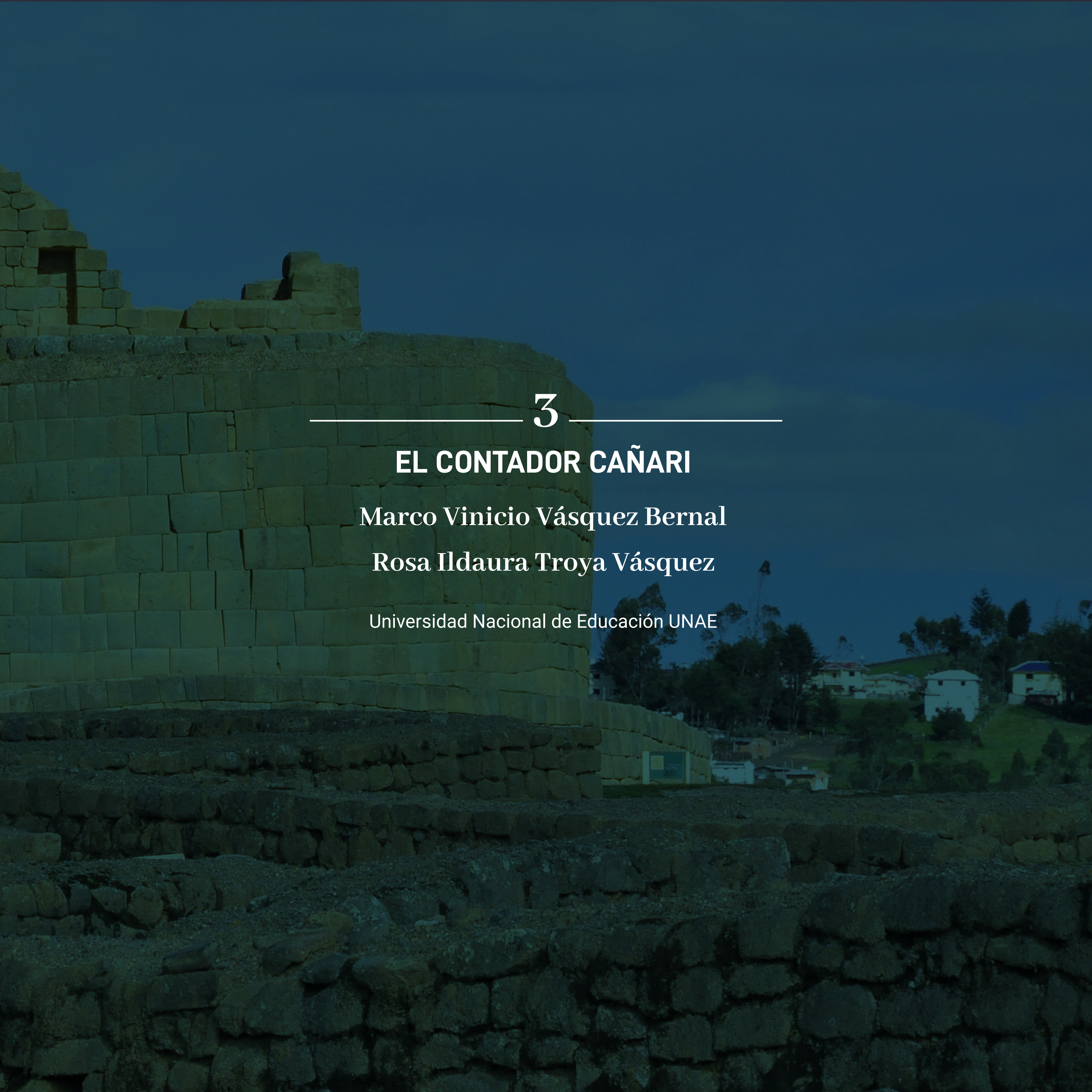


3

EL CONTADOR CAÑARI

Marco Vinicio Vásquez Bernal

Rosa Ildaura Troya Vásquez

Universidad Nacional de Educación UNAE

Introducción

Autores como Gheverghese (1996), indican que las Matemáticas pueden entenderse como un conjunto de conceptos creados por el ser humano ante los requerimientos de su entorno. En tal sentido, surgieron en distintas geografías como respuesta a las particularidades y realidades naturales y culturales de su entorno. El área septentrional de Ecuador no fue la excepción, en esta zona se desarrolló la gran nación Cañari, pueblo que ha legado significativas construcciones y conocimientos. Iglesias (1964) presenta fundamentadamente avances de esta cultura que evidencian su desarrollo como: el manejo de un calendario, sus técnicas de alfarería y orfebrería, sus tejidos, su música, su danza, el hecho que tenían un lenguaje propio, sus grandes construcciones, entre otros. Cabe entonces preguntarse ¿Qué conceptos de cantidad y de razones utilizaban para lograr esos resultados?

Sin lugar a dudas, la respuesta a esta interrogante establecerá el hecho de que el pueblo cañari debió manejar conceptos que hoy se les llamaría matemáticos, mismos que, les sirvieron para elaborar sus objetos, construir sus vías y edificaciones, entender el paso del tiempo y comunicarse con sus semejantes. Las normas y principios con los que este pueblo se regía corresponden a la cosmovisión andina, caracterizada por la integralidad y la coexistencia equilibrada de los elementos.

De hecho, existen conceptos de cantidad y de relaciones que en la leyenda de la Guacamaya narra un origen mítico de este pueblo. Es más, algunos arqueólogos han encontrado objetos que permiten realizar cálculos matemáticos según lo demostrado.
Sin embargo, autores que han investigado a profundidad sobre la historia de los Cañaris como Arriaga y Reinoso hablan de un objeto, al cual Arriaga (1922) denomina Contador Cañari, de este objeto el investigador afirma:

> *Rvmo. Sor. Canónigo D. Isaac M. Peña consiguió en el pueblo del Sigsig una piedra curiosa, con ciertas líneas dibujadas en cuadros, que algo debían significar. Ofreció la al Ilmo. Sor. Pólit, quien nos la mostró. Como era natural, buscamos qué pudieran significar aquellos dibujos, y hallada una solución, tuvimos el contento de presentarla al Ilmo. Prelado. Como el descubrimiento revestía un carácter de utilidad para el pueblo, lo hicimos público en el semanario "Alianza Obrera". Del campo de la práctica hemos pasado al de la investigación arqueológica; los resultados que aparecen, por pequeños que sean, vamos a consignarlos en este artículo, una vez que hemos consagrado el presente opúsculo a esta clase de investigaciones.*
> *Decimos que la piedra de que se trata es un contador fin que sus dibujantes se propusieron, dimos con que servía perfectamente bien para sumar y restar, según el sistema decimal. Todos los dibujos son hechos para este objeto exclusivo, y no parece sirvieran para ningún otro porque, al buscar el uso. (p. 61)*

Han sido varios los objetos de esta forma encontrados y elaborados ya sea en piedra o en madera. El hecho hace suponer que su uso era común entre el pueblo Cañari.

Descripción y Análisis

La forma de este objeto es bastante simple: un espacio grande en la parte superior, dos grupos de nueve espacios en la parte inferior, cada uno forma un cuadrado de 3 x 3 espacios. Además, en algunos de ellos existen dos filas de cinco espacios cada una, alineadas con los grupos de cuadrados.

Por las cavidades talladas, es evidente que estos espacios servían para representar algo al ubicar y quitar otros objetos que debían caber en estos. Esa representación debía ser en la parte inferior del objeto donde los espacios son más precisos, la parte superior por su tamaño debía ser para ubicar, seleccionar y ordenar los objetos ubicados en los espacios inferiores

Piedra tallada encontrada en Sigsig por el reverendo Isaac M. Peña, apuntes tomada del libro Apuntes de Arqueología Cañar de Jesús Arriaga.

Tablero de taptana o contador, fotografía tomada de "El Tesoro Precolombino de Sígsig". Dr. Benigno Malo Vega publicado en el 2015.

Al analizar estos objetos, cabe resaltar lo afirmado por Arriaga (1922) cuando indica que, este objeto permite realizar operaciones aritméticas. Esta afirmación como resultado de una reflexión profunda sobre estos objetos tiene en cuenta los procesos de abstracción que demandan las operaciones matemáticas. A diferencia con otros objetos como los quipus que permitían la representación y guardado de cantidades, este objeto permitía hacer operaciones con esas cantidades.

Sobre los objetos complementarios que servirían para usar el objeto principal y que permitirían la realización de las operaciones, está claro que debían ser accesibles, de fácil transportación y clasificables. Debido a lo cual, se piensa en granos o piedras pequeñas que quepan y puedan ser fácilmente identificables cuando estén sobre el objeto principal.

Consecuentemente, el "operar" en este objeto debía realizarse únicamente moviendo y ubicando esos objetos complementarios. De tal manera que, las distintas ubicaciones indiquen distintas cantidades sin ambigüedad alguna.

Al mover, ordenar y ubicar esos objetos complementarios existe una actividad netamente de juego, hecho que seguro llevó a que algunos investigadores propongan este objeto como un objeto lúdico. Sin embargo, la precisión sobre el uso de los espacios inferiores evidencia una formalidad que obliga a reconocer el contenido científico que está presente en este objeto, lo que, seguramente fue utilizado para fines más serios que el juego.

Análisis como los presentados aquí motivaron que Jesús Arriaga proponga la denominación de "Contador Cañari" en función de su utilidad práctica y del vasto conocimiento que permitió su construcción. Es decir, con la finalidad de valorar la procedencia intelectual de este objeto, misma que debe reconocerse como el resultado científico de un proceso de desarrollo del conocimiento.

Contador Cañari hecho en madera, encontrado por Collier en el sector de Sigsig (1922).

Contador Cañari, presentado por Gustavo Reinoso, hecho en roca arenisca en su libro Cañaris e Incas (2006).

Desarrollo Matemático

En general, los conceptos matemáticos han surgido y surgen en respuesta a las necesidades del ser humano por entender su entorno. En tal sentido, cada concepto aparece de una necesidad real y el ser humano con los recursos de su entorno propone respuestas que le ayudan a superar sus necesidades y avanzar a nuevas realidades.

El ser humano al enfrentarse a sus primeras necesidades como la manera de diferenciar las cantidades, ya sea para distribuir alimentos o para entender el paso del tiempo y sus etapas, debió idear el conteo. Quizá la primera propuesta se centró en representar las cantidades una a una con elementos simples. Es decir, por un día un grano de maíz, por dos días dos granos de maíz y así sucesivamente, estableciendo un modelo con elemento tangibles.

Este modelo práctico posiblemente presentó problemas para representar una gran cantidad de elementos que requerían gran cantidad de elementos simples. Por consiguiente, surgiría la idea de una clasificación de esos elementos simples con una equivalencia en función del tipo, color o tamaño. Así, un grano de poroto podía representar cincuenta de maíz, concepto que ayudaría mucho en la representación.

En este proceso el ser humano tenía a su alcance unos elementos útiles como son sus extremidades y particularmente sus dedos. Elementos que permitían procesos de conteo, aunque no posibilitaban el guardar información como lo hacen los otros elementos simples mencionados.

A la par que surgía la necesidad de conteo surgirían también las necesidades de relacionar, juntar y separar cantidades en estos modelos de elementos concretos simples. Por tanto, debió ser desafiante para los pueblos originarios porque, demandaba un apego absoluto a lo concreto con procesos sustentados absolutamente en los sentidos humanos.
Posteriormente, los procesos simbólicos surgen en la última etapa de este proceso, donde l a escritura sistematiza todo y muestra un resultado con mucha historia.

La Numeración Cañari

Según Vásquez (1996) el pueblo cañari, fiel a su cosmovisión holística y vivencial desarrolló su comunicación desde la continuidad de la oralidad con simbología concreta y viva. Desarrollaron su propia lengua que se perdió luego de la conquista. El lenguaje propio de los cañaris tenía mucha similitud con el puruhá y con otros de pueblos vecinos, pues compartían ciertos aspectos característicos de la cosmovisión andina. En tal sentido, para tener una idea de la concepción de número en el pueblo cañari vale partir de los vocablos que permiten el conteo en quechua o quichua, idioma de los incas que luego fue impuesto en este territorio.

A continuación, algunas reglas de conteo establecidas para el idioma quechua que en sus principios acogen la familia de idiomas que se hablaban en la zona habitada por los cañaris:

1. Las cifras del cero al diez tienen palabras específicas: *ch'usaq* (0), *huk* (1), *iskay* (2), *kimsa* (3), *tawa* (4), *pichqa* (5), *suqta* (6), *qanchis* (7), *pusaq* (8) e *isqun* (9).
2. Las cantidades significativas como cien, mil, millón, mil millones tienen sus vocablos propios: pachak (100), waranqa (1000), hunu (1000000), lluna (1000000000).
3. Las decenas se forman empezando por la cifra multiplicadora, seguida por la palabra para diez (*chunka*) separada por un espacio, *iskay chunka* (20), *kimsa chunka* (30), *tawa chunka* (40), *pichqa chunka* (50), *suqta chunka* (60), *qanchis chunka* (70), *pusaq chunka* (80) e *isqun chunka* (90).
4. Los números compuestos se forman empezando por la decena, y luego la unidad separada por un espacio, con el sufijo *-yuq* (que significa *con*), a veces precedido por la partícula *-ni-*. La partícula *-ni-* es una partícula eufónica intercalada antes de la partícula final *-yuq* para facilitar la pronunciación. Se puede encontrar después de cada número compuesto que no termina en *-a*, ejemplo: *chunka qanchisniyuq* (17), *pichqa chunka pusaqniyuq* (58), o después de una decena compuesta, ejemplo: *pachak iskay chunkayuq* (120).
5. Las centenas se forman empezando por la cifra multiplicadora, seguida por la palabra para cien (*pachak*), separada por un espacio, con la excepción de cien mismo: *pachak* (100), *iskay pachak* (200), *kimsa pachak* (300), *tawa pachak* (400), *pichqa pachak* (500), *suqta pachak* (600), *qanchis pachak* (700), *pusaq pachak* (800) e *isqun pachak* (900).
6. Los miles se forman empezando por la cifra multiplicadora, seguida por la palabra para mil (*waranqa*), separada por un espacio, con la excepción mismo de mil: *waranqa* (1.000), *iskay waranqa* (2.000), *kimsa waranqa* (3.000), *tawa waranqa* (4.000), *pichqa waranqa* (5 000), *suqta waranqa* (6.000), *qanchis waranqa* (7.000), *pusaq waranqa* (8.000) e *isqun waranqa* (9.000).

Resulta evidente que el sistema numérico utilizado es de base diez y que, los vocablos que identifican las cantidades compuestas se construyen yuxtaponiendo vocablos de cantidades simples (potencias de diez), de mayor a menor. Estas características hacen factible el desarrollo de las operaciones aritméticas en el contador cañari.

Operaciones matemáticas en el Contador Cañari

Para empezar, es preciso describir las zonas y las normas que permitan desarrollar las operaciones aritméticas básicas en el Contador Cañari.

Descripción de las Zonas del Contador Cañari

A fin de tener clara la funcionalidad de este objeto es necesario explicitar que el Contador Cañari está compuesto de tres zonas:

- Zona 1. Espacio donde pueden ubicarse los objetos complementarios para clasificarlos o transformarlos en sus equivalentes.
- Zona 2. Espacio donde se representan las cantidades sobre las que se opera o los resultados de estas.
- Zona 3. Espacios utilizados en algunas de las operaciones aritméticas (no está presente en todos los contadores).

Estas zonas son claramente visibles en la figura 1.

Normas para el Uso del Contador Cañari

a. Las casillas de la zona 2 permiten representar cantidades del uno al nueve, tal como muestra la figura 2.
b. El orden ascendente de esas representaciones es espiral, inicia en el extremo inferior que representa el uno y concluye en el espacio del centro que representa el nueve (figura 2).
c. La zona 1 sirve para ubicar, clasificar y transformar los objetos complementarios. Este espacio es transitorio, pues los valores a operar o los resultados obtenidos no toman en cuenta los elementos que aquí se encuentren.
d. Los objetos complementarios deben diferenciarse por alguna característica, de tal forma que cada uno represente. Deben ser accesibles y de fácil manipulación.
e. En este trabajo los elementos complementarios serán figuras de distintos granos, bajo los detalles de la siguiente tabla:

Tabla 2
Elementos complementarios para el empleo del Contador Cañari

Figura de grano	Representa	Figura de grano	Representa
	Unidades		Unidades de mil.
	Decenas		Decenas de mil
	Centenas	……	

Fuente. Elaboración propia

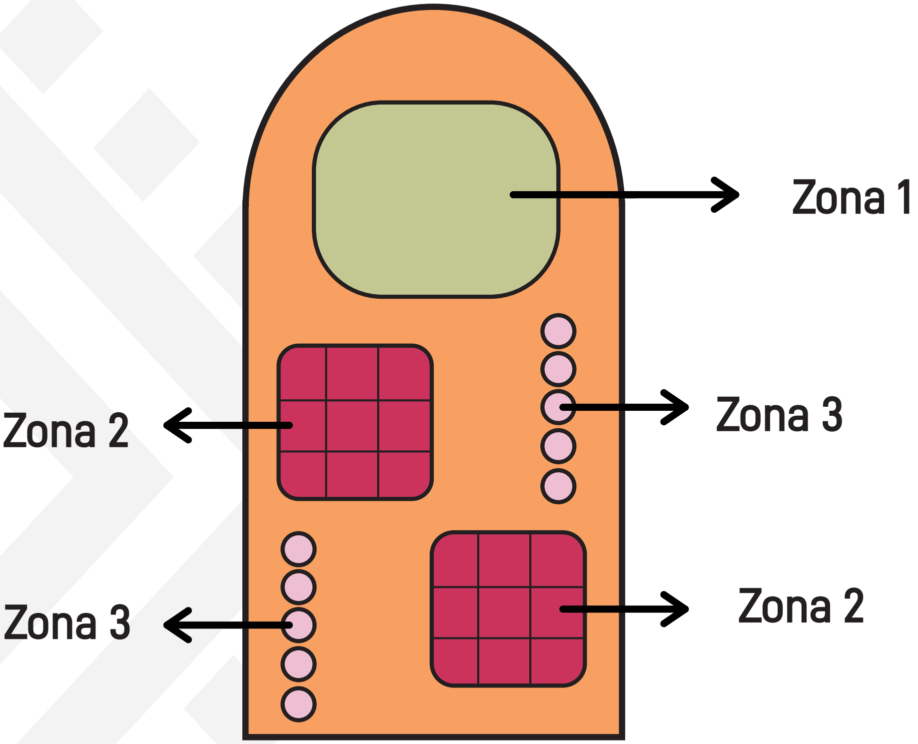


Figura 1. Gráfico del Contador Cañari, con sus zonas.

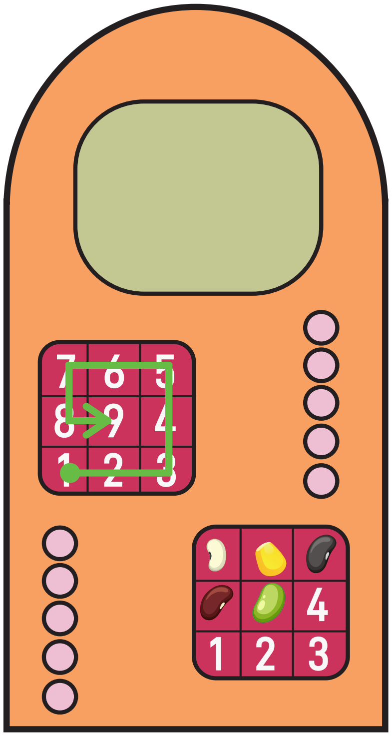


Figura 2. Gráfico del Contador Cañari con las áreas donde se representan las cantidades indicadas.

Operaciones en el Contador Cañari

A continuación, la descripción de las operaciones que se pueden realizar en el Contador Cañari:

Representación de una cantida

a. Lo fundamental para entender el funcionamiento de este objeto es tener claro cómo representar una cantidad en este contador. Para ello, simplemente se tomará en cuenta las cantidades y se representarán en los dos espacios de la zona 2; espacios que funcionan independientemente. Además, hay que recordar que cada uno de esos espacios están divididos en 9 espacios cuadrados pequeñas y cada uno de estos está asociado a una cantidad.

   De la misma manera, hay que considerar que los objetos complementarios a su vez representan cantidades de potencias de diez. Por tanto, estos objetos y su ubicación permiten representar cualquier cantidad. Por ejemplo, representar la cantidad seis mil cuatrocientos veinte y siete, resulta de yuxtaponer seis unidades de mil, cuatro centenas, dos decenas y siete unidades. Su representación en el contador cañari consistiría en: tomar el fréjol rojo que representa unidades de mil, ubicar en el espacio asociado al seis, ubicar el fréjol negro que representa centenas en el espacio asociado al cuatro, ubicar el fréjol blanco que representa decenas en el espacio asociado al dos y el maíz que representa unidades colocar en el espacio asociado al siete (figura 3).

b. Si los objetos complementarios no han sido ubicados para representar una cantidad alguna cantidad es porque, el valor representado no contiene esos elementos y que es posible que en un mismo espacio puedan ubicarse más de objeto complementario. Por ejemplo, si deseamos representar ocho mil ochenta y siete, las representaciones de unidades de mil y decenas serán ubicadas en la celda del ocho y las de unidades ubicadas en la celda del siete (figura 4).

   También, por su construcción, la forma del ciclo y del movimiento este objeto es igual para cada uno de los objetos complementarios, porque el fin de un ciclo genera un avance en el ciclo del objeto que representa el orden inmediatamente superior.

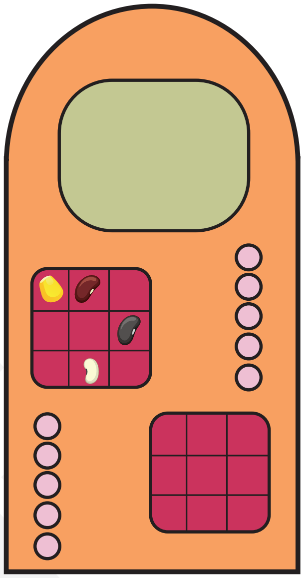


Figura 3. Representación de la cantidad 6.427.

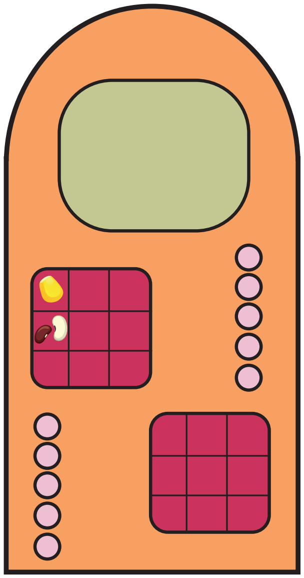
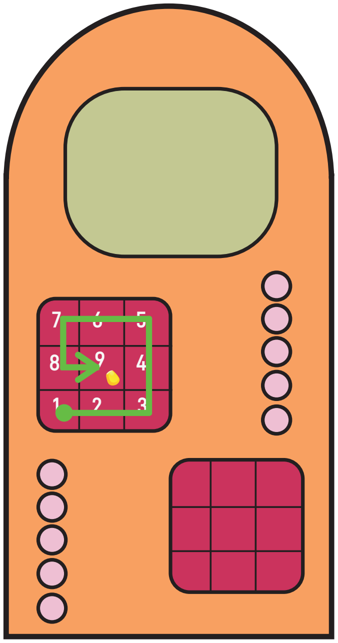


Figura 4. Representación de la cantidad 8.087, no existe representación de centenas y las representaciones de unidades de mil y decenas está en lel espacio del ocho.

c. Esta operación es quizá la más importante, porque en función de esta se pueden entender las demás. Tiene que ver con el proceso dinámico de buscar cantidades que representen un conjunto, es decir una relación de la unidad con un grupo de estos. Inicia en cero y va aumentando una unidad.
d. En el caso del contador cañari, se lo hará en cualquiera de los dos espacios de la zona 2, iniciando en la esquina inferior izquierda y por cada elemento aumentado se debe mover una celda en sentido horario, de afuera hacia adentro, hasta alcanzar el noveno elemento en la celda central. Así se hará el conteo del uno al nueve.
e. Una vez que concluido un ciclo, los diez objetos se deben cambiar por uno de orden mayor, en este caso una decena.Esta transformación se hace en la zona 1, obligando a avanzar en una celda el objeto complementario de orden mayor al que concluyó el ciclo. Es decir, al concluir el ciclo de las unidades se debe avanzar en el de las decenas; al concluir el ciclo de decenas se debe avanzar en el de las centenas; al concluir el ciclo de las centenas se debe avanzar en el de las unidades de mil; al concluir el ciclo de las unidades de mil se debe avanzar en el de las decenas de mil u otras, según el caso, siempre en sentido horario (figuras 5 y 6).



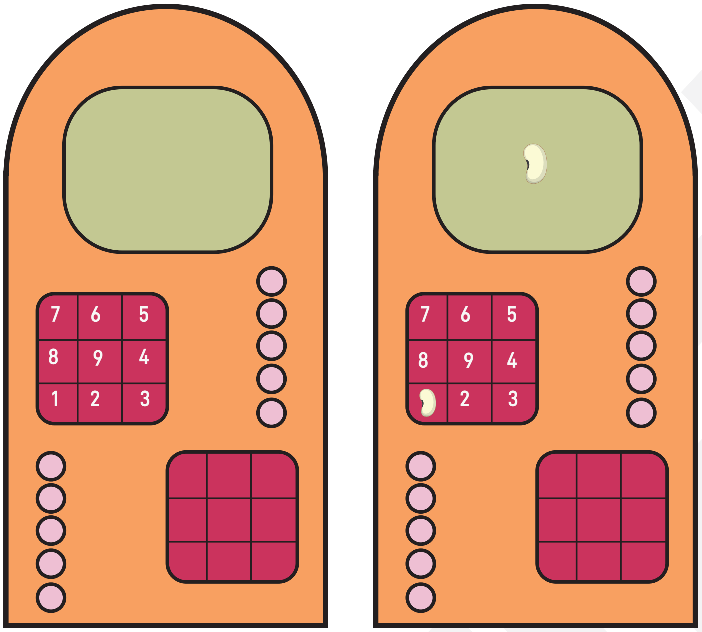


Figura 5. Para el conteo se inicia en la esquina izquierda inferior (1) y, avanzando una celda a la vez, se mueve en forma de espiral, con sentido horario hasta alcanzar la celda del centro (9).

Figura 6. Luego del 9, el siguiente elemento cumple el ciclo por lo que se transforma en un objeto complementario de orden mayor, es decir una decena. Se ubica en la zona 1, obligando un cambio o un movimiento a los objetos de esa orden, en este caso de las decenas que iniciarán en la esquina izquierda inferior, representando el diez.

El proceso del conteo continua con movimientos siempre en sentido horario y en forma espiral el objeto complentario que representa las unidades, generando los cambios de orden tal como se ha indicado.
A fin de entender mejor este poceso, en las figuras 7 y 8 se presentan dos ejemplos del proceso de conteo.

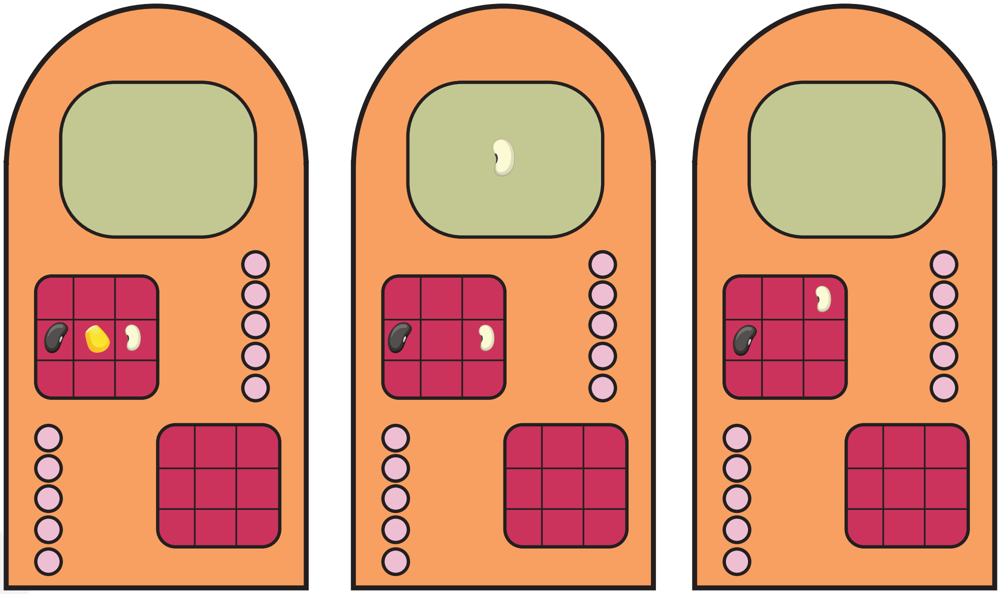


Figura 7. Ejemplo donde se pasa de 849 a 850 en el proceso de conteo, las unidades cumplen su ciclo y pasan a la zona 1 como decena, obligando que los objetos complementarios de orden mayor, las decenas, se muevan en uno y se mueva de cuatro a cinco, resultando 850.

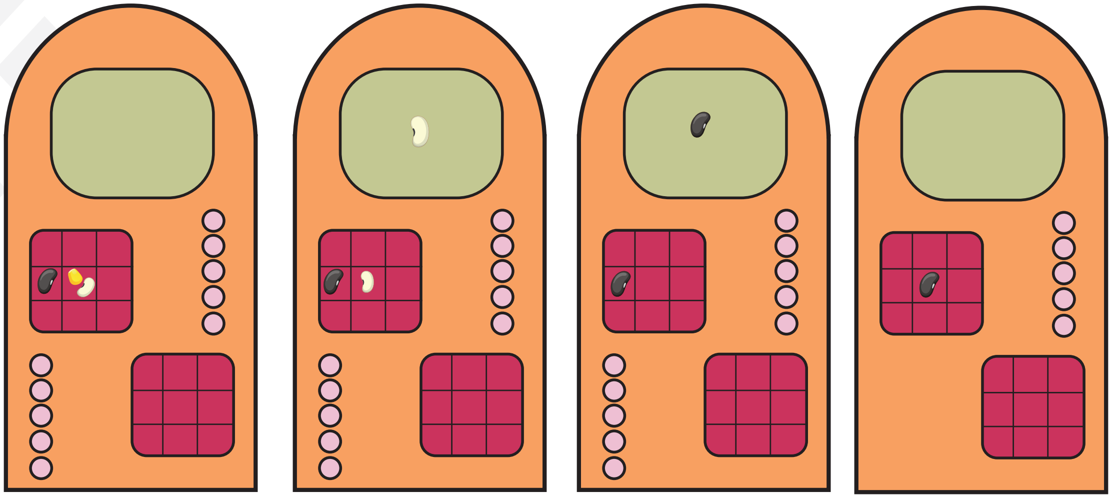


Figura 8. Ejemplo donde se pasa de 899 a 900 en el proceso de conteo, las unidades cumplen su ciclo y pasan a la zona 1 como un objeto complementario de orden mayor, es decir, como una decena, obligando un movimiento de estos objetos, pero las decenas también cumplen su ciclo y pasan a la zona 1 como una centena, puesto que, este es el orden inmediatamente superior, por tanto, las centenas se mueven en uno y se ubican en el espacio del nueve, representando así el 900.

Adición

Una de las acciones básicas entre cantidades es aquella de juntarlas, la cual, tiene que ver justamente con unir o juntar dos grupos de elementos similares y “predecir” la cantidad de elementos que forman este nuevo grupo constituido, a ese proceso se conoce como *adición* o *sumatoria* que, de seguro debió ser un reto al inicio de las Matemáticas.

En el Contador Cañari, el proceso de juntar cantidades es una generalización del proceso de conteo, debido a que debe respetar el valor posicional de cada tipo de objeto complementario y desarrollar el proceso siguiendo las normas ya indicadas.

Con la finalidad de entender el proceso para sumar o juntar dos cantidades en el Contador Cañari, se plantea en este escrito un conjunto de pasos que deben realizarse ordenadamente:

1. Repesentación de las dos cantidades a sumar, una en cada una de las áreas de la zona 2.

2. Uno a uno se toma los objetos complementarios de la cantidad representada en el cuadrado inferior de la zona 2. Transformar en la cantidad de ojetos complementarios que representan según su ubicación y esos objetos ubicar en la zona 1.

3. Por cada uno de los objetos complentarios que se encuentren en la zona 1, se debe mover el respectivo objeto complementario que se encuentra en el cuadrado superior de la zona 2 en una casilla, en sentido horario según el movimiento indicado en el conteo. Si ese objeto complementario no se encuentra en el cuadrado superior, se iniciará el ciclo desde la casilla inferior izquierda. Es posible que en este caso concluya un ciclo, de ser así es necesario hacer los cambios indicados en el conteo.

4. Al finalizar el paso 3 y todos los objetos complementarios de la zona 1 hayan agotado, la cantidad representada en el cuadrado superior de la zona 2 constituyen el resultado de la suma buscada.

Nota: No es necesario sujetarse a ningún orden para la selección de los objetos complementarios del cuadrado inferior de la zona 2 o de los que vayan ubicándose en la zona.

Ejemplo:

Sumar 475 más 356.
Los pasos graficados en las figuras de la 9 a la 17, muestran el proceso para realizar la suma entre las cantidades 475 y 356.

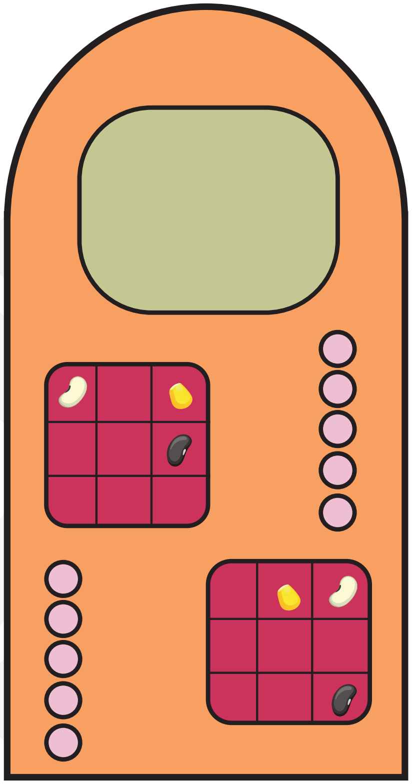


Figura 9. Cumpliendo con lo del paso 1, se realiza la representación de las dos cantidades a sumarse 475 y 356.

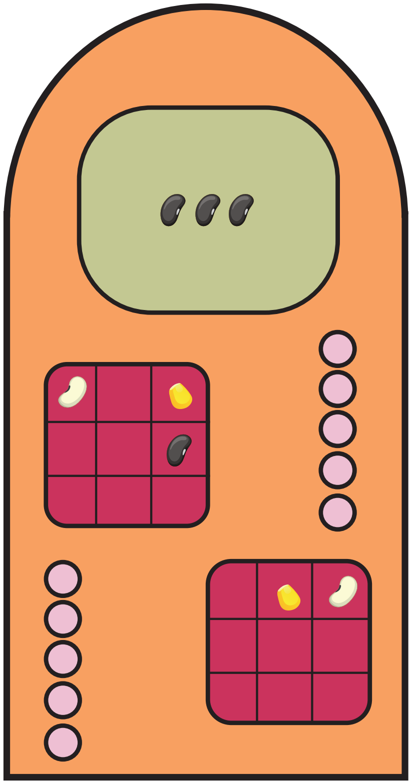


Figura 10. Conforme al paso 2, se toma el objeto complementario que representa las centenas, se lo transforma en tres de esos objetos por cuanto la casilla donde se encuentra representa el número tres y se ubica esos objetos en la zona 1.

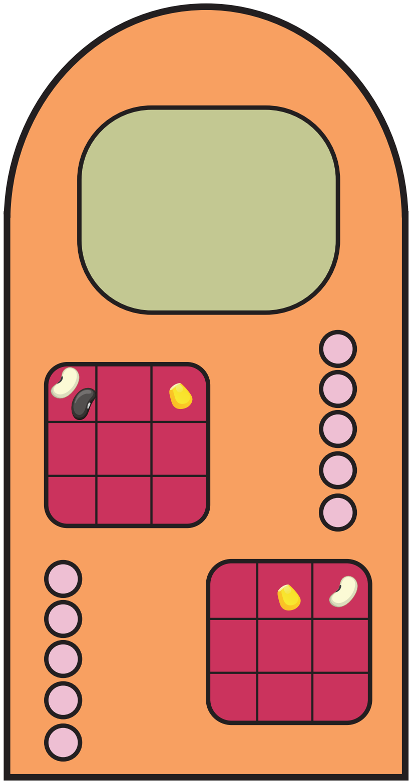


Figura 11. De acuerdo al paso 3, se mueve el respectivo objeto complementario en tres casillas (uno por cada objeto presente en la zona 1), el movimiento se sujeta a lo ya indicado.

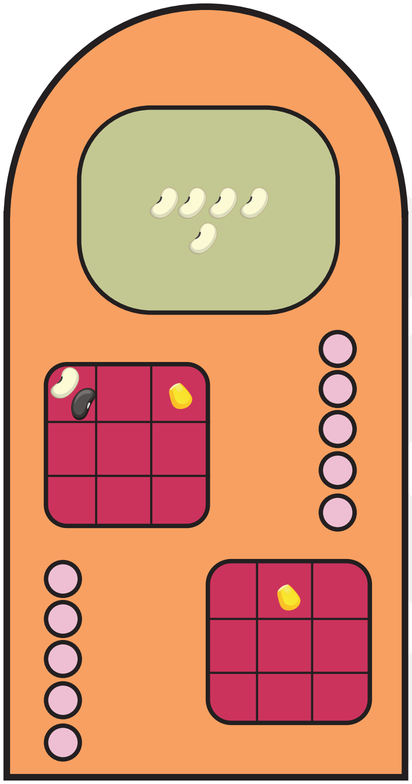


Figura 12. De acuerdo al paso 2, se toma otro objeto complementario del cuadrado inferior y se lo transforma en cinco objetos similares (según la casilla donde se encuentra) y se los ubicamos en la zona 1.

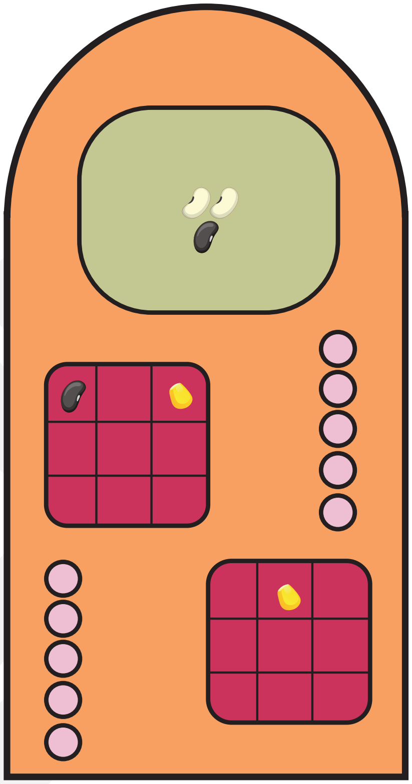


Figura 13. Se debe mover en cinco casillas el objeto complementario que representa las decenas, más al mover tres se cumple un ciclo, entonces se ubica un elemento de orden superior (centenas) en la zona 1.

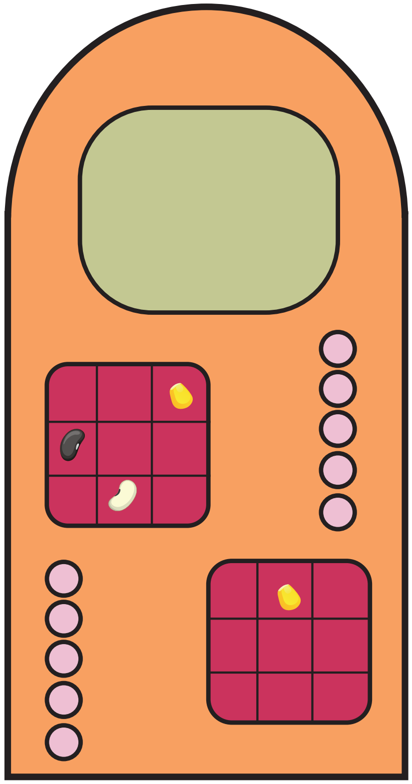


Figura 14. El objeto que representa centenas se moverá en una casilla y los objetos que repesentan decenas inician un nuevo ciclo, como hay dos llegará a la casilla del dos.

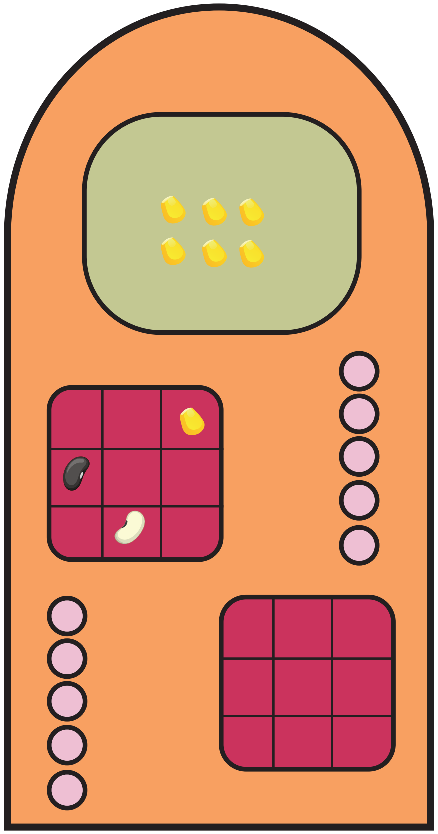


Figura 15. Se toma del cuadrado inferior, el objeto complementario que representa unidades, se transforma en seis objetos de esos y se ubica en la zona 1.

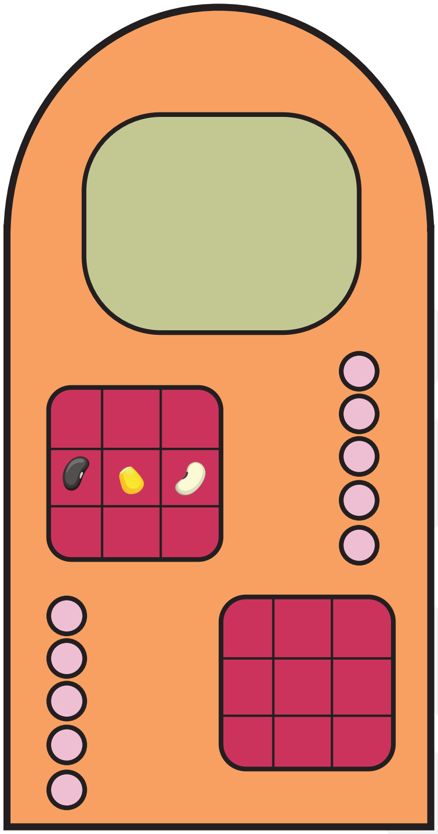


Figura 16. Por la ubicación del objeto que representa unidades en el cuadrado superior, se observa que son necesarios cinco objetos de estos para completar un ciclo, en tal sentido, se transforman cinco de estos en uno que representa una decena.

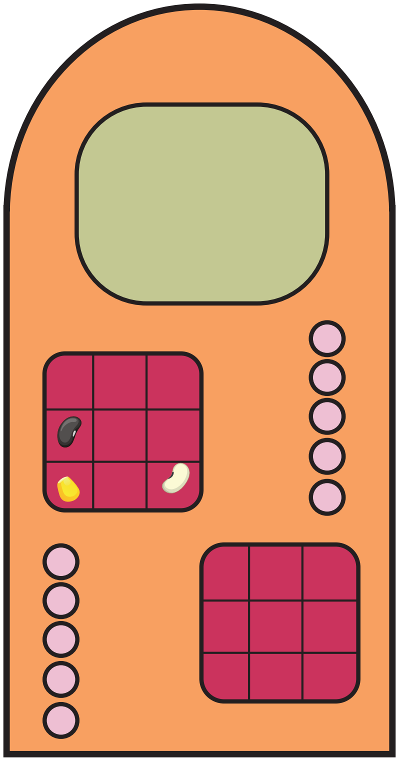


Figura 17. Por la ubicación del objeto que representa unidades en el cuadrado superior, se observa que son necesarios cinco objetos de estos para completar un ciclo, en tal sentido, se transforman cinco de estos en uno que representa una decena.

En la última figura, ya no existen objetos complementarios en el cuadrado inferior de la zona 2 ni en la zona 1, por lo que, la operación ha concluido y la cantidad representada en el cuadrado superior es el resultado.

En este caso, en el cuadrado de la última de esas figuras está representada la cantidad 831 que justamente es el resultado de esa suma.

Sustracción

Otra operación matemática básica es la sustracción o resta. Vista como operación que funciona de manera opuesta a la sumatoria. Es decir, en lugar de juntar se deberá quitar, retirar o separar una cantidad. Esta operación busca predecir que cantidad resulta si a una cantidad dada le quitamos una parte de los objetos que estaban allí.

El proceso a seguir en el Contador Cañari será realizar los movimientos de los objetos complementarios en sentido contrario al de la suma, es decir, en sentido antihorario. Además, en este caso los movimientos son de regreso dentro del ciclo o a ciclos anteriores, siempre en el proceso de conteo.

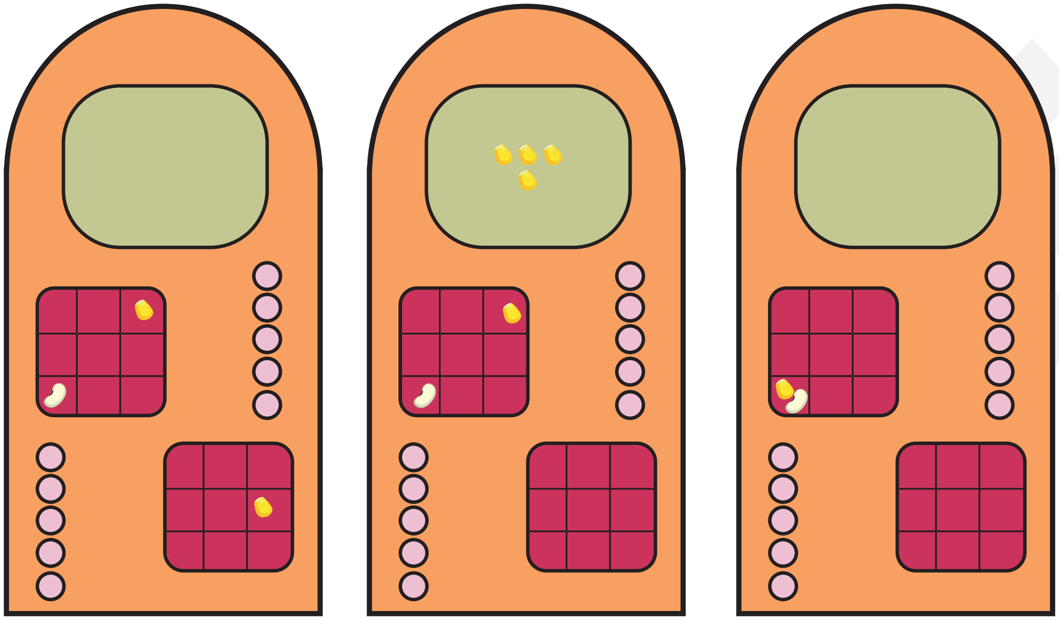


Figura 18. Se desea realizar la sustracción quince menos cuatro (15-4), se ubican las dos cantidades, la primera en el cuadrado superior y la segunda en el cuadrado inferior. Luego, se transforma el objeto del cuadrado inferior en cuatro objetos similares (en función de la casilla donde se encontraba), se ubica estos en la zona 1 para luego mover el objeto respectivo (unidades) en el cuadrado superior. Debe moverse cuatro espacios, se mantiene en el mismo ciclo, simplemente se mueve la representación de las unidades a la primera casilla. El resultado es once. En este caso no hay cambio de ciclo.

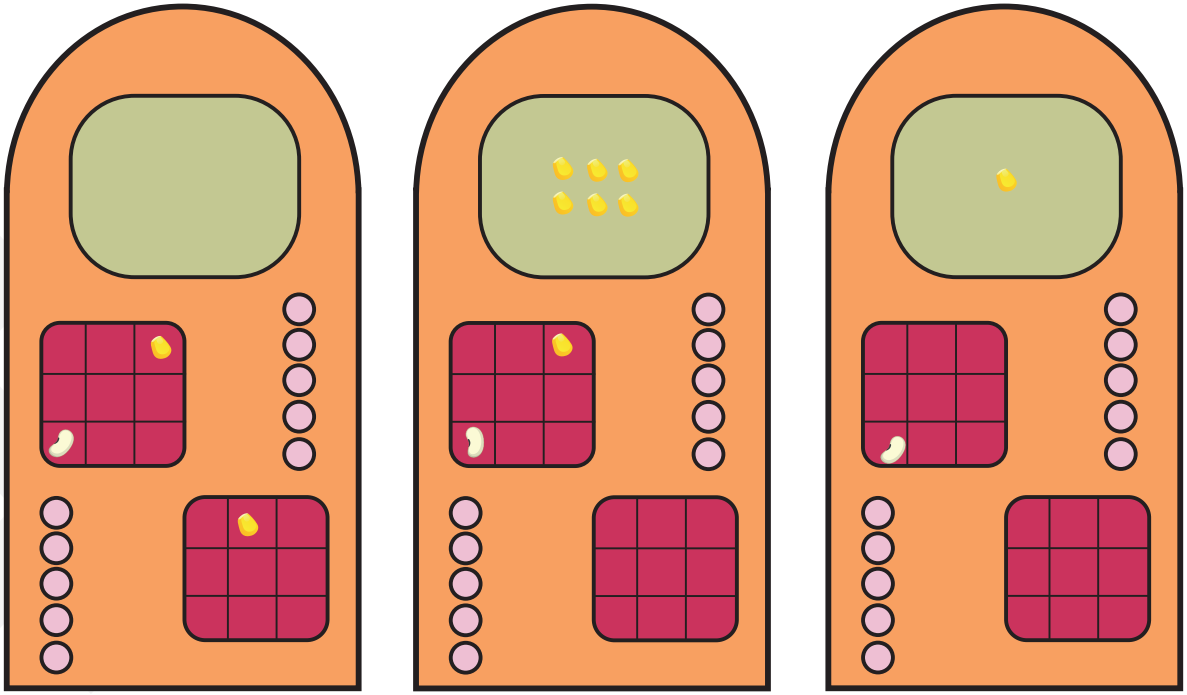
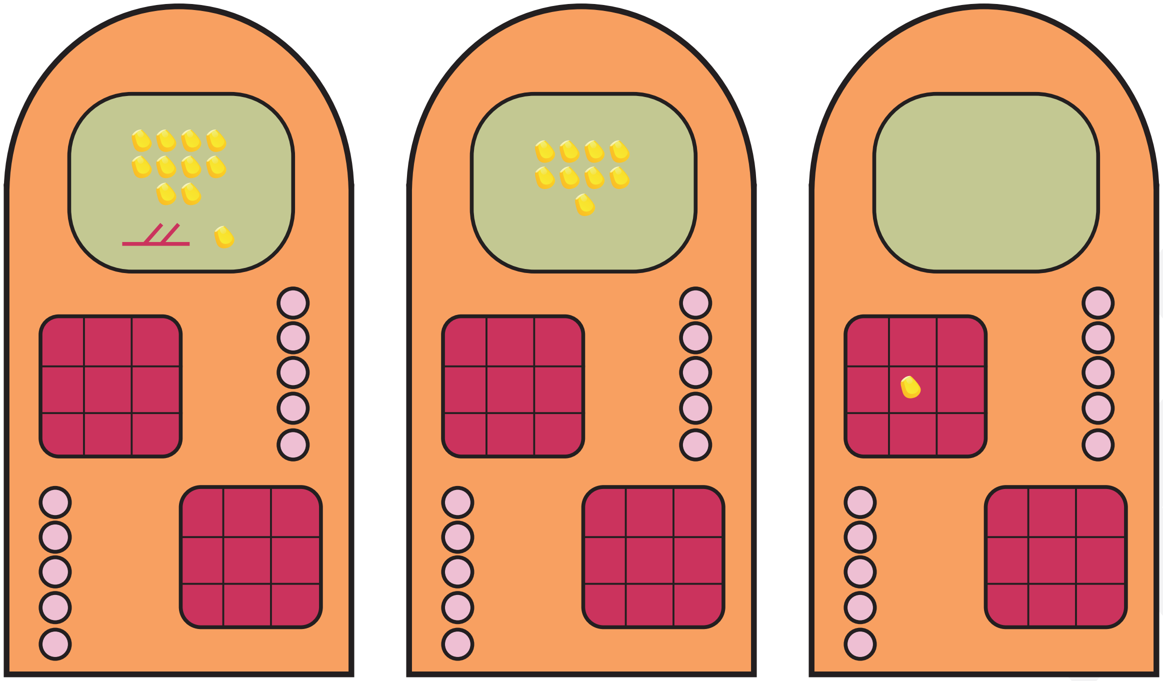


Figura 19. Se desea realizar la sustracción quince menos seis (15-6), para lo cual, se ubican las dos cantidades, la primera en el cuadrado superior y la segunda en el cuadrado inferior. Luego, se transforma el objeto del cuadrado inferior en seis objetos similares (en función de la casilla donde se encontraba), se ubica estos en la zona 1, para luego mover el objeto respectivo (unidades) en en cuadrado superior. Debe moverse seis espacios, pero únicamente es posible mover cinco espacios y el ciclo concluye, se requiere retirar una unidad más, esto no es posible por cuanto en el cuadrado superior se dispone de unidades únicamente, se tiene una decena.



En este caso se regresará en uno el ciclo de las decenas, así el objeto tomado se transformará en diez unidades, las cuales se ubican en la zona 1, allí se retira justamente la unidad que estaba pendiente y en base de las restantes se ubica el objeto complementario respectivo en la casilla del cuadrado superior respectivo. Así, se obtiene el resultado que es nueve. En este caso se ha regresado a un ciclo anterior.

A continuación, la explicación mediante ejemplos simples.

Con lo indicado, se plantea el siguiente proceso para la resta:

1. En el cuadrado superior de la zona 2 representa la cantidad inicial.

2. En el cuadrado inferior de la zona 2 representa la cantidad que se desea restar o retirar.

3. Tomar uno a uno el objeto complementario del cuadrado inferior de la zona 2, transformar en tantos como la casilla de dónde se tomó y esos ubicar en la zona 1.

4. Luego, ubicar el respectivo objeto complementario en el cuadrado superior, de existir se mueve en sentido antihorario regresando a la forma establecida en el proceso de conteo; una casilla por cada elemento. Es posible que el resultado se mantenga en el ciclo o regrese a un ciclo anterior conforme lo explicado en la parte superior de este apartado.

5. De no existir un objeto semejante en el cuadrado superior, tomar un objeto complementario de orden superior, regresar en uno su ubicación en el cuadrado superior, transformar en objetos semejantes al buscado. Luego ubicarlos en la zona 1, sustraer los requeridos y los restantes ubicarlos en el espacio respectivo.

6. Luego de realizar lo indicado con todos los objetos complementarios del cuadrado inferior de la zona 2 y haber ubicado todos los objetos de la zona 1, la cantidad representada en el cuadrado superior de la zona 1 constituye el resultado de la sustracción.

Nota: Para el paso 3 no existe ningún orden en la selección de los objetos complementarios ubicados en el cuadrado inferior.
Ejemplo:

Realizar la sustracción 1032 - 615

De la figura 20 a la 29 se ha desarrollado y explicado el proceso de la sustracción 1032 – 615. En la última figura los cuadrados inferiores de la zona 1 están vacíos, lo que indica que el proceso ha concluido y la cantidad representada en el cuadrado superior es el resultado de la sustracción. Efectivamente la cantidad representada allí es 417.

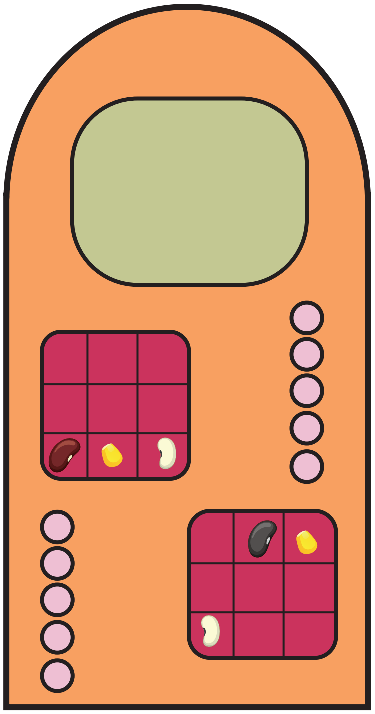


Figura 20. Cumpliendo con lo indicado en los pasos 1 y 2, se realiza la representación de las cantidades para la sustracción, 1032 en el cuadrado superior y 615 en el cuadrado inferior.

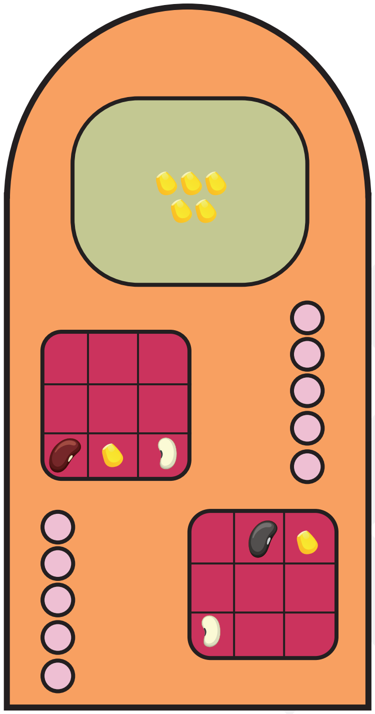


Figura 21. Cumpliendo con el paso 3, se toma el objeto complementario que representa unidades, se lo transforma en cinco de esos (por la casilla donde se encontró) y se lo ubica en la zona 1.

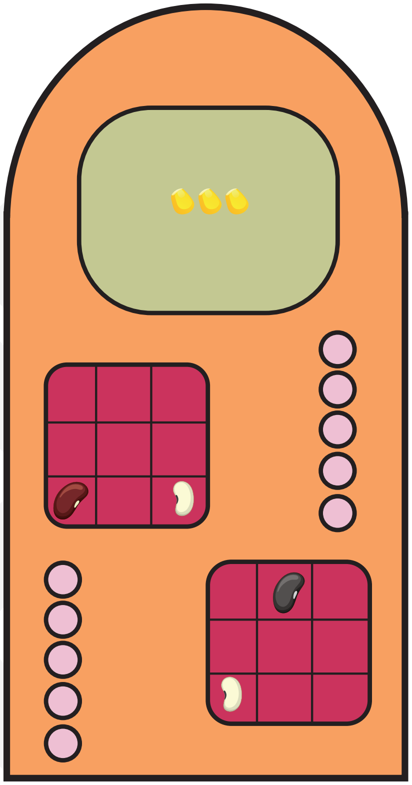


Figura 22. De acuerdo al paso 4 del proceso, es posible retirar dos unidades y concluye el ciclo.

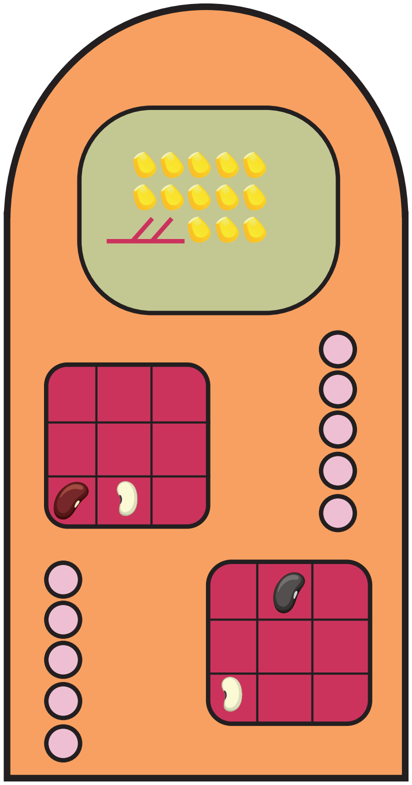


Figura 23. Se toma un objeto complementario de orden mayor (decenas), se regresa en uno su ciclo. Uno de esos objetos se transforma a unidades y se ubica en la zona 1.

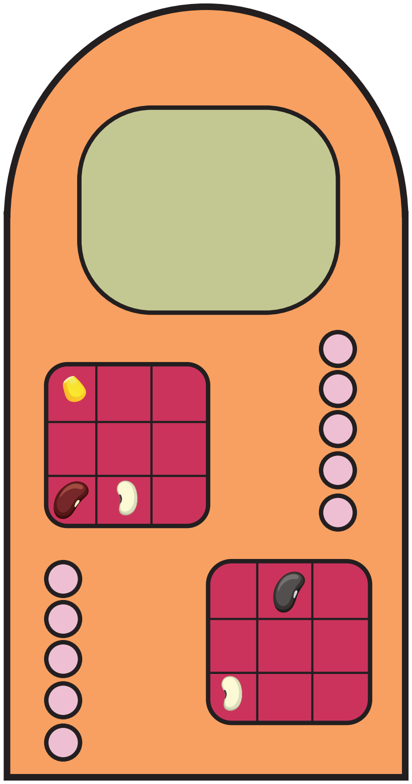


Figura 24. Se retiran las tres unidades pendientes, las siete que quedan en la zona 1. Se representan en el ciclo de unidades del cuadrado superior de la zona 2.

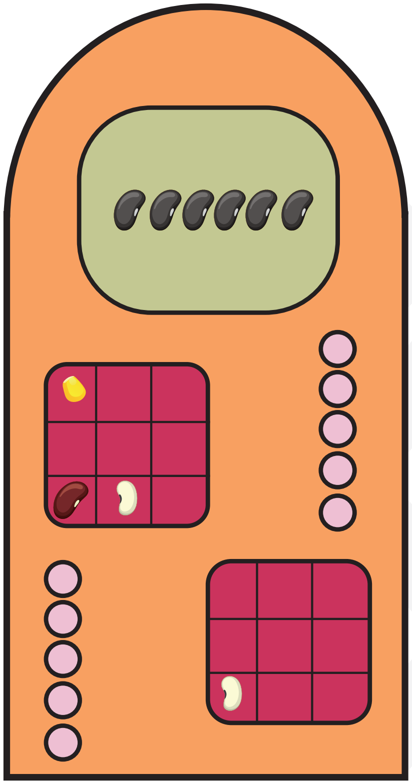


Figura 25. Se toma ahora del cuadrado inferior el objeto complementario que representa centenas, se lo transforma en seis objetos similares y se los ubica en la zona 1.

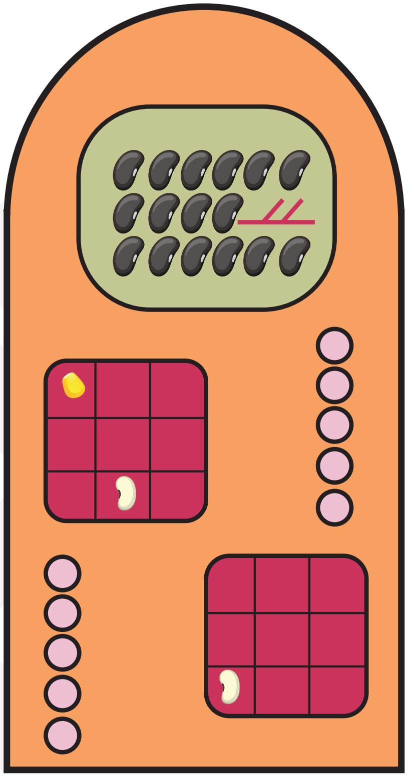


Figura 26. Se toma un elemento de la unidad de mil, regresando en uno el ciclo de estos objetos en el cuadrado superior. Se transforma el objeto tomado en diez centenas que se ubican en la zona 1.

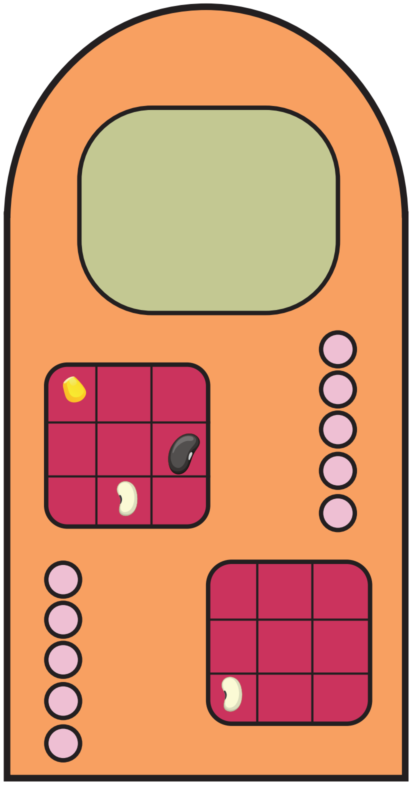


Figura 27. Se retira los seis objetos de zona 1, y se representa en el cuadrado superior el cuatro en el ciclo de las centenas.

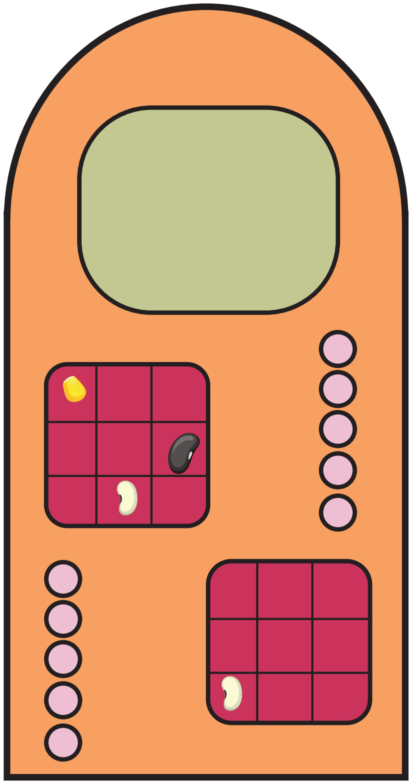


Figura 28. Tomamos el último objeto del cuadrado inferior, que representa decenas (como está ubicado en la primera casilla) y se ubica un objeto de estos en la zona 1.

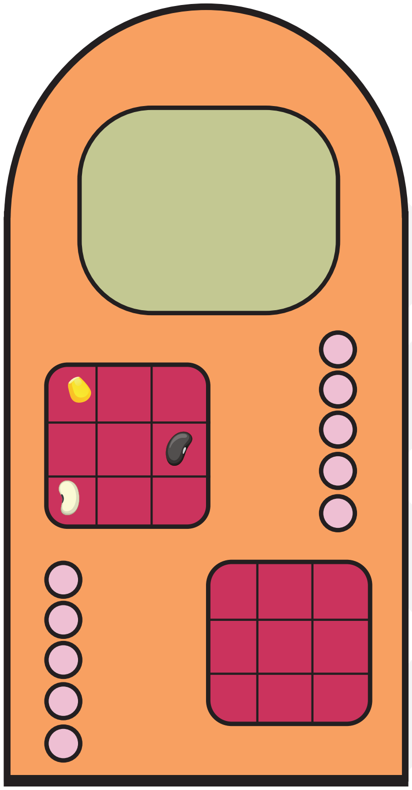


Figura 29. Para eliminar el objeto de la zona 1, se regresa un espacio en el ciclo de las decenas en el cuadrado superior, con lo que se ha concluido la sustracción.

Realizar la sustracción 1032 - 615

De la figura 20 a la 29 se ha desarrollado y explicado el proceso de la sustracción 1032 – 615. En la última figura los cuadrados inferiores de la zona 1 están vacíos, lo que indica que el proceso ha concluido y la cantidad representada en el cuadrado superior es el resultado de la sustracción. Efectivamente la cantidad representada allí es 417.

Multiplicación

Previo a la explicación del proceso de la multiplicación o producto en el Contador Cañari es necesario recordar que multiplicar es simplemente sumar cantidades iguales un determinado número de veces y claro, podría desarrollarse simplemente haciendo sumas sucesivas.

Mas, la estructura del contador permite simplificar ese proceso, a nuestro criterio la presencia de los orificios en la zona 3 posibilitan desarrollar el producto de una manera más rápida, manteniendo las normas indicadas.

A continuación, el proceso para multiplicar dos cantidades en el Contador Cañari:

1. De las dos cantidades a multiplicar, se debe ubicar una de ellas en el cuadrado inferior cumpliendo las condiciones establecidas.

2. La otra cantidad se ubica en una parte de la zona 1, descomponiéndola en los objetos complementarios.

3. Luego, tomar uno a uno los objetos de la zona 1 y ubicarlos en los espacios de la zona 3, a la vez que sobre el cuadrado superior se ubica el resultado de relacionar (multiplicar) este objeto por los ubicados en el cuadrado inferior.
   Para relacionar los objetos, se debe considerar lo siguiente:

   a. Si el objeto ubicado en la zona 3 representa la unidad, en el cuadrado superior se debe aumentar a lo existente una cantidad idéntica a la representada en el cuadrado inferior.
   b. Si el objeto ubicado en la zona 3 representa una decena, en el cuadrado superior se debe aumentar a lo existente una cantidad que resulte de cambiar cada objeto complementario con uno de orden estrictamente mayor (por cada unidad se ubicará una decena, por cada decena se ubicará una centena, y así sucesivamente).
   c. Si el objeto ubicado en la zona 3 representa una centena, en el cuadrado superior se debe aumentar a lo existente una cantidad que resulte de cambiar cada objeto complementario con uno de orden aumentado en dos (por cada unidad se ubicará una centena, por cada decena se ubicará una unidad de mil y así sucesivamente). Esta lógica se aplicará también para objetos de orden mayor.

4. Una vez tomado todos los objetos complementarios ubicados en la zona 1 y ubicado los resultados, la cantidad representada en el cuadrado superior es el resultado final de la multiplicación.

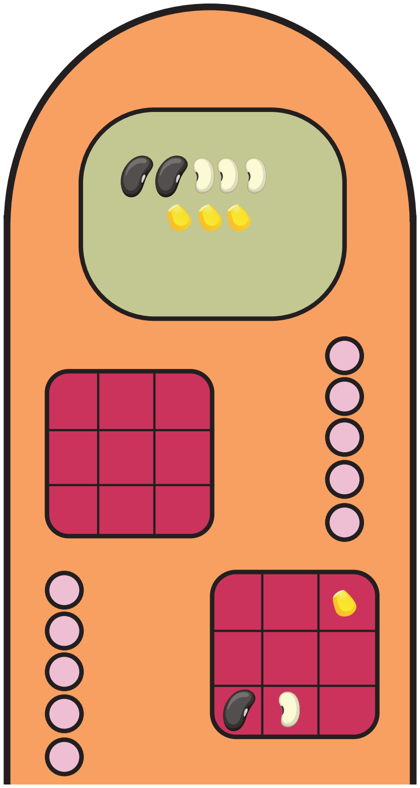


Figura 30. Cumpliendo lo establecido en los pasos 1 y 2, se representa una de las cantidades (125) en el cuadrado inferior y la otra cantidad (243) en la zona 1.

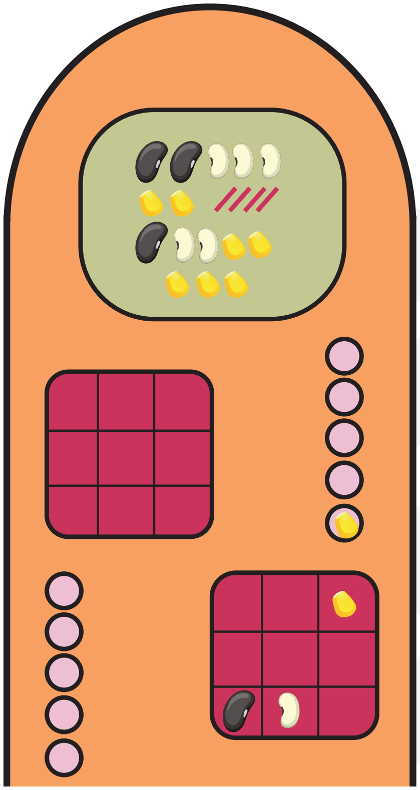


Figura 31. Cumpliendo lo establecido en el paso 3, se toma un objeto de la zona uno, se opera, como es una unidad, en la zona 1 se ubica en objetos descompuestos, la cantidad representada en el cuadrado inferior.

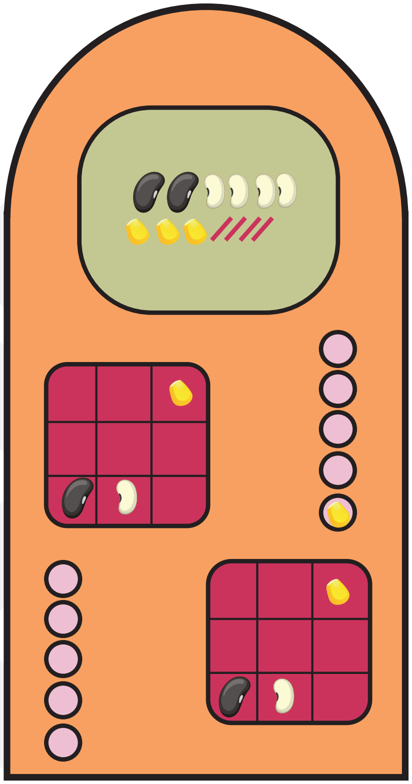


Figura 32. Luego, se acumula esa cantidad obtenida en el cuadrado superior. Cumpliendo así las normas de la suma.

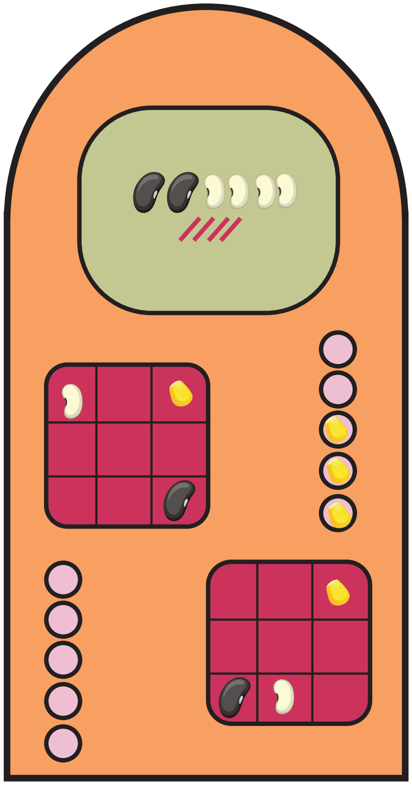


Figura 33. Así se procede con las tres unidades, acumulando las cantidades obtenidas en el cuadrado superior.

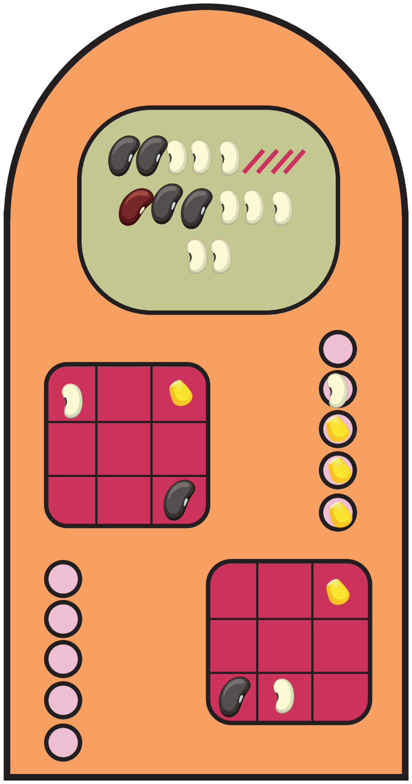


Figura 34. Se toma ahora un objeto que representa una decena que se ubica en la zona 3, además se procede a operar: por cada objeto del cuadrado inferior, se toma objetos de orden estrictamente mayor, tantos como represente la casilla. El objeto de las centenas está en la primera casilla, se tomará un objeto que represente unidades de mil. Como el objeto que representa decenas está en la segunda casilla, se tomará dos objetos que representan centenas y como el objeto de las unidades está en la casilla que representa el cinco. Se tomará cinco objetos que representan decenas, estos se los ubica en una sección de la zona 1.

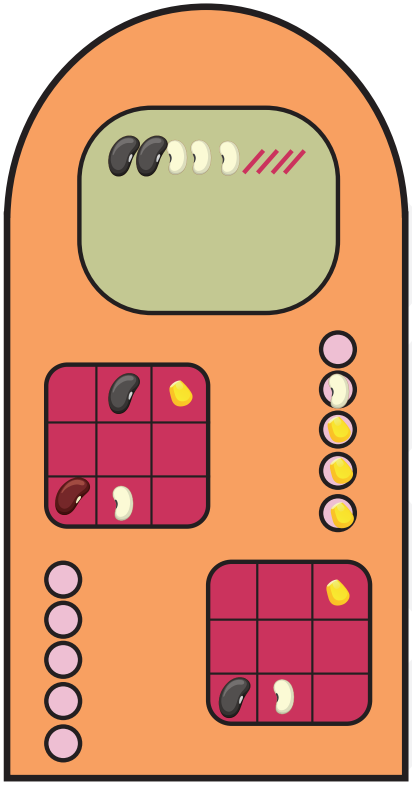


Figura 35. Se acumula la cantidad obtenida en el cuadrado superior.

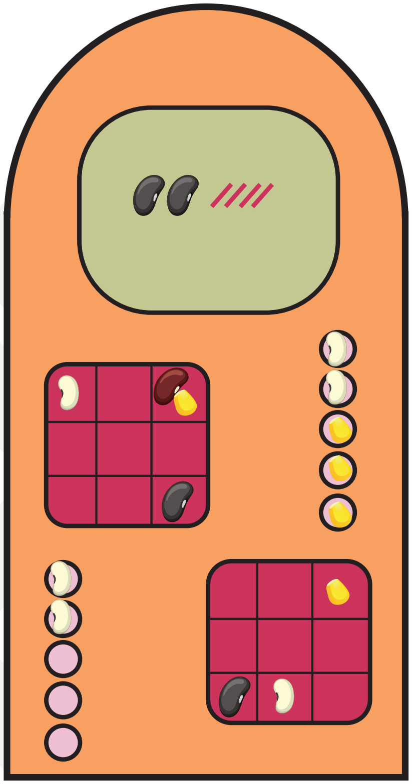


Figura 36. De igual manera, se acumula en el cuadrado superior las cantidades que resultan de operar cada objeto que representa decenas.

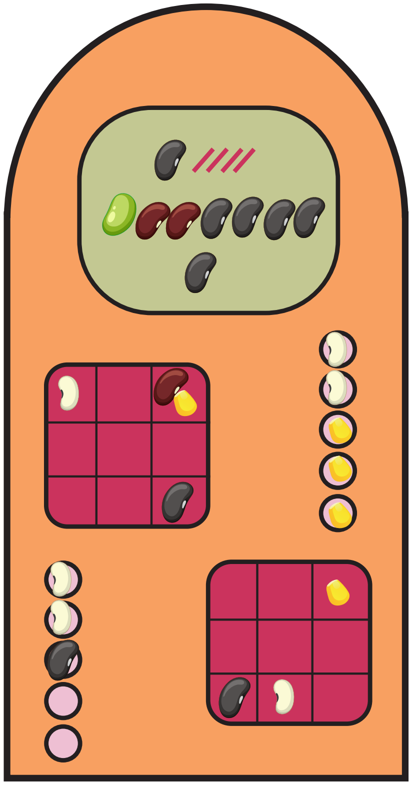


Figura 37. Luego, se toma un objeto que representa centenas, se ubica en la zona 3 y por cada objeto del cuadrado inferior, se ubica en una parte de la zona 1 tantos objetos como la cantidad que represente la casilla donde se encuentre y cuyo orden sea el orden de ese objeto aumentado en dos. Así, como el objeto de las centenas está en la primera casilla, tomaremos un objeto que represente unidad de mil, como el objeto de las decenas está en la segunda casilla, tomaremos dos objetos que representen unidades de mil y como el objeto que representa unidades está en la casilla cinco, se tomará cinco objetos que representen centenas.

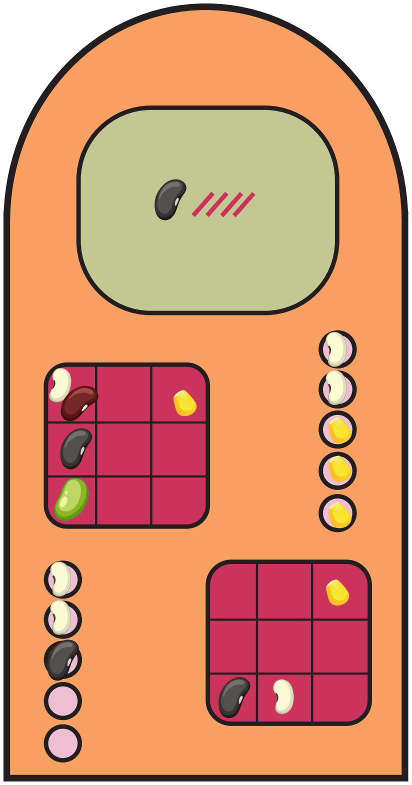


Figura 38. Se acumula la cantidad obtenida en el cuadrado superior.

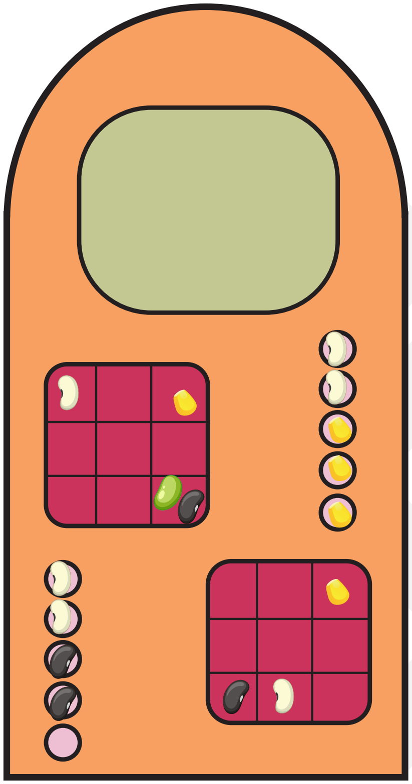


Figura 39. Se acumula la cantidad obtenida en el cuadrado superior.

Nota: La selección para la ubicación de las dos cantidades es indistinta, es decir no existe ningún orden establecido para seleccionar los objetos de la zona 1.

Ejemplo:
Multiplicar 125 x 243
En la figura 38 la zona 1 está vacía, es decir, ha concluido el proceso, por tanto, la cantidad representada en el cuadrado superior es el resultado del producto. En efecto, la cantidad representada es 30.375, que es el valor correcto para el producto planteado.

División

Es importante recordar primero que dividir significa separar un grupo de objetos en varios grupos con una misma cantidad de objetos, aunque es posible que la división sea exacta. Es decir, que el grupo inicial se divida en algunos grupos distribuyendo exactamente todos los objetos que había en este. Por ejemplo, si se desea distribuir quince bancas en tres aulas el resultado será que en cada aula se ubiquen cinco bancas, de este modo quedan distribuidas todas las bancas, no hay remanente o residuo.

Hay otros casos donde la división no es exacta. Por ejemplo, para distribuir dieciséis bancas en tres aulas, se ubicarán cinco bancas en cada aula y sobrará una. Es decir, hay una banca de remanente o residuo que al ubicarla en un aula ya no se cumple el principio de igualdad que debe garantizar la división o si se "corta" la banca en tres partes, estas no son iguales y dejan ya de ser bancas. En este punto cabe anotar que, esto último va a depender de la naturaleza del objeto, porque, si lo que se desea es repartir dieciséis quesos entre tres personas, a cada persona se puede entregar cinco quesos y dividir el último queso en tres partes iguales y entregarlo, surgiendo ahí, el concepto de parte de unidad, fracción o decimal.

Dicho esto, el procedimiento que se presenta aquí para la división en el Contador Cañari es aquel donde la división inexacta presenta residuos enteros, reiterando que, si se desea, el mismo procedimiento se podría continuar generando decimales.
Un procedimiento directo podría ser a través de restas sucesivas, es decir, ir quitando de la cantidad inicial del grupo cantidades iguales al número de grupos que se desea construir y luego contar cuantas veces fue posible realizar este retiro hasta que el grupo inicial se haya reducido y no sea posible ya hacer ese retiro. Además, la cantidad de objetos que permanezcan en el grupo inicial será el residuo. No obstante, este procedimiento es práctico y útil para cantidades relativamente semejantes, pero resulta tedioso cuando la cantidad de objetos a dividir es significativamente mayor al número de grupos que se desea constituir, por lo cual, se ha estructurado un procedimiento más práctico y general.

A continuación, se presenta el procedimiento que a seguir para dividir la cantidad de un grupo en varios grupos con el uso del Contador Cañari.

1. Representar la cantidad del grupo inicial en el cuadrado inferior del Contador Cañari.

2. Representar la cantidad de grupos en los que se pretende dividir el grupo inicial. Ubicarlos en la zona 1, luego representarlos descomponiendo esta cantidad en función de las representaciones de los objetos complementarios, lo cual, servirá de comparación durante todo el proceso.

3. En la zona 1, en otra sección, construir un grupo cuya estructura (relación entre los objetos complementarios) sea igual al que está en el cuadrado inferior: que represente una cantidad menor o igual a la representada en la otra sección de la zona 1. Determinar la diferencia de órdenes, entre estas dos. Si son de igual orden ubicar un objeto que represente la unidad en la zona 3. Si el orden de la cantidad construida es mayor en uno al otro, ubicar un objeto que represente la decena en la zona 3. Si el orden de la cantidad construida es de orden mayor en dos al otro ubicar un objeto que represente la centena en la zona 3, y así según el caso.
4. La cantidad de cada grupo construido será disminuida de la cantidad representada en el cuadrado inferior.

5. Una vez que la cantidad construida en la segunda sección de la zona 1 sea mayor a la cantidad representada en el cuadrado inferior, cambiar esta cantidad por una de igual estructura, disminuyendo su orden en uno. Además, los objetos ubicados en la zona 3, serán retirados generando incremento en el ciclo respectivo en el cuadrado superior.

6. Al retirar todos los objetos de la zona 3 y la cantidad representada en el cuadrado inferior sea menor a la ubicada en la zona 1 para comparación, la operación habrá concluido.

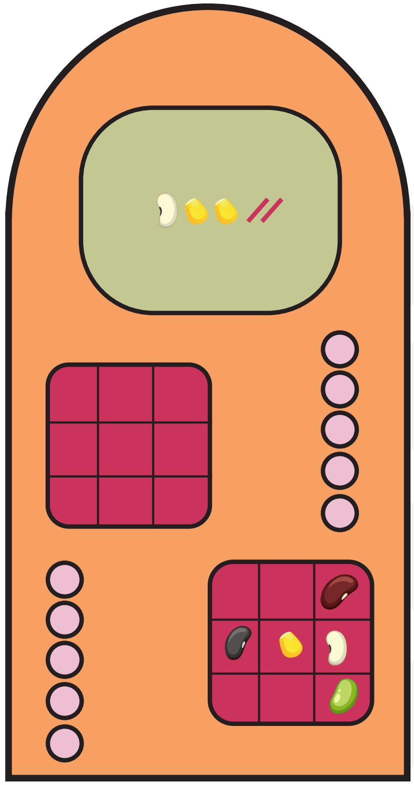


Figura 40. Cumpliendo los pasos 1 y 2, se representa la cantidad a dividir en el cuadrado inferior y el valor para el cual se dividirá en una parte de la zona 1.

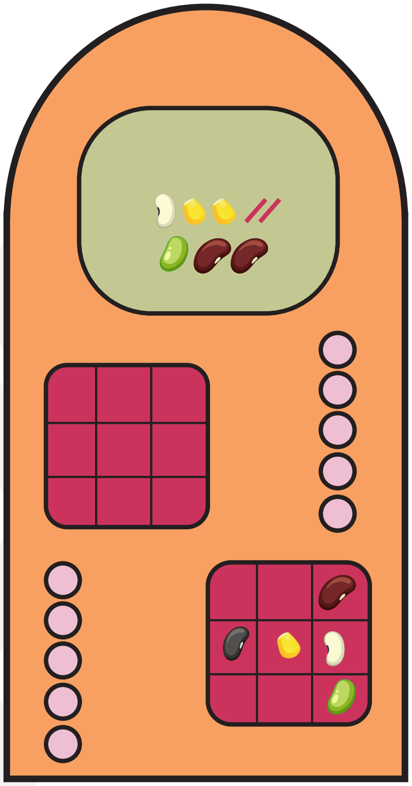


Figura 41. Cumpliendo el paso 3, en una sección de la zona 1 se construye la representacion de una cantidad que, es la mayor. Mantiene la estructura de la cantidad de la otra sección de esta zona y es menor a la cantdad representada en el cuadrado inferior

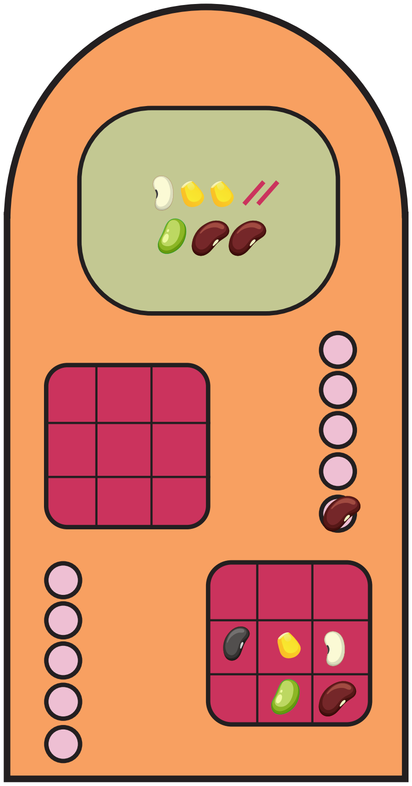


Figura 42. Comparando el orden de la cantidad construida con el orden de la cantidad ubicada inicialmente en la zona 1, la diferencia es tres, por tanto, se ubica un objeto que representa unidades mil en la zona 3 y se disminuye la cantidad que se construyó en la segunda sección de la zona 1 de la cantidad representada en el cuadrado inferior, como la cantidad remanente en el cuadrado inferior es mayor a la construida en la segunda sección de la zona 1, se puede repetir el proceso.

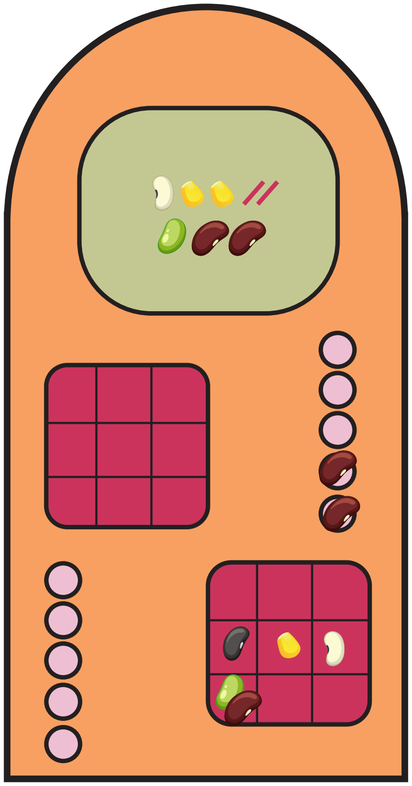


Figura 43. Luego de hacer la segunda disminución en el cuadrado inferior, la cantidad remanente representada en el cuadrado inferior es menor a la construida en la segunda sección de la zona 1

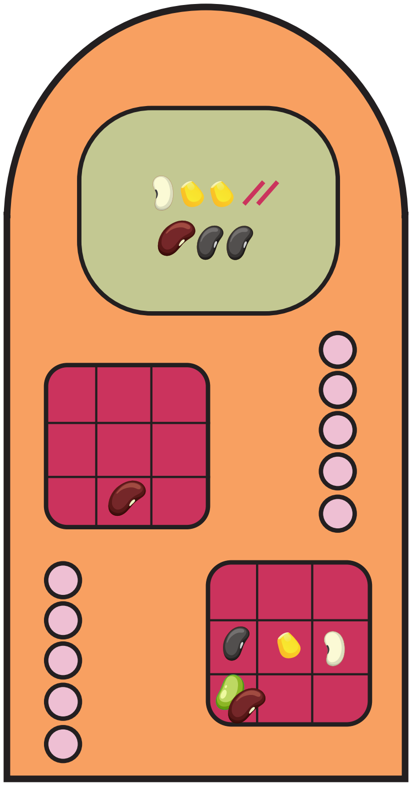


Figura 44. Se baja en uno el orden de la cantidad representada en la segunda sección de la zona 1. Se retira los objetos de la zona 3 y los se los representa en el ciclo respectivo del cuadrado superior. Como la cantidad representada en la segunda sección de la zona 1 es mayor a la cantidad representada en el cuadrado inferior se procede con la sustracción.

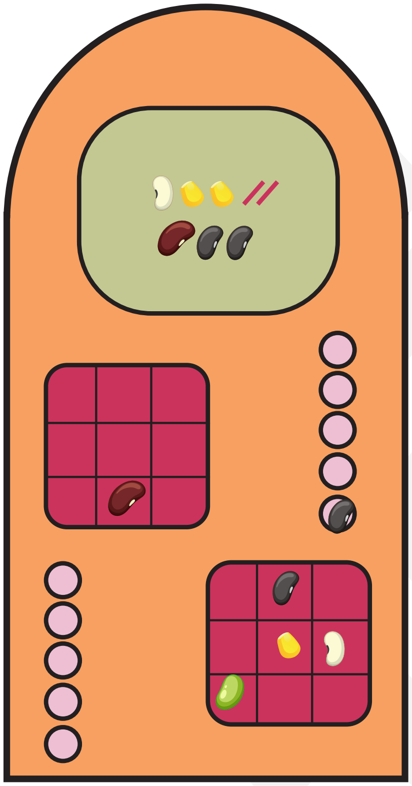


Figura 45. En este caso la diferencia de orden es dos, por lo que se ubica una centenena en la sección 3 y se procede con la sustracción. Se observa que es posible repetir este paso.

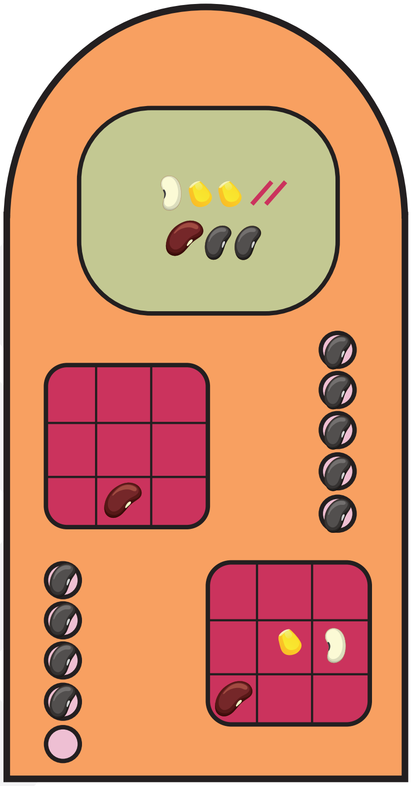


Figura 46. Es posible realizar el proceso nueve veces, hasta que la cantidad remanente en el cuadrado inferior es superior a la representada en la segunda sección de la zona 1.

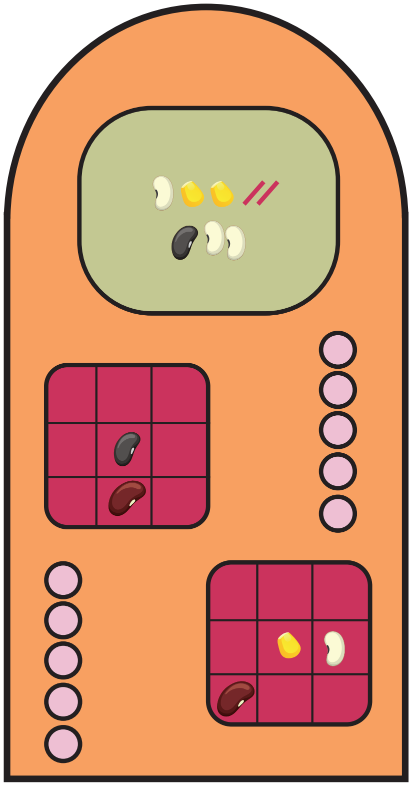


Figura 47. Se ubica la cantidad que representa centenas en la casilla respectiva y se cambia la cantidad representada en la segunda sección de la zona 1, que si es inferior a la representada en el cuadrado inferior.

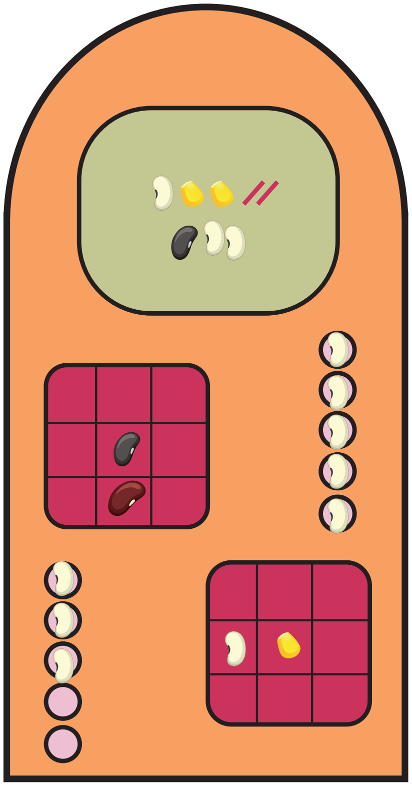


Figura 48. Se puede disminuir ocho veces esa cantidad, en este caso la diferencia de orden es 1, entonces se ubicarán ocho objetos que representan decenas en la zona 3. La cantidad representada en la segunda sección de la zona 1 es menor a la representada en el cuadrado inferior.

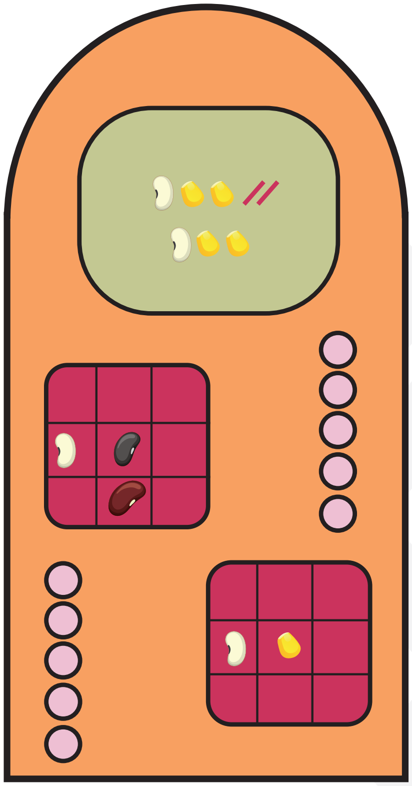


Figura 49. Se cambia en la segunda sección de la zona 1 la cantidad representada por una de estructura similar, pero de orden menor, y como está es menor a la del cuadrado inferior se prosigue.

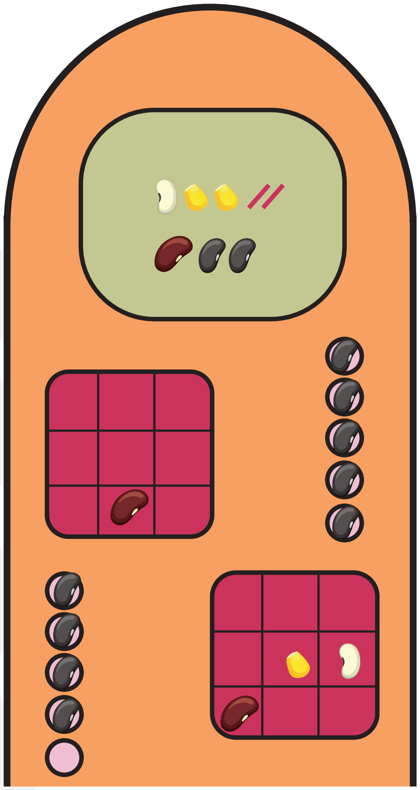


Figura 50. Se han realizado siete reducciones y como las cantidades ubicadas de las secciones de la zona 1 son de igual orden, ubicamoes en la zona 3 siete objetos que representan unidades. La cantidad representada en el cuadrado es menor a la representada en la segunda sección de la zona 1.

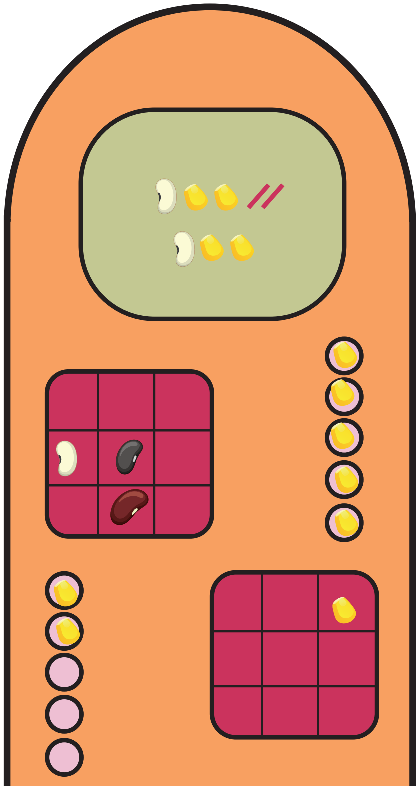


Figura 51. Se representan los objetos de la zona 3 dentro del cuadrado superior. La cantidad del cuadrado inferior es menor a la cantidad representada en la primera sección de la zona 1, consecuentemente la división ha concluido. En el cuadrado superior se representa su resultado y en el cuadrado inferior el residuo.

La cantidad representada en el cuadrado superior es el resultado de la división y la cantidad representada en el cuadrado inferior es el residuo, caso contrario se debe regresar al paso 3 de este procedimiento.

Nota: No hay un orden para la construcción de los grupos únicamente se recomiendo buscar los mayores posibles.

Ejemplo:
Dividir 35.849 entre 12.

La cantidad representada en el cuadrado superior es dos mil novecientos ochenta y siete (2987) y la representada en el cuadrado inferior es cinco (5). Consecuentemente diremos que al dividir 35.849 para 12, el resultado es 2.987 y el residuo 5.

NUMERACIÓN DE BASE 10

El afirmar que el contador cañari se fundamenta en la notación de base diez tiene una explicación que se encuentra en el lenguaje, la designación de cantidades en las distintas formas del quechua se rige por un proceso de yuxtaposición de vocablos (Barazorda, 2021) partiendo de palabras que identifican los números del uno al nueve (huk, iskay, kinsa, tawa, pisqa, soqta, qanchis, pusaq, esqon), que servirían para identificar la cantidad de unidades.

Existen otros vocablos que representan diez (chunka), cien (pachaq), mil (waranka), diez mil (chunka waranqa), millón (hunu), números que son potencias de diez y que son usados para representar cualquier cantidad juntándolos entre sí, por ejemplo el número doscientos cuarenta y cinco se dirá *iskay pachaq tawa chunka pisqayoq* (dos cien cuatro diez cinco) una forma de indicar dos decenas cuatro decenas cinco unidades.

Debe indicarse que a las unidades se les complementa el prefiijo "yoq".
Está claro que la lógica que rige esta numeración se explica muy claramente con la forma como se representan las cantidades en el contador cañari.

CONCLUSIONES

Sin lugar a dudas la característica que diferencia el Contador Cañari es el hecho de que en este existe un espacio físico definido donde se efectúa el cambio de fase, espacio que en este caso se determina como zona 1, espacio de suma importancia ya que en el mismo se llevan a cabo las trasformaciones (ya sean a una de orden mayor o a una de orden menor).

Sin embargo, y a pesar de su importancia, este espacio es transitorio ya que en ninguna de las operaciones los resultados usan o se ubican en esta zona, el mismo se usa para desarrollar instrucciones de transformación o de referencia que ayudan a desarrollar los algoritmos.

Es por ello que en los diseños que se han inspirado en este objeto, denominadas taptanas, este espacio ha sido cambiado por una representación de la luna ya que esta, análogamente, ayuda a entender el cabio de fases en el tiempo.

La explicación de la presencia de los dos cuadrantes similares en el contador cañari recae en el hecho de que el ser humano para realizar las operaciones aritméticas siempre lo hace en función de dos cantidades, así si se requiere sumar tres cantidades o más, se tomarán dos de ellas se realizará la suma entre estas y luego ese resultado lo sumara al tercero y así sucesivamente.

Por lo tanto, si se desea sumar varias cantidades en el contador cañari, las dos cantidades iniciales se ubicaran en los cuadrantes y se construirá su sumatoria en el cuadrante superior, luego se irán incorporando otras cantidades, primero directamente en el cuadrante inferior para luego, mediante el algoritmo de la suma acumularla a la cantidad representada en el cuadrante superior, así hasta sumar todas las cantidades presentadas.

PRINCIPIOS DEL CONTADOR CAÑARI

De lo estudiado en esta investigación es posible concluir que son tres los principios que rigen la operatividad práctica del contador cañari, estas son:

1. Los elementos representativos de cada fase deben distinguirse plenamente de tal formo que no haya riesgo alguno de confusión.
2. Siempre debe existir un espacio físico de transformación de elementos que evidencia el cambio de fase.
3. El orden ascendente en cada fase (del cero al nueve) debe culminar evidenciando un acercamiento a ese espacio físico de transformación.

Estos principios han permitido el diseño de diversas propuestas pedagógicas con metodologías que apoyan significativamente los procesos de aprendizaje.

III.8 Referencias

Arriaga, J. (1992). *Apuntes de arqueología Cañari.* Publicaciones de la Universidad de Cuenca.

Barazorda, W. (2021). *Todos Los Números en Quechua y Su Traducción,* Idioma Quechua*, https://enquechua.com/los-numeros-en-quechua*/2023.

Gheverghese, G. (1996). *La cresta del pavo real: las matemáticas y sus raíces no europeas.* Ediciones Pirámide.

Iglesias, M. (1964). *Los aborígenes del Cañar.* Cañar.