede afirmar que el tema del factoreo es el que más complicaciones genera en el aprendizaje. En esta actividad, se intenta el apoyo de la lúdica para mitigar esa barrera (Amat, 2015, p.34).

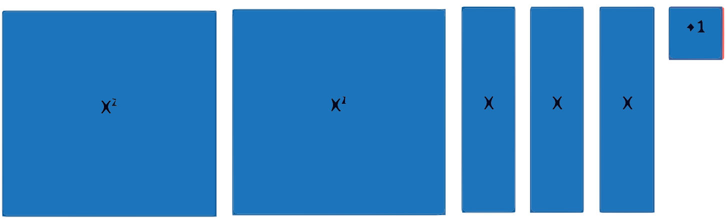
En la actividad se designa la siguiente simbología: el color azul es positivo y el color rojo negativo. Construyendo en dos dimensiones se tendrán las representaciones presentadas en las Figuras 20-27.

Figura 20. Factorando en un rompecabezas



Fuente: *Elaboración propia*

Figura 21. Representación de la expresión 2x²+ 3x+1



Fuente: *Elaboración propia*

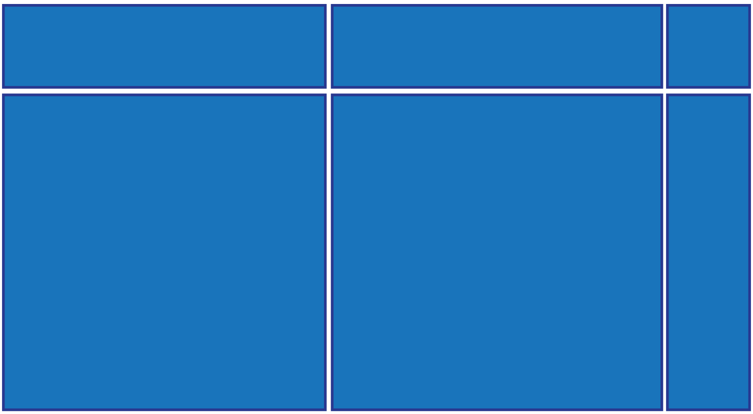
Aquí no se grafica X^3, en la práctica sí es posible hacerlo con prismas rectangulares de madera, tal como se observó en los productos notables.

Figura 22. Actividad de reubicar piezas

La actividad consistirá en retar a que los estudiantes reubiquen las piezas, de tal forma que se forme un rectángulo completo

Fuente: *Elaboración propia*

Figura 23. Resultado de la consigna (fig. 22)



Fuente: *Elaboración propia*

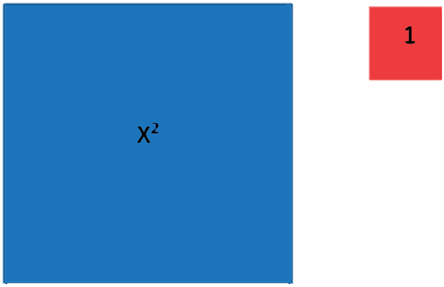
El resultado de la construcción será sobre la forma, aunque las piezas no se ubiquen exactamente en ese orden. Luego se analiza la figura construida a su lado horizontal igual a (2X+1) y su lado vertical igual a (X+1). Y, como esta área grande es la suma de las áreas de cada una de las piezas, se puede concluir que:

$2X^2 + 3X + 1 = (2X+1)\ (X+1)$

Que justamente cumple lo establecido en el factoreo.

Ahora, para abordar los términos positivos y negativos, se trabajará de la siguiente manera:

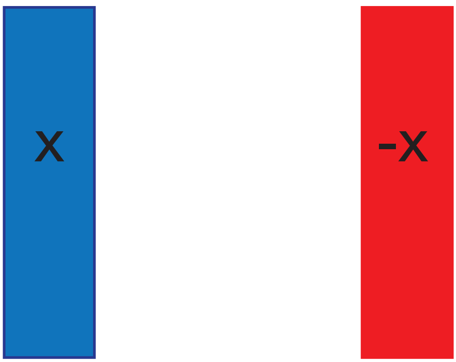
Figura 24. Expresión $x^2 - 1$



Fuente: *Elaboración propia*

Se debe solicitar a los estudiantes que construyan un rectángulo con estas piezas, y que las filas que se formen de todas las piezas sean de un mismo color. Luego se demuestra la imposibilidad de construir el triángulo.

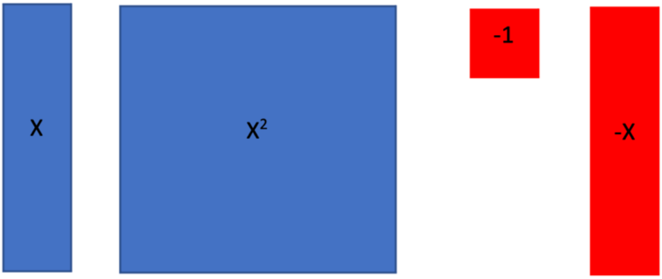
Figura 25. Resultado de la consigna: construir el rectángulo



Fuente: *Elaboración propia*

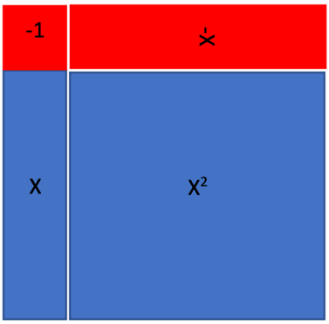
Hay que recordar que, al aumentar estas piezas, realmente se está añadiendo cero, es decir, no se altera la expresión inicial.

Figura 26. Construcción del rectángulo



Fuente: *Elaboración propia*

Figura 27. Construcción del rectángulo final



Fuente: *Elaboración propia*

Se verifica que la longitud del lado horizontal es (X+1) y la longitud del lado vertical es (X - 1). Consecuentemente: $X^2 - 1 = (X+1)(X-1)$.

Conclusiones

Los ejemplos pretenden demostrar cómo las matemáticas surgen de la práctica y sirven para solucionar problemas de la vida cotidiana, por lo que su enseñanza debería seguir igual premisa. Se reitera que en ningún momento se busca contradecir ni menospreciar los desarrollos netamente teóricos que llegan al mismo resultado. Únicamente se buscan y proponen estrategias más amigables que ayuden en el proceso enseñanza aprendizaje.

Para entender lo valioso de estos resultados matemáticos, hay que afirmar que no es una coincidencia que surjan del material concreto, esos contenidos están en la materia compleja por su sistematicidad, únicamente no los vemos porque pensamos que las matemáticas están constituidas únicamente por símbolos y teoremas. Siempre es posible encontrar estos procesos por cuanto las matemáticas surgen de lo concreto. De igual modo, las matemáticas y la lógica están íntimamente relacionadas y su existencia se retroalimenta continuamente, por ello, el razonamiento es el único medio válido para entender la ciencia. La importancia de entender el razonamiento numérico y los procesos en matemáticas es vital para una comprensión cabal de la ciencia.

Referencias bibliográficas

Amat, C. (2015). Ver para aprender. Material didáctico para niños con autismo. http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/53707.

Adams, J. (1999). *Guía y juegos para superar bloqueos mentales*. Gredosa.

De Alonso, M. (2002). *Los juegos en el aula*. Servicio de Publicaciones de CSI-CSIF.

Gardner, M. (1988). *Matemática para divertirse*. Granice.

Ramírez, R. (2003). El ingenio no tiene edad. *Encuentro de profesores de matemáticas de Primaria y Secundaria*. Castellón.

Ramírez, R. y Morales, S. (2002). ¿Cuánto de ingenio hay en un problema de ingenio? En J. M. Cardemos y otros (Eds.), *Investigación en el aula de matemáticas. Resolución de problemas* (pp. 223-228). Departamento de Didáctica de la Matemática/Saem Thales.

Vásquez, M. (2014). *Propuesta didáctica de matemáticas*. OEI-Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. OEI.

Centro de Profesorado de Córdova (2019). Educar en competencias. https://n9.cl/4sjb2