



UNIVERSITAT DE
BARCELONA



Máster de
formación del profesorado
de Educación Secundaria
en Ecuador

MÉTODOS DE SOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE DOS
ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS
INCÓGNITAS APLICADAS AL PRIMER AÑO DE
BACHILLERATO

Trabajo Fin de Máster de la maestría de Formación del Profesorado
de Educación Secundaria del Ecuador

Ocampo Paredes Dimas Edison

C.I.: 1202474274

Tutora: Edelmira Rosa Badillo Jiménez

Máster en Formación del Profesorado

14 de octubre de 2018

Resumen

El presente trabajo tiene la finalidad de ofrecer al currículo la planificación de una unidad didáctica para mejorar el proceso de enseñanza - aprendizaje y la toma de decisiones para generar un aprendizaje significativo en torno al tema “métodos de solución de un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, aplicadas al primer año de bachillerato de la Unidad Educativa 16 de Mayo”.

Al término de la aplicación de las secuencias didácticas propuestas, se aprecia que los estudiantes no solamente cometen menos errores en cuanto a la resolución de ejercicios planteados, sino que también, presentan una actitud diferente respecto de la matemática, pues refieren encontrar un sentido práctico e importante en la vida real del porqué de la enseñanza matemática. Este sin duda ha sido el mejor logro obtenido.

Palabras clave: sistemas de ecuaciones de primer grado, enseñanza – aprendizaje, unidad didáctica.

Summary

The present work aims to offer a didactic unit planning curriculum to improve the teaching process - learning and decision-making to generate a meaningful learning on the topic "methods of solution of a system two equations of first degree with two unknowns, applied to the first year of secondary education in the Unidad Educativa 16 de Mayo”.

At the end of the implementation of the proposed didactic sequences, that students not only make fewer mistakes in terms of the raised problem solving, but also, to have a different attitude towards mathematics, can be seen as they refer to find a practical and important sense in mathematical teaching why real-life. This has certainly been the best achievement earned.

Key words: systems of equations of first degree, teaching-learning, design of didactic unit.

Índice

| Contenido | Pág. |
|---|------|
| Resumen | 2 |
| Summary..... | 2 |
| Índice | 3 |
| Cesión de derechos..... | 5 |
| Capítulo I..... | 6 |
| 1.1. Planteamiento del problema..... | 6 |
| 1.2. Objetivos..... | 6 |
| 1.2.1. Objetivo General..... | 6 |
| 1.2.2. Objetivos Específicos..... | 7 |
| 1.3. Justificación | 7 |
| Capítulo II..... | 9 |
| 2.1. Metodología | 9 |
| 2.2. Presentación del Alumno | 9 |
| 2.2.1. Contextualización de la labor docente del alumno | 9 |
| 2.2.2. Presentación y análisis reflexivo de las evidencias de aprendizaje competencial realizadas durante el Máster de Matemática..... | 11 |
| 2.3. Planes de clase propuestos | 15 |
| 2.3.1. Planificación de la clase No. 1..... | 16 |
| 2.3.2. Planificación de la clase No. 2..... | 19 |

| | | |
|--------------------|--|----|
| 2.3.3. | Planificación de la clase No. 3..... | 21 |
| 2.3.4. | Planificación de la clase No. 4..... | 24 |
| 2.3.5. | Planificación de la clase No. 5..... | 26 |
| 2.3.6. | Planificación de la clase No. 6..... | 28 |
| 2.3.7. | Planificación de la clase No. 7..... | 30 |
| Capítulo III | | 33 |
| 3.1. | Dificultades de aprendizaje advertidas en los alumnos | 33 |
| 3.2. | Interacción entre los estudiantes y el docente | 33 |
| 3.3. | Dificultades inherentes a la propia actuación como docente. | 34 |
| 3.4. | Análisis e interpretación de los datos obtenidos. | 35 |
| 3.5. | Establecimiento de conclusiones resultantes de la investigación..... | 41 |
| 3.6. | Reflexiones finales | 42 |
| 3.7. | Autoevaluación General de los Aprendizajes Adquiridos. | 44 |
| 3.8. | Referencias Bibliografía | 47 |
| 3.9. | Anexos | 48 |

Índice de Tablas

| | | |
|----------|--|----|
| Tabla 1. | Evaluación de los criterios de idoneidad de la secuencia pedagógica..... | 41 |
| Tabla 2. | Matríz de autoevaluación..... | 44 |

Javier Loyola, 14 de octubre de 2018

Yo, **DIMAS EDISON OCAMPOM PAREDES**, autor/a del Trabajo Final de Maestría, titulado: "**MÉTODOS DE SOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE DOS ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS APLICADAS AL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO**", estudiante de la Maestría en Educación, mención **ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA** con número de identificación 1202474274, mediante el presente documento dejo constancia de que la obra es de mi exclusiva autoría y producción.

1. Cedo a la Universidad Nacional de Educación, los derechos exclusivos de reproducción, comunicación pública, distribución y divulgación, pudiendo, por lo tanto, la Universidad utilizar y usar esta obra por cualquier medio conocido o por conocer, reconociendo los derechos de autor. Esta autorización incluye la reproducción total o parcial en formato virtual, electrónico, digital u óptico, como usos en red local y en internet.
2. Declaro que en caso de presentarse cualquier reclamación de parte de terceros respecto de los derechos de autor/a de la obra antes referida, yo asumiré toda responsabilidad frente a terceros y a la Universidad.
3. En esta fecha entrego a la Universidad, el ejemplar respectivo y sus anexos en formato digital o electrónico.

Nombre: DIMAS EDISON OCAMPO PAREDES

Firma: _____



Capítulo I

1.1. Planteamiento del problema

La ausencia de una guía para los docentes del área de Matemática sobre metodologías útiles que permitan transmitir los conocimientos y destrezas necesarias a los estudiantes del cantón Quinsaloma, provoca que cada docente aplique una estrategia u otra que a su criterio considera adecuada para tal propósito; sin embargo, los profesores refieren que los estudiantes de los diferentes paralelos de la Unidad Educativa “16 de Mayo” que cursan el Primer Año de Bachillerato presentan dificultades en la aplicación correcta de las propiedades para resolver sistemas de ecuaciones lineales de primer grado con dos incógnitas; sin embargo, en la matriz de destrezas con criterios de desempeño del área de Matemática para el nivel de Bachillerato General Unificado, se expresa como destreza para el nivel: “resolver analíticamente sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas utilizando diferentes métodos (igualación, sustitución, eliminación)”¹

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

Proveer una guía de la planificación docente en el sistema educativo ecuatoriano para mejorar el proceso de enseñanza - aprendizaje referente a la metodología utilizada para la solución de un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, y que ayude a la adquisición de las destrezas básicas indispensables y deseables presentes en el Currículo Nacional Ecuatoriano para estudiantes de Primer Año de Bachillerato de la Unidad Educativa “16 de Mayo”, durante el periodo académico 2018 – 2019.

¹ Matriz de destrezas del área de Matemática, Ministerio de Educación del Ecuador, 2016.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Identificar las principales dificultades en el aprendizaje de la solución de un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.
- Determinar la metodología con la que los estudiantes de primer año de bachillerato resuelven de manera correcta problemas matemáticos que requieren la solución de un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.
- Lograr que los estudiantes participantes de la presente investigación sean capaces de resolver analíticamente sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas utilizando diferentes métodos de solución.

1.3. Justificación

El (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016) en la reforma curricular realizada, diferencia dos tipos de aprendizajes básicos en los estudiantes de BGU, los aprendizajes básicos imprescindibles y los aprendizajes básicos deseables. Los aprendizajes básicos imprescindibles.

Son considerados como básicos imprescindibles los aprendizajes que es preciso adquirir al término del subnivel de referencia para evitar una situación de riesgo alto de exclusión social para los estudiantes implicados, ya que su no adquisición comprometería gravemente su proyecto de vida personal y profesional, condicionaría muy negativamente su desarrollo personal y social y les impediría acceder a los procesos educativos y formativos posteriores y aprovecharlos. Es decir, se trata de aprendizajes mínimos obligatorios para la promoción escolar, ya que, si no se logran en los niveles en los que se promueven, son muy difíciles de alcanzar en momentos

posteriores. (pág. 18).

Por otro lado, en la matriz de destrezas con criterios de desempeño del área de Matemática para el nivel de Bachillerato General Unificado, se expresa como destreza para el nivel: “resolver analíticamente sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas utilizando diferentes métodos (igualación, sustitución, eliminación)”.

Por lo anteriormente expuesto y debido la referencia de docentes del sector del área de Matemática, quienes manifiestan que los estudiantes del Primer Año de Bachillerato tienen problemas para aplicar correctamente las propiedades para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales de primer grado con dos incógnitas, se plantea la realización del presente trabajo de investigación acerca de la planificación docente para mejorar el proceso de enseñanza - aprendizaje referente a la metodología utilizada para la solución de un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, y que ayude a la adquisición de las destrezas básicas indispensables y deseables presente en el Currículo Nacional Ecuatoriano con estudiantes de Primer Año de Bachillerato de la Unidad Educativa “16 de Mayo”, durante el periodo académico 2018 – 2019.

Capítulo II

2.1. Metodología

La intención es determinar las causas por las que los estudiantes de Primer Año de Bachillerato de la Unidad Educativa “16 de Mayo” presentan dificultades para resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas; posteriormente, se emplearán diferentes metodologías pedagógicas con cada método de solución, para averiguar cuál es la mejor metodología que se puede aplicar durante la hora clase con la cual los discentes muestran mejores resultados no solamente en cuanto a los conocimientos adquiridos, sino también, qué saben hacer y cómo lo hacen.

Posteriormente se elaborará un plan de clase para la Unidad que sirva como guía para los docentes, y que permita realizar las modificaciones pertinentes de manera flexible de acuerdo a las adaptaciones curriculares que cada docente considere oportunas.

2.2. Presentación del Alumno

2.2.1. Contextualización de la labor docente del alumno

Inicié mi experiencia profesional como docente a través de un concurso de méritos y oposición en la Unidad Educativa “16 de Mayo”, ubicada en el cantón Quinsaloma, en la cual laboro hasta la actualidad. Actualmente me encuentro cursando una Maestría de Matemática en la Universitat de Barcelona – España. Desde que inicié mi labor profesional me he capacitado en cursos y seminarios relacionados con la docencia. Mi experiencia docente ha sido trabajar con alumnos desde octavo Grado de Educación General Básica hasta tercer año de Bachillerato General Unificado. En este año lectivo me estoy desempeñando como docente en el área de Matemática.

Mi aspiración diaria es que mis estudiantes puedan comprender los conceptos

Ocampo Paredes Dimas Edison

matemáticos que imparto; por esta razón, el interés profesional al elegir esta maestría, es de ampliar mi visión sobre nuevas formas, técnicas y estrategias de enseñanza, que se adapte a la sociedad actual y a un mundo globalizado e interconectado, que cada día avanza a grandes pasos tecnológicamente. En este sentido, la experiencia adquirida ha sido muy positiva, pues a través de la enseñanza de los tutores de la Universidad y las reflexiones, he abstraído mejores conocimientos y formas de llegar a los alumnos para que sean éstos quienes con mi guía puedan construir su propio conocimiento, comprendiendo los conceptos matemáticos y relacionándolos con aplicaciones en la vida diaria.

2.2.2. Presentación y análisis reflexivo de las evidencias de aprendizaje competencial realizadas durante el Máster de Matemática

El presente trabajo tiene la finalidad de ofrecer al currículo la planificación de una unidad didáctica para mejorar el proceso de enseñanza - aprendizaje y la toma de decisiones para generar un aprendizaje significativo en torno al tema “métodos de solución de un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, aplicadas al primer año de bachillerato de la Unidad Educativa 16 de Mayo”; para lo cual se consideró una secuencia didáctica que permitiría determinar la mejor estrategia de enseñanza – aprendizaje, según la cual los estudiantes de Primer Año de BGU puedan abstraer de mejor manera los conceptos matemáticos; de modo que sean capaces de resolver de forma satisfactoria los ejercicios propuestos en clase y relacionarlos con aplicaciones de la vida diaria.

Por otro lado, se tomó en cuenta la reforma al Currículo Nacional Ecuatoriano, implementada a través del Ministerio de Educación del Ecuador desde el 2016; que determina la necesidad de que los estudiantes adquieran las destrezas básicas imprescindibles y deseables; siendo una destreza básica imprescindible para el Primer Año de BGU “resolver analíticamente sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas utilizando diferentes métodos (igualación, sustitución, eliminación)”.

Además, la enseñanza de la Matemática en el Bachillerato General Unificado, busca fundamentalmente desarrollar la capacidad para razonar, pensar, comunicar, aplicar y valorar de manera reflexiva las relaciones entre las ideas y los fenómenos reales. Este conocimiento y dominio de los procesos, le otorgará al estudiante la capacidad para describir, analizar, modificar y tomar el control de su entorno físico e ideológico, a la vez que desarrolla su capacidad de pensamiento y de actuación de manera efectiva. En el

bachillerato, los contenidos y conceptos matemáticos tienen un carácter más formal, ya que se enfatizan las aplicaciones y la solución de problemas mediante la elaboración de modelos. Es por esto, que se relacionaron los ejercicios planteados con problemas de la vida diaria; además, se trabajó de manera interdisciplinaria, con el objetivo de relacionar a la Matemática con otras áreas del conocimiento, de modo que se complementan entre sí.

Finalmente, mencionar que la base de las estrategias de enseñanza – aprendizaje descritas en las sesiones planificadas, se basan en fundamentos pedagógicos del constructivismo, por ende, el estudiante construye el conocimiento por sí mismo relacionando la información nueva con la que ya posee; relaciona los conocimientos adquiridos con otras áreas de estudio; es el responsable directo de su propio proceso de aprendizaje ya que el docente únicamente constituye una guía hasta que el estudiante logre el conocimiento considerado verdadero.

De acuerdo a lo anteriormente mencionado, se planificaron varias sesiones de clase; la primera de ellas constituyó una clase evaluativa, que permitió definir los conocimientos adquiridos hasta ahora por los estudiantes, desde lo cual se marcó el punto de partida, reflexionando y reafirmando los conceptos matemáticos necesarios para entrar al tema de ecuaciones.

La planificación planteada, está estructurada de acuerdo al modelo de planificación sugerida por el Ministerio de Educación del Ecuador, en la mayoría de las sesiones de clase, se inicia con una lluvia de ideas sobre los conceptos nuevos que se tratarían durante la clase, escribiendo en la pizarra los que mejor se relacionan, esto con la intención de al finalizar la clase, volver a definir los conceptos una vez éstos han sido comprendidos. A continuación, se realiza una reflexión junto con los estudiantes, en el mayor de los casos,

las reflexiones involucran el cómo utilizar los conceptos matemáticos en la vida diaria; en este punto, el estudiante hace conjeturas sobre para qué sirve tal o cual concepto o tema que se trataría durante la clase. Además, se exponen ejemplos de aplicaciones en la vida diaria, lo que se busca en este punto, es que los estudiantes se interesen por la asignatura y relacionen lo aprendido en la solución de problemas cotidianos. Finalmente, se describen los temas que se trataron, los conceptos y definiciones matemáticas estudiadas.

Durante el desarrollo de las sesiones de clase, se hizo especial hincapié en crear un ambiente de confianza con los estudiantes, basada en el respeto mutuo, pero de tal manera que sientan la libertad de poder expresar cualquier duda o inquietud que se presentase, además, de evitar el temor de los estudiantes a pasar al frente de la clase a resolver los ejercicios planteados, o simplemente el hecho de que puedan exponer sus opiniones de manera clara y directa, sin el miedo a ser juzgados.

Las estrategias de las sesiones de clase propuestas, se dividen en:

- a) Resolución de problemas. – Este aspecto consta en el currículo del área de matemática para el Bachillerato General Unificado como un eje integrador, y constituye una parte esencial en cualquier proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática; por lo cual, este trabajo se enfocó mediante estrategias del constructivismo, a que los estudiantes construyan su propio conocimiento, aplicando además, el pensamiento de Poyla de acuerdo a las siguientes fases: comprender el problema, concebir el plan, ejecutar el plan, examinar la solución obtenida.
- b) Razonamiento y demostración. – En primer lugar, se trató mediante la demostración de las estrategias de solución a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, que los estudiantes empleen su razonamiento lógico e inductivo, sobre cuál estrategia sería la más adecuada para resolver el problema planteado.
- c) Comunicación. – Esta estrategia consistió en incentivar a los estudiantes a comunicar

sus dudas e inquietudes, a que expresen sus ideas y pensamientos sobre cómo resolver un determinado problema; interpreten los gráficos matemáticos, expliquen el proceso de resolución del ejercicio y sus conclusiones y soluciones encontradas; de tal forma que el resto de estudiantes escuchen estas ideas y relacionen con sus conocimientos, de ser el caso corregir a sus compañeros de la forma correcta y adecuada, o autocorregirse, fomentando de esta forma la construcción del conocimiento y la colaboración grupal para lograrlo.

- d) Conexiones. – La idea principal de esto, constituye en instruir a los estudiantes a relacionar los ejercicios planteados con problemas reales o aplicaciones de la vida real.
- e) Representaciones. – Finalmente, en este apartado se trata de instruir al estudiante a resolver los ejercicios planteados, interpretando gráficamente o empleando tablas de valores, relacionándolas entre sí para comunicar las ideas matemáticas.

De acuerdo a lo anteriormente mencionado, el objetivo de todo esto fue que los estudiantes sean capaces de identificar la mejor manera de resolver los ejercicios planteados, al tiempo que relaciona con posibles aplicaciones en la vida real, de tal forma que comprende no solamente el proceso de resolución del ejercicio, sino también el significado de la solución encontrada.

El término de la aplicación de las secuencias didácticas propuestas, se aprecia que los estudiantes no solamente cometen menos errores en cuanto a la resolución de los ejercicios planteados, sino que también, presentan una actitud diferente respecto de la matemática, pues refieren encontrar un sentido práctico e importante en la vida real del porqué de la enseñanza matemática. Este sin duda ha sido el mejor logro obtenido, puesto que a la mayoría de estudiantes no les gusta la asignatura, porque manifiestan que “es muy difícil”, pero al comprender el proceso de solución, su utilidad práctica y el

significado de las soluciones encontradas, junto con el trabajo en equipo, se logró este cambio de actitud hacia la Matemática.

2.3. Planes de clase propuestos

A continuación se presentan una secuencia de los planes de clase de la signatura de Matemática, como guía de la planificación docente en el sistema educativo ecuatoriano para mejorar el proceso de enseñanza - aprendizaje referente a la metodología utilizada para la solución de un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, y que ayude a la adquisición de las destrezas básicas indispensables y deseables presentes en el Currículo Nacional Ecuatoriano para estudiantes de Primer Año de Bachillerato de la Unidad Educativa “16 de Mayo”, durante el periodo académico 2018 – 2019.

Datos Informativos:

Área de asignatura: Matemática

Curso: Primero Año de Bachillerato General Unificado en Ciencias. Número de unidad de planificación: Uno

Título de la unidad de planificación: Álgebra y funciones.

Tema: Sistemas de ecuaciones lineales.

2.3.1. Planificación de la clase No. 1

| | | | |
|---|---|---|--|
| Objetivo específico: | Evaluar las destrezas y conocimientos de los estudiantes de Primero de Bachillerato, adquiridos hasta el momento. (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016) | | |
| Tiempo: | 45 minutos (debido al tiempo máximo de cada clase en el sistema ecuatoriano) | | |
| Estrategias metodológicas | Recursos | Indicadores de logro | Actividades de evaluación Técnicas e instrumentos |
| <p>1. Experiencia</p> <p>-Lluvia de ideas a través de preguntas: ¿Qué es una ecuación? ¿Qué es un sistema de ecuaciones? ¿Qué es una incógnita? ¿Qué es una recta? ¿Qué es la ecuación de una recta? ¿Qué es una función? ¿Qué es una variable dependiente? ¿Qué es una variable independiente? ¿Cómo se representa una ecuación en el plano cartesiano?</p> <p>Las ideas más representativas se escribirán en la pizarra para compararlas al final de la clase.</p> <p>2. Reflexión</p> <p>-¿Para qué sirven las ecuaciones en la vida cotidiana? ¿Para qué existen los ejercicios de sistemas de ecuaciones?</p> | <p>Lápiz Borrador de goma. Esfero. Hojas de papel bond. Marcadores de colores. Borrador de tiza líquida. Pizarra.</p> | <p>Define con claridad lo que es una función.</p> <p>Es capaz de graficar una función en el plano.</p> <p>Entiende y refiere con claridad las propiedades de una función.</p> | <p>Técnica: -Prueba Instrumento: -Cuestionario.</p> |

3. Conceptualización

A continuación, se enlistan los conceptos que se tratarán durante esta clase:

-Ecuación, función, recta, ecuación de una recta.

4. Aplicación

Debido a que esta primera clase es para evaluar los conocimientos adquiridos hasta ahora, se aplicará un test:

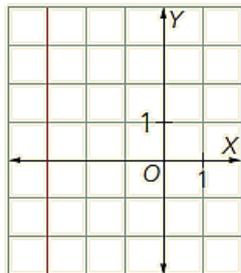
El conjunto de todos los valores que toma la variable independiente es:

- A. el dominio de la función
- B. el recorrido de la función
- C. la gráfica de la función
- D. la monotonía de la función

¿Cuál de los siguiente puntos pertenecen a la $y = 7x - 33$?

- A. $(5, -2)$
- B. $(2, -5)$
- C. $(4, -5)$
- D. $(-4, -5)$

De la siguiente gráfica, ¿cuál es la recta correspondiente?



- A. $x = -4$
- B. $x = -3$
- C. $x = 3$
- D. $x = 4$

| | | | |
|--|--|--|--|
| <p>La recta que pasa por los puntos $(2, -6)$ y $(-3, 14)$ tiene por ecuación:</p> <p>A. $y = 4x + 2$</p> <p>B. $y = 4x - 2$</p> <p>C. $y = -4x + 2$</p> <p>D. $y = -4x - 2$</p> <p>Determina el conjunto de los valores que debe tener a para que la recta que pase por los puntos $(-2, a)$ y $(a, -8)$ siempre tenga pendiente negativa.</p> <p>A. $a > -2$</p> <p>B. $a > -4$</p> <p>C. $a > 2$</p> <p>D. $a > 4$</p> | | | |
|--|--|--|--|

2.3.2. Planificación de la clase No. 2

| | | | |
|--|---|--|--|
| Objetivo específico: | Entender el significado de ecuación y de sistema de ecuaciones. Instruir sobre los métodos para resolver un sistema de ecuaciones. (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016) | | |
| Tiempo: | 90 minutos | | |
| Destrezas con criterio de desempeño a ser desarrolladas | Comprender lo que es un sistema de ecuaciones y su utilidad práctica. Abstraer los métodos de resolución de un sistema de ecuaciones. (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016) | | |
| Estrategias metodológicas | Recursos | Indicadores de logro | Actividades de evaluación Técnicas e instrumentos |
| <p>1. Experiencia Lluvia de ideas a través de preguntas: ¿Qué es una ecuación? ¿Qué es una inecuación? ¿Qué es un sistema de ecuaciones? ¿Cómo resolver un sistema de ecuaciones? Las ideas más representativas se escribirán en la pizarra para compararlas al final de la clase.</p> <p>2. Conceptualización A continuación, se enlistan los conceptos que se tratarán durante esta clase: -Ecuaciones lineales. -Inecuaciones. -Sistemas de ecuaciones. -Métodos de resolución de un sistema de ecuaciones.</p> <p>3. Aplicación Antes de entrar al estudio de los sistemas de ecuaciones, identificaremos aplicaciones de las ecuaciones en la vida cotidiana, como la ecuación de la trayectoria de un cuerpo que se mueve con velocidad constante en el transcurso de un tiempo, entre otros.</p> | Lápiz Borrador de goma. Esfero. Hojas de papel bond. Marcadores de colores. Borrador de tiza líquida. Pizarra. | Entiende el significado de ecuación e inecuación. Identifica los métodos de solución para un sistema de ecuaciones. | Técnica: Observación Instrumento: Lista de cotejo |

CONTENIDO CIENTÍFICO

Sistemas de Ecuaciones Lineales

Plantear y resolver un sistema de ecuaciones permite resolver situaciones en las cuales se involucran varias incógnitas que están relacionadas por condiciones específicas.

Para indicar un sistema de ecuaciones se utiliza el signo “{” y se escriben las ecuaciones una debajo de la otra, como se indica a continuación.

$$\begin{cases} 5m - 2r = 94 \\ m + r = 30 \end{cases}$$

Un sistema de ecuaciones puede ser 2×2 si involucra dos ecuaciones y dos incógnitas. Así mismo puede ser 3×3 si involucra tres ecuaciones y tres incógnitas o $n \times n$ si involucra n ecuaciones y n incógnitas.

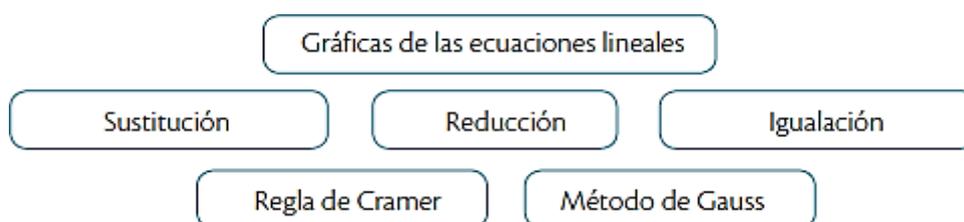
Resolver un sistema de ecuaciones lineales hace referencia a encontrar los valores de las incógnitas que verifican, simultáneamente, las ecuaciones. Teniendo en cuenta esto, los sistemas pueden clasificarse así:

- Compatibles. Aquellos que tienen solución. Estos a su vez pueden ser:
 - Compatibles determinados. Aquellos para los cuales hay una única solución.
 - Compatibles indeterminados. Aquellos que tienen infinitas soluciones.
- Incompatibles. Aquellos que carecen de solución.

Resolución de un sistema de ecuaciones

En este subtema se trabajarán los métodos para solucionar sistemas de ecuaciones 2×2 , pero cabe anotar que varios de estos sirven además para solucionar los sistemas 3×3 y, con algunas variaciones, también para solucionar sistemas $n \times n$.

Existen varios métodos para solucionar un sistema de ecuaciones 2×2 y el uso de cada uno de ellos depende de las condiciones del sistema y de la habilidad propia de cada uno para utilizarlo. Los métodos son:



En las clases posteriores se tratarán cada uno de ellos con más detalle.

2.3.3. Planificación de la clase No. 3

| | | | |
|--|--|--|---|
| Objetivo específico: | Instruir sobre la solución gráfica para un sistema de ecuaciones lineales de dos incógnitas. (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016) | | |
| Tiempo: | 90 minutos | | |
| Destrezas con criterio de desempeño a ser desarrolladas | Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método gráfico. (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016) | | |
| Estrategias metodológicas | Recursos | Indicadores de logro | Actividades de evaluación Técnicas e instrumentos |
| <p>1. Experiencia Lluvia de ideas a través de preguntas: ¿Cómo se representa una ecuación en el plano? ¿Qué tienen en común dos rectas que se cortan en el plano? ¿Qué son las rectas paralelas? Las ideas más representativas se escribirán en la pizarra para compararlas al final de la clase.</p> <p>2. Conceptualización A continuación, se enlistan los conceptos que se tratarán durante esta clase: -Ecuaciones. -Sistemas de ecuaciones. -Rectas. -Ecuación de una recta. -Representación de una ecuación en el plano.</p> <p>3. Aplicación Se tratará la aplicación en la vida cotidiana de representar una ecuación o un sistema de ecuaciones en el plano, como el crecimiento poblacional lineal, etc.</p> | Lápiz Borrador de goma. Esfero. Hojas de papel bond. Marcadores de colores. Borrador de tiza líquida. Pizarra. | Es capaz de resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método gráfico. | <p>Técnica: Observación</p> <p>Instrumento: Lista de cotejo</p> |

CONTENIDO CIENTÍFICO

Es posible hallar la solución del sistema analizando cada ecuación como una recta y, por tanto, el sistema se entendería como dos rectas que se intersectan en un solo punto.

Las coordenadas de dicho punto son los valores que satisfacen simultáneamente las dos ecuaciones.

Para solucionar un sistema de ecuaciones lineales de dos incógnitas, lo más común es dar valores a una incógnita y ver que valores toma la otra incógnita, y construir la recta que pasa por dichos puntos.

Otra forma de resolver, consiste en representar las ecuaciones generales del problema en ecuaciones de la forma $y = mx + b$ (punto-pendiente).

Por ejemplo: Para llenar un tanque de 31 m^3 se abren dos llaves, simultáneamente. Una de ellas se cierra siete minutos después de abrirla y la otra, dos minutos después. Luego, se llena un tanque de 27 m^3 con las mismas llaves, pero ahora la primera se cierra a los cuatro minutos de abrirla y la segunda, a los tres minutos.

¿Cuántos litros salen de cada llave en un minuto?

Este problema se puede representar por el siguiente sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

$$\begin{cases} 7x + 2y = 31 \\ 4x + 3y = 27 \end{cases}$$

Transformando a la forma punto-pendiente:

$$y = \frac{31}{2} - \frac{7x}{2} \quad y = -\frac{4x}{3} + 9$$

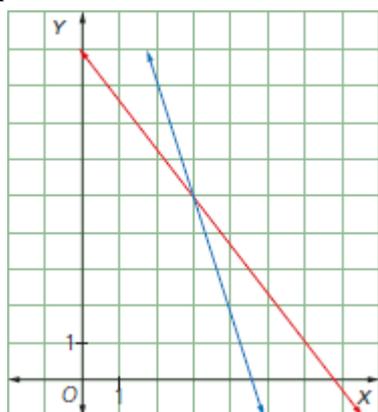
Para la primera ecuación se tiene que:

$$m = -\frac{7}{2} \text{ y } b = \frac{31}{2}$$

Para la segunda ecuación se tiene que:

$$m = -\frac{4}{3} \text{ y } b = 9$$

Ahora se grafican las ecuaciones, conservando una escala adecuada, y se busca el punto que las dos rectas tienen en común.



Se observa que el punto en el cual se intersectan las dos rectas es $(3, 5)$; es decir la solución del sistema es $x = 3$; $y = 5$.

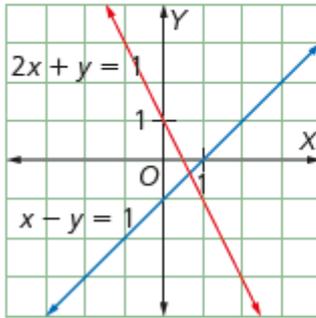
Por lo tanto, de la primera llave salen 3 litros de agua en un minuto y de la segunda salen 5 litros de agua en un minuto.

Análisis de la cantidad de soluciones de un sistema de ecuaciones

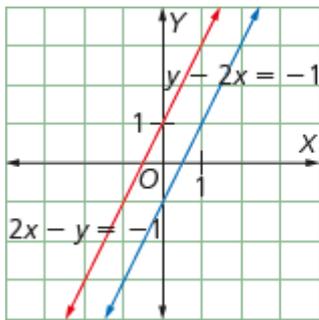
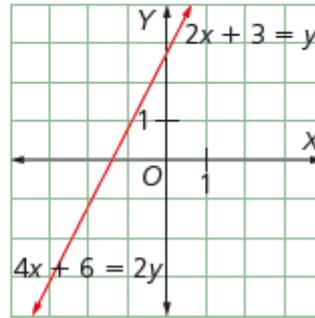
Gráficamente es posible identificar sistemas de ecuaciones compatibles determinados, compatibles indeterminados e incompatibles.

A continuación, se muestran gráficas de los diferentes tipos de sistemas:

Compatible determinado:
Cuando las rectas se cortan en un punto.



Compatible indeterminado:
Cuando las rectas se cortan en infinitos puntos (misma recta).



Incompatible:
Cuando las rectas son paralelas.

2.3.4. Planificación de la clase No. 4

| | | | |
|--|---|--|--|
| Objetivo específico: | Instruir sobre la solución para un sistema de ecuaciones lineales de dos incógnitas por el método de sustitución. (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016) | | |
| Tiempo: | 90 minutos | | |
| Destrezas con criterio de desempeño a ser desarrolladas | Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de sustitución. (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016) | | |
| Estrategias metodológicas | Recursos | Indicadores de logro | Actividades de evaluación Técnicas e instrumentos |
| <p>1. Experiencia Lluvia de ideas través de preguntas: ¿Qué significa sustituir? ¿Es posible expresar una ecuación en términos de una u otra incógnita? ¿Qué significa despejar una ecuación? Las ideas más representativas se escribirán en la pizarra para compararlas al final de la clase.</p> <p>2. Conceptualización A continuación, se enlistan los conceptos que se tratarán durante esta clase: -Ecuaciones. -Sistemas de ecuaciones. -Despeje de ecuaciones. -Sustitución. -Incógnita.</p> <p>3. Aplicación Se tratará la aplicación en la vida cotidiana en la cual se puede utilizar la sustitución de una ecuación en otra (ver contenido científico).</p> | <p>Lápiz Borrador de goma. Esfero. Hojas de papel bond. Marcadores de colores. Borrador de tiza líquida. Pizarra.</p> | <p>Es capaz de resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de sustitución.</p> | <p>Técnica: Observación Instrumento: Lista de cotejo</p> |
| CONTENIDO CIENTÍFICO | | | |
| <p>Resolución de sistemas por el método de sustitución Otra manera de solucionar un sistema de ecuaciones se basa en el principio lógico de la sustitución, en el cual se propone escribir una incógnita en términos de la otra para una de las ecuaciones y, después, sustituir esta expresión en la otra ecuación. A continuación, se explicará con un ejemplo práctico de la vida cotidiana.</p> | | | |

En una granja hay patos y cerdos. Al contar las cabezas hay 50 y al contar las patas hay 134.

¿Cuántos animales hay de cada especie?

El sistema de ecuaciones que representa la situación anterior puede resolverse con el método de sustitución. Si se tiene en cuenta que los cerdos tienen cuatro patas y los patos, dos, las condiciones pueden representarse así:

m: cantidad de patos n: cantidad de cerdos

Total de cabezas entre todos los animales: $m + n = 50$

Total de patas entre todos los animales: $2m + 4n = 134$

$$\begin{cases} m + n = 50 \\ 2m + 4n = 134 \end{cases}$$

Para esta situación, el principio de sustitución se aplica como sigue:

$m = 50 - n$ ← Se despeja m en la primera ecuación del sistema.

$2(50 - n) + 4n = 134$ ← Se sustituye $m = 50 - n$ en la segunda ecuación.

$100 - 2n + 4n = 134$ ← Se aplica la propiedad distributiva del producto.

$100 + 2n = 134$ ← Se despeja n .

$$2n = 134 - 100 \Rightarrow n = \frac{34}{2} \Rightarrow n = 17$$

Por tanto, la cantidad de cerdos es 17. Ahora, para averiguar la cantidad de patos, se reemplaza este valor en la expresión $m = 50 - n$, así: $m = 50 - 17 = 33$.

De esta manera en la granja hay 17 cerdos y 33 patos.

Observaciones finales:

Si al despejar una ecuación y sustituirla en otra el resultado es una igualdad; entonces el sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones (una ecuación es múltiplo de la otra)

Por el contrario, si al sustituir en la otra ecuación, el resultado da una incongruencia ($1=2$); entonces el sistema de ecuaciones no tiene solución (rectas paralelas).

2.3.5. Planificación de la clase No. 5

| | | | |
|---|---|--|--|
| Objetivo específico: | Instruir sobre la solución para un sistema de ecuaciones lineales de dos incógnitas por el método de reducción. (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016) | | |
| Tiempo: | 90 minutos | | |
| Destrezas con criterio de desempeño a ser desarrolladas | Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de reducción. (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016) | | |
| Estrategias metodológicas | Recursos | Indicadores de logro | Actividades de evaluación Técnicas e Instrumentos |
| <p>1. Experiencia Lluvia de ideas a través de preguntas: ¿Qué significa reducir? ¿En qué consiste el método de reducción para la solución de un sistema de ecuaciones? ¿Cuándo se utilizaría el método de reducción? Las ideas más representativas se escribirán en la pizarra para compararlas al final de la clase.</p> <p>2. Conceptualización A continuación, se enlistan los conceptos que se tratarán durante esta clase: -Ecuaciones. -Sistemas de ecuaciones. -Método de reducción. -Incógnita.</p> <p>3. Aplicación Se tratará la aplicación en la vida cotidiana en la cual se puede utilizar el método de reducción como una alternativa a la solución de un sistema de ecuaciones en donde el despejar una de las ecuaciones resulta muy complicado.</p> | <p>Lápiz Borrador de goma.</p> <p>Esfero. Hojas de papel bond.</p> <p>Marcadores de colores.</p> <p>Borrador de tiza líquida. Pizarra.</p> | <p>Es capaz de resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de reducción.</p> | <p>Técnica: Observación Instrumento: Lista de cotejo</p> |

CONTENIDO CIENTÍFICO

Resolución de sistemas por el método de reducción

El método de reducción sirve cuando se determina que no es sencillo despejar una de las dos incógnitas del sistema de ecuaciones.

Al solucionar un sistema de ecuaciones por el método de reducción, se intenta eliminar una de las incógnitas en el sistema de ecuaciones para resolver inicialmente una ecuación de primer grado. Con esta solución, se despeja el valor faltante en una de las dos ecuaciones.

A continuación, se explicará con un ejemplo práctico de la vida cotidiana.

Martha va al supermercado y compra 4 kg de café y 2 kg de azúcar por \$ 10. Días después, nota que no fue suficiente, así que vuelve al supermercado a comprar 1 kg de café y 2 kg de azúcar por \$ 4.

¿Cuánto cuesta 1 kg de cada producto?

En este caso, las iniciales de cada producto serán las incógnitas al momento de plantear el sistema correspondiente a la situación anterior.

Sea C : el precio de un kilogramo de café y A : el precio de un kilogramo de azúcar.

Según los datos del problema, se tiene que: $4C + 2A = 10$ y $C + 2A = 4$. Así puede plantearse el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 4C + 2A = 10 \\ C + 2A = 4 \end{cases}$$

Para solucionar el sistema por el método de reducción pueden seguirse los pasos que se describen a continuación:

- Se determina la incógnita que va a eliminarse; en este caso será C .
- Se multiplica convenientemente, incluso por un número negativo, una o las dos ecuaciones para poder reducirlas. Para el caso, se multiplica la segunda ecuación por 24. Con lo cual el sistema se transforma en:

$$\begin{cases} 4C + 2A = 10 \\ -4C - 8A = -16 \end{cases}$$

- Se reducen las ecuaciones sumando entre sí los términos semejantes y los valores numéricos de esta manera:

$$\begin{array}{rcl} 4C + 2A & = & 10 \\ -4C - 8A & = & -16 \\ \hline -6A & = & -6 \end{array}$$

En este caso, la incógnita C se eliminó de la expresión y el resultado de la reducción es una ecuación con una sola incógnita que es A .

- Se soluciona la ecuación así: $-6A = -6$; y se obtiene que $A = 1$.
- Se reemplaza el valor $A = 1$ en una de las ecuaciones:

$$C + 2A = 4 \Rightarrow C = 4 - 2 \Rightarrow C = 2$$

Así que un kilogramo de azúcar cuesta \$ 1 y un kilogramo de café cuesta \$ 2.

Aclaración final: Si en un sistema de ecuaciones, las dos ecuaciones son igual a cero; entonces, el sistema de ecuaciones tiene una única solución, que cada incógnita es igual a cero; o infinitas soluciones, si una ecuación es múltiplo de la otra.

2.3.6. Planificación de la clase No. 6

| | | | |
|--|---|---|---|
| Objetivo específico: | Instruir sobre la solución para un sistema de ecuaciones lineales de dos incógnitas por el método de igualación. (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016) | | |
| Tiempo: | 90 minutos | | |
| Destrezas con criterio de desempeño a ser desarrolladas | Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de igualación. (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016) | | |
| Estrategias metodológicas | Recursos | Indicadores de logro | Actividades de evaluación Técnicas e instrumentos |
| <p>1. Experiencia Lluvia de ideas a través de preguntas: ¿Qué significa igualación? ¿En qué consiste el método de igualación para la solución de un sistema de ecuaciones? ¿Cuándo se utilizaría el método de igualación? Las ideas más representativas se escribirán en la pizarra para compararlas al final de la clase.</p> <p>2. Conceptualización A continuación, se enlistan los conceptos que se tratarán durante esta clase: -Ecuaciones. -Sistemas de ecuaciones. -Método de igualación. -Incógnita. -Ecuación canónica.</p> <p>3. Aplicación Se tratará la aplicación en la vida cotidiana en la cual se puede utilizar el método de igualación como una alternativa a la solución de un sistema de ecuaciones en donde una de las incógnitas este despejada.</p> | <p>Lápiz</p> <p>Borrador de goma.</p> <p>Esfero.</p> <p>Hojas de papel bond.</p> <p>Marcadores de colores.</p> <p>Borrador de tiza líquida.</p> <p>Pizarra.</p> | <p>Es capaz de resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método de igualación.</p> | <p>Técnica: Observación</p> <p>Instrumento: Lista de cotejo</p> |

CONTENIDO CIENTÍFICO

Resolución de sistemas por el método de igualación.

El método de igualación para solucionar sistemas de ecuaciones consiste en despejar la misma incógnita en las dos ecuaciones y luego, aplicando la transitividad de las igualdades, se igualan y se despeja la otra incógnita.

Despejar la variable y en las ecuaciones de un sistema, permite que las ecuaciones queden presentadas como ecuaciones canónicas de las rectas.

Ejemplo:

La suma de dos números es 51. Si se divide el primero entre tres y el segundo entre 6, la diferencia de estas fracciones es 1.

¿Qué par de números verifican estas condiciones?

Para plantear el sistema de ecuaciones de la situación propuesta en el Explora se consideran las siguientes incógnitas:

x: primer número

y: segundo número

$$\begin{cases} x + y = 51 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{6} = 1 \end{cases}$$

← Sistema de ecuaciones que describe la situación

El sistema presentado en la situación inicial se soluciona de la siguiente manera:

- Se despeja y en las dos ecuaciones.

$$\begin{cases} y = -x + 51 \\ y = 2x - 6 \end{cases}$$

- Se igualan los valores de y.

$$-x + 51 = 2x - 6$$

- Se despeja x.

$$\begin{aligned} -x - 2x &= -6 - 51 \\ -3x &= -57 \\ x &= 19 \end{aligned}$$

- Se calcula el valor de y.

y = -x + 51, de donde y = 32 Así, los dos números que solucionan el reto son 19 y 32.

2.1.1. Planificación de la clase No. 7

| | | | |
|--|--|--|---|
| Objetivo específico: | Instruir sobre la solución para un sistema de ecuaciones lineales de dos incógnitas por la regla de Cramer. (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016) | | |
| Tiempo: | 90 minutos | | |
| Destrezas con criterio de desempeño a ser desarrolladas | Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por la regla de Cramer. (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016) | | |
| Estrategias metodológicas | Recursos | Indicadores de logro | Actividades de evaluación Técnicas e instrumentos |
| <p>1. Experiencia Lluvia de ideas a través de preguntas: ¿Qué es una matriz? ¿Qué representa una matriz? ¿Qué es una matriz ampliada? Las ideas más representativas se escribirán en la pizarra para compararlas al final de la clase.</p> <p>2. Conceptualización A continuación, se enlistan los conceptos que se tratarán durante esta clase: -Ecuaciones. -Sistemas de ecuaciones. -Método de Cramer. -Incógnita. -Matriz. -Matriz ampliada.</p> | <p>Lápiz.</p> <p>Borrador de goma.</p> <p>Esfero.</p> <p>Hojas de papel bond.</p> <p>Marcadores de colores.</p> <p>Borrador de tiza líquida.</p> <p>Pizarra.</p> | <p>Es capaz de resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por la regla de Cramer.</p> | <p>Técnica: Observación</p> <p>Instrumento: Lista de cotejo</p> |

| | | | | | | | | | |
|---|--|--|--|---------|------------------------|-----------------------------------|--|--|--|
| <p>3. Aplicación Se tratará la aplicación en la vida cotidiana en la cual se puede utilizar la regla de Cramer como una alternativa a la solución de un sistema de ecuaciones en donde los datos se pueden representar mediante una matriz.</p> | | | | | | | | | |
| CONTENIDO CIENTÍFICO | | | | | | | | | |
| <p>Resolución de sistemas por la regla de Cramer. El método para solucionar este sistema se basa en el concepto de matriz.</p> <p>Una matriz es la disposición de números reales que se asocia con un sistema de ecuaciones. Los números de dicha matriz son los coeficientes numéricos de las incógnitas. Se llama matriz ampliada a la disposición que, además de incluir los coeficientes numéricos, incluye las constantes del sistema.</p> <p>Resolución de sistemas 2 x 2 por la regla de Cramer Es posible asignar a una matriz un número real llamado determinante de la matriz. Para un sistema de ecuaciones 2 x 2, en el cual los coeficientes son a_1 y b_1 en la primera ecuación, a_2 y b_2 en la segunda ecuación y los términos independientes son d_1 y d_2 respectivamente, se tiene que:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">Sistema</td> <td style="text-align: center;">Matriz de coeficientes</td> <td style="text-align: center;">Matriz de términos independientes</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"> $\begin{cases} a_1x + b_1y = d_1 \\ a_2x + b_2y = d_2 \end{cases}$ </td> <td style="text-align: center;"> $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ </td> <td style="text-align: center;"> $\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$ </td> </tr> </table> <p>El determinante de la matriz es el número que resulta de $a_1 \times b_2 - a_2 \times b_1$</p> <p>La regla de Cramer es una fórmula basada en los determinantes que pueden plantearse así:</p> $x = \frac{\begin{vmatrix} d_1 & b_1 \\ d_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{d_1 b_2 - d_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & d_1 \\ a_2 & d_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{a_1 d_2 - a_2 d_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$ | | | | Sistema | Matriz de coeficientes | Matriz de términos independientes | $\begin{cases} a_1x + b_1y = d_1 \\ a_2x + b_2y = d_2 \end{cases}$ | $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$ |
| Sistema | Matriz de coeficientes | Matriz de términos independientes | | | | | | | |
| $\begin{cases} a_1x + b_1y = d_1 \\ a_2x + b_2y = d_2 \end{cases}$ | $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$ | | | | | | | |
| PLANIFICACIÓN DE CLASE No. 8 (EVALUACIÓN FINAL) | | | | | | | | | |
| <p>Al final de la Unidad de Planificación se evaluará a los estudiantes según lo planeado, para determinar sus conocimientos adquiridos e interpretar las estrategias de solución y el pensamiento matemático de los estudiantes, que ayudará a definir las estrategias a seguir a partir de este punto, ya que el objetivo del presente trabajo de final de máster consiste en determinar las estrategias más adecuadas para lograr que los estudiantes de Primer Año de Bachillerato comprendan y utilizan las propiedades y estrategias de resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas de manera correcta y óptima.</p> | | | | | | | | | |
| <p>Evaluación de conocimientos adquiridos:</p> <p>Ejercitación</p> | | | | | | | | | |

1. Determina si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F), según corresponda.

- a. Si las pendientes de dos rectas son iguales, el sistema tiene solución. ()
- b. Si el producto de dos pendientes es igual a -1 , el sistema no tiene solución. ()
- c. Si el producto de dos pendientes es igual a cero, el sistema no tiene solución. ()
- d. Si las pendientes de dos rectas son iguales, el sistema no tiene solución. ()
- e. Si la solución del sistema de dos ecuaciones es un conjunto infinito, las rectas son iguales. ()

Capítulo III

3.1. Dificultades de aprendizaje advertidas en los alumnos

Desde la primera sesión de clase, se observó que algunos alumnos no tenían los conocimientos matemáticos referentes a temas de años anteriores, como, por ejemplo: durante la clase que se trató sobre el método de sustitución para la resolución del sistema de ecuaciones planteado, no sabían cómo reducir términos semejantes, lo cual dificultaba la resolución de ecuaciones sencillas. Se pudo observar también que la mayoría de estudiantes presentaban problemas para despejar una variable.

Adicionalmente a lo anterior, los estudiantes no estaban acostumbrados a aplicar el razonamiento matemático para resolver los ejercicios planteados, puesto que hasta el momento (durante la educación general básica media y superior) habían aprendido a resolver problemas matemáticos de manera mecánica, donde el docente enseñaba el método de solución y los estudiantes lo memorizaban y lo volvían a aplicar cuando era necesario, pero nunca razonaba por qué se resolvía de una u otra forma, por lo cual, además, estaban acostumbrados a utilizar un único método de solución al problema.

Otro punto observado, fue el hecho de que los estudiantes al inicio se rehusaban a participar en clase, por temor a equivocarse y ser objeto de burla por parte de sus compañeros.

Lo anteriormente mencionado, constituyen las principales dificultades advertidas en los estudiantes durante las sesiones descritas en este trabajo.

3.2. Interacción entre los estudiantes y el docente

La buena relación entre docente y estudiantes lograda tras concluir las sesiones de clase, se logró de manera gradual; el primer paso constituyó el más difícil de lograrlo,

romper le hielo, los estudiantes no participaban de manera voluntaria, y se rehusaban a participar cuando se les solicitaba. Para poder superar esto, se trabajó brindándoles la confianza, basada en el respeto mutuo y la consideración, esto permitió crear un ambiente adecuado en el aula de clase, donde siempre se exhortaba a los estudiantes a expresar sus ideas y pensamientos sin temor a equivocarse, puesto que si erraban nadie los juzgaría, por el contrario, serviría como un punto de partida ya que me brindaba una perspectiva de cuáles eran las dificultades en los conocimientos que habían adquirido hasta el momento, y poder reforzarlos para que razonen y comprendan los ejercicios planteados y la interpretación de las soluciones.

3.3. Dificultades inherentes a la propia actuación como docente.

Es importante autoevaluarnos como docentes, puesto que esto permite advertir los fallos y dificultades que puedan presentarse para poder tomar los correctivos necesarios que permitan mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que esto afecta directamente al éxito o fracaso del estudiante.

Durante las sesiones de clase, se presentaron algunas dificultades con los estudiantes, las mismas que se corrigieron a medida que se progresaba, como es el caso de educandos que no prestaban atención a las indicaciones por varios motivos, entre ellos, el desinterés por la clase, específicamente por la asignatura; estudiantes que se rehusaban a participar o que presentaban cierta resistencia al trabajo en equipo.

Otra dificultad advertida, fue que por motivos de fuerza mayor como la ejecución del programa educando familia y otras actividades extracurriculares fomentadas por el Ministerio de Educación del Ecuador, no se alcanzó a tratar todos los contenidos previstos para una sesión de clase, por lo cual fue necesario tratarlos en las clases siguientes, siendo necesario el replantear el tiempo establecido para cada clase; además,

algunas actividades planificadas tomaron más tiempo del previsto puesto que algunos estudiantes no comprendían por qué se proponía resolver un determinado ejercicio matemático de una u otra forma, puesto que como se mencionó anteriormente, la mayoría de estudiantes habían aprendido a resolver los problemas matemáticos de manera mecánica y no se les pedía razonar, y mucho menos interpretar los resultados obtenidos.

Para tratar de contrarrestar la mayoría de estas dificultades, se empleó como herramienta pedagógica el uso de material lúdico, lo cual ayudó a que el estudiante pueda relacionar una aplicación de la vida real con el ejercicio planteado, esto les permitió construir su propio conocimiento, ya que podían relacionar el conocimiento que ya poseían con el nuevo, asimilarlo, procesarlo y reestructurarlo.

Finalmente, mencionar que en el aula de clase no se cuenta herramientas que permitan la utilización de material audiovisual, por lo que muchas veces el proyector con el que cuenta la institución educativa estaba siendo utilizado por otro docente, esto impedía que se pueda facilitar a la clase una experiencia más interactiva, ya que se pretendía ejemplificar la relación de ejercicios determinados con aplicaciones prácticas de la vida diaria.

3.4. Análisis e interpretación de los datos obtenidos.

La aplicación de la planificación propuesta para proveer una guía de la planificación docente en el sistema educativo ecuatoriano que permita mejorar el proceso de enseñanza - aprendizaje referente a la metodología utilizada para la solución de un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, y que ayude a la adquisición de las destrezas básicas indispensables y deseables presentes en el Currículo Nacional Ecuatoriano, se lo realizó con estudiantes de Primer Año de Bachillerato, de la Unidad

Educativa “16 de Mayo”, ubicada en el cantón Quinsaloma de la Provincia de Los Ríos, durante el periodo académico 2018 – 2019. La valoración de esta implementación tuvo lugar en clases de 36 estudiantes de entre 14 y 15 años de edad. El profesor tiene más de 18 años de experiencia laboral en el campo de la docencia. Las clases se dividieron en sesiones de 45 y 90 minutos, bajo el enfoque de Aprendizaje Significativo y el Constructivismo; integrando tanto conocimientos previos como a adquirir. Lo cual permitió evaluar y valorar el proceso de enseñanza – aprendizaje, para reflexionar sobre en torno a la enseñanza matemática y las diferentes vicisitudes que puedan ocurrir en la labor docente para adoptar las debidas correcciones de manera más adecuada.

Para la valoración se consideraron las reflexiones, que se mencionan a continuación:

a) Reflexión descriptiva ¿qué ha ocurrido?

En este punto, se consideró la actividad de los discentes, la actividad del profesor y los comentarios expresados de las diferentes actividades propuestas en cada una de las sesiones de clase.

En lo relativo a los educandos, se anotó sobre los conocimientos que poseían, la actitud, la colaboración, la participación, el trabajo en equipo, la concentración, la aptitud.

Respecto al docente, se anotó las estrategias pedagógicas utilizadas, la motivación, la metodología, los contenidos planificados, la experiencia en el aula, la evaluación y las dificultades presentadas.

En relación a los comentarios expresados de las diferentes actividades propuestas en cada una de las sesiones de clase, se consideró el entorno del aula, la interacción docente – alumno, alumno – alumno, la elección de recursos materiales, tanto audiovisuales como lúdicos, participación de los estudiantes.

Ver anexo 1. Análisis de las clases desarrolladas.

b) Reflexión analítica ¿por qué ha ocurrido así?

En este apartado, se analizó de manera general las sesiones de clase planificadas, aplicando los criterios de idoneidad propuesto por (Godino, Bencomo, Font, & Wilhelmi, 2007), a continuación, se mencionan los más relevantes:

Idoneidad epistémica. - Durante la sesión de la segunda clase, se explicó a los estudiantes el significado de ecuación y de sistema de ecuaciones, y se instruyó sobre los métodos para resolver un sistema de ecuaciones; además, se relacionó a las ecuaciones y el sistema de ecuaciones con aplicaciones prácticas en la vida real, los estudiantes no. A modo de ejemplo se les dijo lo siguiente:

“Un sistema de ecuaciones permite encontrar una solución a un problema donde se tenga dos variables o más y que para cada una de ellas exista una respuesta, por ejemplo, suponga que la edad de Juan y del padre de Juan suman 60 años; además, la edad del padre de Juan es el triple que la edad de Juan, y se desea averiguar la edad de cada uno, en este ejemplo, se pueden plantear dos ecuaciones con dos incógnitas cada una, las edad de Juan y su padre, además, se necesita relacionar la una ecuación con la otra para encontrar la solución”.

Ver Anexo 1. Análisis de las clases desarrolladas.

Idoneidad cognitiva.- Para evaluar la idoneidad cognitiva se partirá del desempeño y las reflexiones de los estudiantes que comunican durante las sesiones de clase, las evaluaciones tanto orales como escritas, entre otros. Durante las sesiones planificadas para las clases 3, 4, 6 y 7, los estudiantes no tenían los conocimientos previos necesarios para comprender los temas propuestos.

Durante la tercera sesión de clase, se pretendía instruir al estudiante a resolver

un sistema de ecuaciones por el método gráfico; sin embargo, algunos discentes no sabían cómo representar una ecuación de primer grado con dos incógnitas en el plano cartesiano.

El objetivo de la cuarta y sexta sesión de clase fue instruir a los estudiantes sobre cómo resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas utilizando el método de sustitución y de igualación respectivamente; sin embargo, para esto, se requería que los estudiantes fuesen capaces de despejar una variable, lo cual no fue así, ya que varios alumnos se confundían al despejar, sobre todo, el principal error que cometían era en los signos (positivo o negativo), mientras que otros educandos no comprendían el proceso que se explicaba.

Durante la séptima sesión se trató el método de Kramer como una estrategia para encontrar la solución a un sistema de ecuaciones de primer grado de dos incógnitas; sin embargo, algunos estudiantes no sabían cómo plantear y resolver un determinante. Por lo tanto, para que el aprendizaje sea significativo, se tuvo que reforzar los conocimientos previos, en especial, la reducción de términos semejantes, y el despeje de variables, para esto, además de las explicaciones dadas durante la hora clase, se enviaron tareas a casa y se trabajó de manera interdisciplinaria con docentes de otras asignaturas, por ejemplo física y química, a quienes se les solicitó la colaboración en este tema, para que durante sus sesiones de clase se tome en consideración el refuerzo de estos conocimientos.

Cabe indicar que los logros obtenidos fueron satisfactorios puesto que como se puede observar en el desempeño de los estudiantes en la última evaluación propuesta, fueron capaces resolver los ejercicios propuestos de manera satisfactoria.

Ver Anexo 1. Análisis de las clases desarrolladas.

Idoneidad interaccional.- Durante las sesiones de clase se promovió la interacción entre el profesor y los alumnos. En la tercera clase, los estudiantes expresan interrogantes como: “¿por qué la intersección de las rectas de las ecuaciones graficadas representa la solución al problema?”, a partir de esto, se fomentó una base que constituiría un eje fundamental en las clases subsecuentes, el razonamiento matemático, la lógica deductiva y relacionar el ejercicio con un ejemplo práctico de la vida real. En este punto, se trató de minimizar el riesgo de existencia de posibles conflictos semióticos, por lo cual, para explicar mejor la inquietud del alumno mencionada anteriormente, se ejemplificó lo siguiente: “...traten de abstraer lo siguiente: el eje de las abscisas representan los posibles valores para la primera variable, y el eje de las ordenadas, representa los posibles valores para la segunda variable tanto para de la primera ecuación como de la segunda ecuación respectivamente, por lo cual el punto en el cual se cruzan las rectas que representan estas ecuaciones, es el punto en el cual los valores tanto para la primera como para la segunda variable es el mismo en las dos ecuaciones, por lo cual dicho punto representa la solución del ejercicio planteado, ahora representaremos lo dicho en la pizarra y lo volveremos a repasar...”, además de explicarlo de manera verbal, donde se pide al estudiante que trate de abstraerlo, también se utiliza un gráfica en la pizarra y se repasa lo mencionado nuevamente para una mejor comprensión del estudiante.

Idoneidad mediacional.- En el transcurso de todas las sesiones de clase programadas, se utilizaron recursos mínimos disponibles en la institución educativa, como la pizarra, el lápiz y papel, recursos manipulativos,

retroproyector², dispositivos de cálculo y graficación (calculadora); al no disponer de internet en el aula ni los recursos TICs necesarios, se optó por solicitar a los estudiantes el utilizar el software GeoGebra en casa o en un centro de cómputo para graficar las ecuaciones de algunos ejercicios de tareas enviadas a la casa y comparar con sus propios gráficos, de esta forma si habían cometido algún error, podrían autocorregirse, analizando el error cometido.

Idoneidad emocional.- Como se mencionó anteriormente, algunos estudiantes no prestaban atención al inicio de las clases por desinterés hacia la asignatura y los temas tratados, puesto que anteriormente no se les había motivado; por lo cual, se trabajó en todas las clases de motivarlos, dándoles ejemplos de la importancia de la matemática para la vida diaria, y de cómo todas las situaciones que nos encontramos en nuestro día a día, pueden ser modelizados o representados mediante una expresión matemática.

Además, se utilizó la lúdica como estrategia de enseñanza-aprendizaje para despertar el interés de los educandos hacia los temas tratados en las clases. Otra estrategia utilizada, fue el formar grupos de trabajo, donde cada estudiante tenía la tarea de expresar sus ideas, promoviendo además de su participación, el desarrollo de sus habilidades socioemocionales. Con esto, se logró que los estudiantes se integren a las actividades solicitadas por el docente y, sobre todo, se obtuvo una mayor participación.

Idoneidad ecológica.- Las sesiones de clase se planificaron tomando en consideración su interdisciplinariedad, sobre todo durante las primeras sesiones que clase, donde fue necesario recordar y reforzar los conocimientos previos

² No disponible en todas las clases por cuanto en la institución educativa únicamente se cuenta con un retroproyector, y en ocasiones lo estaba utilizando otro docente

(reducción de términos semejantes; sumas, multiplicaciones y divisiones entre números positivos y negativos; representación de una recta en el plano artesiano, etc.) que son necesarios para poder comprender y trabajar temas en asignaturas como Física y Química; de esta forma se logró desarrollar la competencia matemática en los discentes.

En función de los criterios de idoneidad mencionados anteriormente, se elaboró la siguiente tabla que representa la valoración de dichos criterios en cada una de las sesiones de clase (hora clase).

Tabla 1. Evaluación de los criterios de idoneidad de la secuencia pedagógica

| Criterios de idoneidad | Plan de clase | | | | | | | | | | | | | |
|------------------------|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | | | | | | | |
| | Hora clase | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| Epistémica | Red | Med |
| Cognitiva | Red | Med | Red |
| Interaccional | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med |
| Mediacional | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med |
| Emocional | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med |
| Ecológica | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med | Med |

Simbología: **baja**, **media**, **alta**.

3.5. Establecimiento de conclusiones resultantes de la investigación.

Considerando tanto el desempeño como docente, logros en el aula de clase, así como los imprevisto e inconvenientes suscitados, y finalmente la interacción y el desarrollo de los estudiantes al finalizar las sesiones de clase planificadas, considero oportuno el mencionar algunos puntos para mejorar tanto la experiencia como el desempeño docente, mismos que detallo a continuación:

- Como docente, es necesario conocer un poco más los intereses individuales de

cada estudiante, puesto que no es posible planificar una actividad con el propósito de despertar el interés del alumno hacia el tema tratado o hacia la asignatura, por lo cual, si se analiza los intereses personales de cada estudiante, es posible planificar mejor las actividades con el fin mencionado anteriormente.

- Al planificar las sesiones de clase, se consideró el tiempo necesario para cada actividad, asumiendo que los estudiantes poseían los conocimientos necesarios para abordar los temas tratados en cada sesión de clase; sin embargo, se debe considerar que no todos los estudiantes contarán con los conocimientos previos, como sucedió en el transcurso de las clases, por lo cual, para no realizar demasiados ajustes en cuanto al tiempo planificado, resulta oportuno utilizar la estrategia optada por mi persona, lo cual consistió en utilizar el tiempo de horas extracurriculares (luego de finalizar la jornada de clase, pero durante la jornada docente), para reforzar los temas de la clase con los estudiantes que se identifique que presentan mayor dificultad para comprender y que necesiten recordar y reforzar conocimientos de años anteriores.
- La mayoría de estudiantes tuvieron inconvenientes y se notó su confusión cuando se les pedía relacionar y describir un ejemplo donde se podría aplicar una ejercicio planteado en la vida real, puesto que hasta el momento, casi toda su enseñanza ha sido memorística, repetitiva y mecánica; frente a esto, se debe plantear la posibilidad de realizar proyectos micro curriculares que involucren al estudiante en la aplicación práctica de la resolución de problemas de la vida utilizando sus conocimientos matemáticos adquiridos.
- En cuanto a la formación de grupos de trabajo, el resultado fue bueno; sin embargo, se podría mejorar, sobre todo en las relaciones sociales de los estudiantes el rotar los integrantes de los grupos para que no se formen favoritismos, y se asigne un coordinador diferente para cada clase, de esta forma se fomenta la participación de todos los estudiantes, donde todos pueden exponer sus ideas, conjeturas y conclusiones.

3.6. Reflexiones finales

Puesto que el propósito de realizar el presente Trabajo Final de Máster (TFM),

consistía, además de facilitar una guía didáctica para el Primer Año de Bachillerato General Unificado en la asignatura de matemática, en determinar la mejor estrategia con la cual los estudiantes comprendiesen de mejor manera el proceso de resolución de un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, se concluye que, de las estrategias y herramientas pedagógicas utilizadas, con lo cual los estudiantes responden mejor a los que el docente considera el “conocimiento logrado”, es el relacionar un determinado ejercicio con un ejemplo práctico de la vida diaria; es decir, los discentes aprender mejor cuando relacionan la matemática con sus conocimientos que ya poseen y lo abstraen; por lo cual, el razonamiento matemático constituyó un eje fundamental durante la sesiones de clase.

Finalmente, luego de concluir el TFM, puedo evaluar el gran aporte del proceso llevado hasta aquí por todos y cada uno de los docentes con los que he contado en el transcurso de mi formación en la Universidad de Barcelona; lo cual ha cambiado completamente mi forma de pensar y sobre todo mi desempeño como docente, puesto que he aprendido y comprendido nuevas herramientas y estrategias de pedagogía docente, lo cual representa un alto impacto en mis clases diarias, y sobre todo, en los logros de los alumnos que gracias a esto, puedo modificar mi forma de impartir mis conocimientos y adaptarme a las necesidades educativas de los estudiantes.

3.7. Autoevaluación General de los Aprendizajes Adquiridos.

Tabla 2. Matriz de autoevaluación

| | Apartados | Indicadores | A | B | C | D | Puntuación (0-10) |
|-------------------------------|---|--|--|--|---|--|-------------------|
| AUTOEVALUACIÓN DEL ESTUDIANTE | Actividades realizadas durante la elaboración del TFM | Tutorías presenciales | Falté a las tutorías sin justificar mi ausencia. | Falté a las tutorías presenciales y sí justifiqué mi ausencia. | Asistí a las tutorías presenciales sin prepararlas de antemano. | Asistí a las tutorías presenciales y preparé de antemano todas las dudas que tenía. Asimismo, planifiqué el trabajo que tenía realizado para contrastarlo con el tutor/a. | 10 |
| | | Tutorías de seguimiento o virtuales | Ni escribí ni contesté los mensajes del tutor/a. | Fui irregular a la hora de contestar algunos mensajes del tutor/a e informarle del estado de mi trabajo. | Contesté todos los mensajes virtuales del tutor/a y realicé algunas de las actividades pactadas en el calendario previsto. | Contesté todos los mensajes virtuales del tutor/a realizando las actividades pactadas dentro del calendario previsto y lo he mantenido informado del progreso de mi trabajo. | 9 |
| | Versión final del TFM | Objetivos de TFM 1 | El trabajo final elaborado no alcanzó los objetivos propuestos o los ha logrado parcialmente. | El trabajo final elaborado alcanzó la mayoría de los objetivos propuestos. | El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos. | El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos y los ha enriquecido. | 10 |
| | | Estructura de la unidad didáctica implementada | La unidad didáctica implementada carece de la mayoría de los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación). | La unidad didáctica implementada contiene casi todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación). | La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación). | La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación) y además incluye información sobre aspectos metodológicos, necesidades educativas especiales y el empleo de otros recursos. | 10 |

| | | | | | | | |
|--|--|--|---|--|---|--|-----|
| | | Implementación de la unidad didáctica | El apartado de implementación carece de la mayoría de los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor). | El apartado de implementación contempla casi todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje , observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor). | El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje , observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor). | El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, gestión de la interacción y de las dificultades en la actuación como profesor), además de un análisis del contexto y de las posibles causas de las dificultades. | 9,5 |
| | | Conclusiones de la reflexión sobre la implementación | Las conclusiones a las que he llegado sobre la implementación de la unidad didáctica son poco fundamentadas y excluyen la práctica reflexiva. | Las conclusiones a las que he llegado están bastante fundamentadas a partir de la práctica reflexiva, pero algunas resultan difíciles de argumentar y mantener porque son poco reales. | Las conclusiones a las que he llegado están bien fundamentadas a partir de la práctica reflexiva, y son coherentes con la secuencia y los datos obtenidos. | Las conclusiones a las que he llegado están muy bien fundamentadas a partir de la práctica reflexiva porque aportan propuestas de mejora contextualizadas a una realidad concreta y son coherentes con todo el diseño. | 9,5 |
| | | Aspectos formales | El trabajo final elaborado carece de los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y no facilita su lectura. | El trabajo final elaborado casi cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.), pero su lectura es posible. | El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y su lectura es posible. | El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y ha incorporado otras que lo hacen visualmente más agradable y facilitan la legibilidad. | 10 |
| | | Redacción y normativa | La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales dificultan la lectura y comprensión del texto. El | La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales facilitan casi siempre la lectura y comprensión del texto. El texto contiene algunas | La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan a la lectura y comprensión del texto. El texto cumple con los aspectos | La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan perfectamente a la lectura y comprensión del texto. El texto cumple con los aspectos normativos de la lengua | |

| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|-----|
| | | texto contiene faltas graves de la normativa española. | carencias de la normativa española. | normativos de la lengua española, salvo alguna errata ocasional. | española y su lectura es fácil y agradable. | 10 |
| | Bibliografía | Carece de bibliografía o la que se presenta no cumple los requisitos formales establecidos por la APA. | Se presenta una bibliografía básica que, a pesar de algunos pequeños errores, cumple los requisitos formales establecidos por la APA | Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los requisitos formales establecidos por la APA. | Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los requisitos formales establecidos por la APA de forma excelente. | 10 |
| | Anexo | A pesar de ser necesaria, falta documentación anexa o la que aparece es insuficiente. | Hay documentación anexa básica y suficiente. | Hay documentación anexa amplia y diversa. Se menciona en los apartados correspondientes. | La documentación anexa aportada complementa muy bien el trabajo y la enriquece. Se menciona en los apartados correspondientes. | 9,5 |
| | Reflexión y valoración personal sobre lo aprendido a lo largo del máster y del TFM | No reflexioné suficientemente sobre todo lo que aprendí en el máster. | Realicé una reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. | Realicé una buena reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a modificar concepciones previas sobre la educación secundaria y la formación continuada del profesorado. | Realicé una reflexión profunda sobre todo lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a hacer una valoración global y me sugirió preguntas que me permitieron una visión nueva y más amplia de la educación secundaria y la formación continuada del profesorado. | 9,5 |

Nota final global (sobre 1,5): 1,2



3.8. Referencias Bibliografía

Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V., & Wilhelmi, M. R. (2007). *Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. Paradigma, 15,2*. Obtenido de http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/pauta_valoracion_idoneidad_5enero07.pdf

Ministerio de Educación del Ecuador. (2016). *Currículo Nacional Ecuatoriano*. Disponible en: www.educacion.gob.ec

Ministerio de Educación del Ecuador. (2016). *Libro de Matemática de Primer Año de Bachillerato General Unificado*.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2016). *Guía para docentes de matemática*.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2016). *Matemática para el Bachillerato General Unificado*. Obtenido de: <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/5-M.pdf>

3.9. Anexos.

Anexo 1. Evaluación diagnóstica de tres estudiantes

| | |
|--|---------------------------------------|
| UNIDAD EDUCATIVA "16 DE MAYO" | |
| QUINSALOMA – LOS RÍOS – ECUADOR | |
| NOMBRE: <u>Angel Marcelo Lona Paredes.</u> | CURSO: <u>1^o Ciencia A</u> |
| ASIGNATURA: <u>Matemática</u> | FECHA: <u>25/04/2018</u> |
| DOCENTE: ING. EDISON OCAMPO PAREDES | PRUEBA DE DIAGNÓSTICO: |

1.- ¿Qué es un sistema?

- Conjunto de objetos relacionados entre sí que funciona como un todo.
- Conjunto de elementos relacionados entre sí que funciona como un todo.
- Conjunto de valores relacionados entre sí que funciona como un todo.
- Conjunto de formas relacionadas entre sí que funciona como un todo.

2.- ¿Qué es una ecuación?

- Es una igualdad en la cual hay objetos conocidos y desconocidos.
- Es una igualdad en la cual hay valores conocidos y desconocidos.
- Es una igualdad en la cual hay formas conocidos y desconocidas.
- Es una igualdad en la cual hay términos conocidos y desconocidos.

3.- ¿Qué es un sistema de ecuaciones?

- Conjunto de dos o más elementos con dos o más incógnitas.
- Conjunto de dos o más expresiones con dos o más incógnitas.
- Conjunto de dos o más ecuaciones con dos o más incógnitas.
- Conjunto de dos o más objetos con dos o más incógnitas.

4.- ¿Qué es una incógnita?

- El término desconocido que se presenta en una ecuación.
- El término conocido que se presenta en una ecuación.
- El objeto desconocido que se presenta en una ecuación.
- El elemento desconocido que se presenta en una ecuación.

5.- ¿El conjunto de todos los valores que toma la variable independiente es?

- El dominio de la función.
- El recorrido de la función.
- La codominio de la función.
- La monotonía de la función



6.- ¿El conjunto de todos los valores que toma la variable dependiente es?

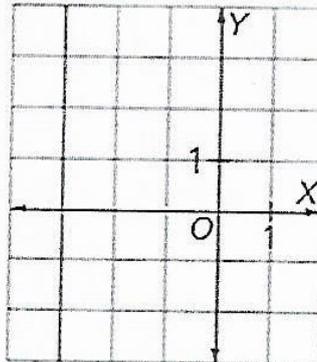
- El dominio de la función.
- El recorrido de la función.
- La codominio de la función.
- La monotonía de la función

7.- ¿Cuál de los siguientes puntos pertenecen a la recta: $y = 7x - 33$?

- $(5, -2)$.
- $(2, -5)$.
- $(4, -5)$.
- $(-4, -5)$.

8.- De la siguiente gráfica, ¿cuál es la recta correspondiente?

- $x = 4$
- $x = -3$
- $x = 3$
- $x = -4$



9.- La recta que pasa por los puntos $(2, -6)$ y $(-3, 14)$ tiene por ecuación;

- $y = 4x + 2$
- $y = 4x - 2$
- $y = -4x + 2$
- $y = -4x - 2$

10.- Determina el conjunto de los valores que debe tomar a para que la recta que pasa por los puntos $(-2, 3)$ y $(a, -8)$ siempre tengan pendiente negativa

- $a > -2$
- $a > -4$
- $a > 2$
- $a > 4$



UNIDAD EDUCATIVA "16 DE MAYO"

QUINSALOMA – LOS RÍOS – ECUADOR

NOMBRE: Karly Herrera CURSO: 1^o Geancias "A"

ASIGNATURA: Matemáticas FECHA: 26/04/2018

DOCENTE: ING. EDISON OCAMPO PAREDES

PRUEBA DE DIAGNÓSTICO:

1.- ¿Qué es un sistema?

- Conjunto de objetos relacionados entre sí que funciona como un todo.
- Conjunto de elementos relacionados entre sí que funciona como un todo.
- Conjunto de valores relacionados entre sí que funciona como un todo.
- Conjunto de formas relacionadas entre sí que funciona como un todo.

2.- ¿Qué es una ecuación?

- Es una igualdad en la cual hay objetos conocidos y desconocidos.
- Es una igualdad en la cual hay valores conocidos y desconocidos.
- Es una igualdad en la cual hay formas conocidos y desconocidas.
- Es una igualdad en la cual hay términos conocidos y desconocidos.

3.- ¿Qué es un sistema de ecuaciones?

- Conjunto de dos o más elementos con dos o más incógnitas.
- Conjunto de dos o más expresiones con dos o más incógnitas.
- Conjunto de dos o más ecuaciones con dos o más incógnitas.
- Conjunto de dos o más objetos con dos o más incógnitas.

4.- ¿Qué es una incógnita?

- El término desconocido que se presenta en una ecuación.
- El término conocido que se presenta en una ecuación.
- El objeto desconocido que se presenta en una ecuación.
- El elemento desconocido que se presenta en una ecuación.

5.- ¿El conjunto de todos los valores que toma la variable independiente es?

- El dominio de la función.
- El recorrido de la función.
- La codominio de la función.
- La monotonía de la función



6.- ¿El conjunto de todos los valores que toma la variable dependiente es?

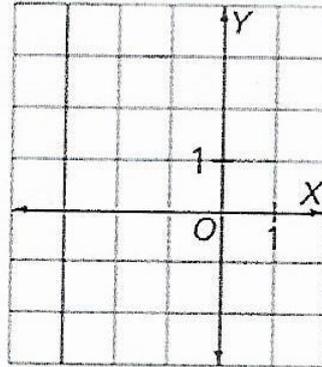
- El dominio de la función.
- El recorrido de la función.
- La codominio de la función.
- La monotonía de la función

7.- ¿Cuál de los siguientes puntos pertenecen a la recta: $y = 7x - 33$?

- $(5, -2)$.
- $(2, -5)$.
- $(4, -5)$.
- $(-4, -5)$.

8.- De la siguiente gráfica, ¿cuál es la recta correspondiente?

- $x = 4$
- $x = -3$
- $x = 3$
- $x = -4$



9.- La recta que pasa por los puntos $(2, -6)$ y $(-3, 14)$ tiene por ecuación;

- $y = 4x + 2$
- $y = 4x - 2$
- $y = -4x + 2$
- $y = -4x - 2$

10.- Determina el conjunto de los valores que debe tomar a para que la recta que pasa por los puntos $(-2, 3)$ y $(a, -8)$ siempre tengan pendiente negativa

- $a > -2$
- $a > -4$
- $a > 2$
- $a > 4$



UNIDAD EDUCATIVA "16 DE MAYO"

QUINSALOMA – LOS RÍOS – ECUADOR

NOMBRE: Neves Nitha Espino Dolis CURSO: 1º Ciencias "A"

ASIGNATURA: Matemática FECHA: 26/04/2018

DOCENTE: ING. EDISON OCAMPO PAREDES

PRUEBA DE DIAGNÓSTICO:

1.- ¿Qué es un sistema?

- Conjunto de objetos relacionados entre sí que funciona como un todo.
- Conjunto de elementos relacionados entre sí que funciona como un todo.
- Conjunto de valores relacionados entre sí que funciona como un todo.
- Conjunto de formas relacionadas entre sí que funciona como un todo.

2.- ¿Qué es una ecuación?

- Es una igualdad en la cual hay objetos conocidos y desconocidos.
- Es una igualdad en la cual hay valores conocidos y desconocidos.
- Es una igualdad en la cual hay formas conocidos y desconocidas.
- Es una igualdad en la cual hay términos conocidos y desconocidos.

3.- ¿Qué es un sistema de ecuaciones?

- Conjunto de dos o más elementos con dos o más incógnitas.
- Conjunto de dos o más expresiones con dos o más incógnitas.
- Conjunto de dos o más ecuaciones con dos o más incógnitas.
- Conjunto de dos o más objetos con dos o más incógnitas.

4.- ¿Qué es una incógnita?

- El término desconocido que se presenta en una ecuación.
- El término conocido que se presenta en una ecuación.
- El objeto desconocido que se presenta en una ecuación.
- El elemento desconocido que se presenta en una ecuación.

5.- ¿El conjunto de todos los valores que toma la variable independiente es?

- El dominio de la función.
- El recorrido de la función.
- La codominio de la función.
- La monotonía de la función



6.- ¿El conjunto de todos los valores que toma la variable dependiente es?

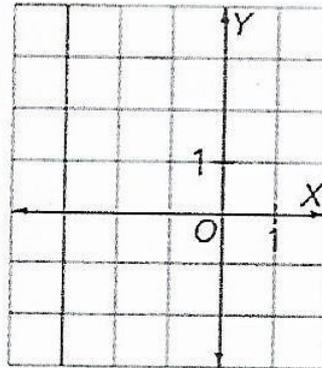
- El dominio de la función.
- El recorrido de la función.
- La codominio de la función.
- La monotonía de la función

7.- ¿Cuál de los siguientes puntos pertenecen a la recta: $y = 7x - 33$?

- $(5, -2)$.
- $(2, -5)$.
- $(4, -5)$.
- $(-4, -5)$.

8.- De la siguiente gráfica, ¿cuál es la recta correspondiente?

- $x = 4$
- $x = -3$
- $x = 3$
- $x = -4$



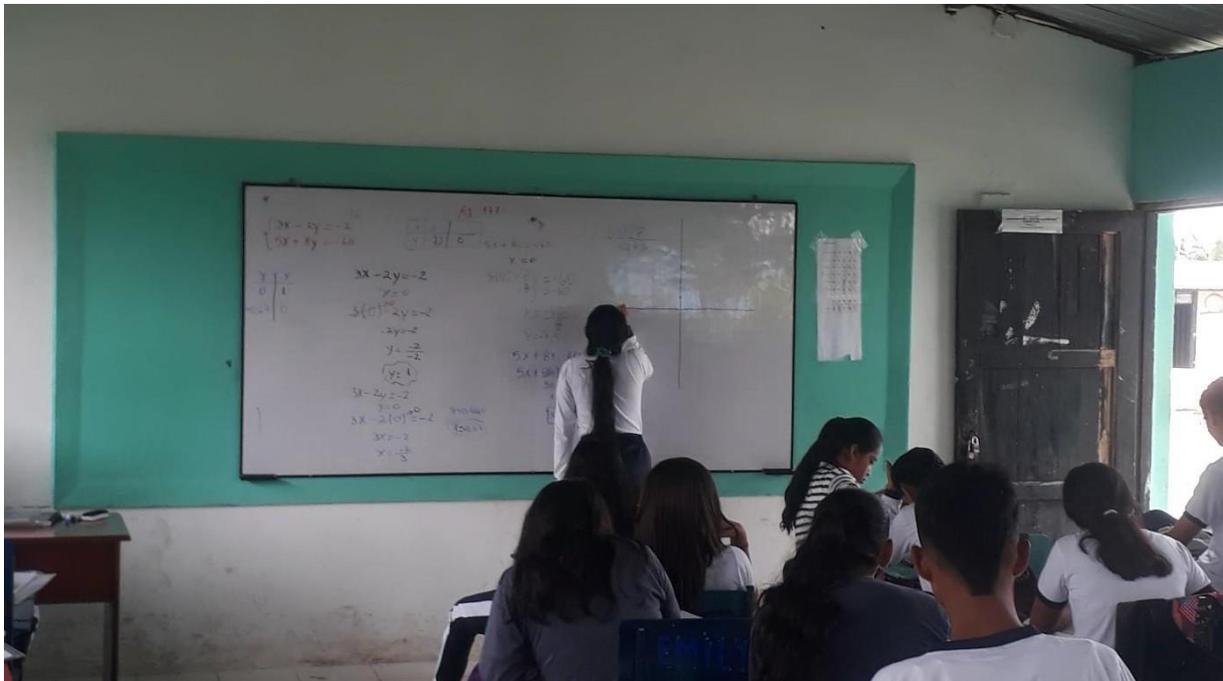
9.- La recta que pasa por los puntos $(2, -6)$ y $(-3, 14)$ tiene por ecuación;

- $y = 4x + 2$
- $y = 4x - 2$
- $y = -4x + 2$
- $y = -4x - 2$

10.- Determina el conjunto de los valores que debe tomar a para que la recta que pasa por los puntos $(-2, 3)$ y $(a, -8)$ siempre tengan pendiente negativa

- $a > -2$
- $a > -4$
- $a > 2$
- $a > 4$

Anexo 2. Evidencia fotográfica de la secuencia didáctica.





Handwritten mathematical work on a whiteboard. It shows the solution of two systems of linear equations using the substitution method.

System 1:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 3x - 5y = 9 \end{cases}$$

Substitution steps:

$$2x - 3y = 6 \implies x = \frac{3y + 6}{2}$$

$$3\left(\frac{3y + 6}{2}\right) - 5y = 9$$

$$\frac{9y + 18}{2} - 5y = 9$$

$$9y + 18 - 10y = 18$$

$$-y = 0 \implies y = 0$$

$$x = \frac{3(0) + 6}{2} = 3$$

System 2:

$$\begin{cases} 3x - 5y = 9 \\ 3x + 5y = 7 \\ 2x - y = -4 \end{cases}$$

Substitution steps:

$$3x - 5y = 9 \implies x = \frac{5y + 9}{3}$$

$$3\left(\frac{5y + 9}{3}\right) + 5y = 7$$

$$5y + 9 + 5y = 7$$

$$10y = -2 \implies y = -0.2$$

$$x = \frac{5(-0.2) + 9}{3} = \frac{-1 + 9}{3} = \frac{8}{3} \approx 2.67$$

Other notes include a circled number '177' and a small graph on the right side.

Handwritten mathematical work on a whiteboard, including a system of linear equations and a graph.

System 1:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 13 \\ 8x - 5y = -5 \end{cases}$$

Substitution steps:

$$3x - 4y = 13 \implies x = \frac{4y + 13}{3}$$

$$8\left(\frac{4y + 13}{3}\right) - 5y = -5$$

$$\frac{32y + 104}{3} - 5y = -5$$

$$32y + 104 - 15y = -15$$

$$17y = -119 \implies y = -7$$

$$x = \frac{4(-7) + 13}{3} = \frac{-28 + 13}{3} = \frac{-15}{3} = -5$$

System 2:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 13 \\ 8x - 5y = -5 \end{cases}$$

Substitution steps:

$$3x - 4y = 13 \implies x = \frac{4y + 13}{3}$$

$$8\left(\frac{4y + 13}{3}\right) - 5y = -5$$

$$\frac{32y + 104}{3} - 5y = -5$$

$$32y + 104 - 15y = -15$$

$$17y = -119 \implies y = -7$$

$$x = \frac{4(-7) + 13}{3} = \frac{-28 + 13}{3} = \frac{-15}{3} = -5$$

A graph on the right shows two intersecting lines on a Cartesian coordinate system. The lines are labeled $3x - 4y = 13$ and $8x - 5y = -5$. The intersection point is marked at $(-5, -7)$.





Anexo 3. Ejercicios planteados en clase y propuestos como tareas.

EJERCICIO 176
Resolver por el método de igualación:

| | | |
|--|---|---|
| 1. $\begin{cases} x+6y=27. \\ 7x-3y=9. \end{cases}$ | 4. $\begin{cases} 7x-4y=5. \\ 9x+8y=13. \end{cases}$ | 7. $\begin{cases} 15x-11y=-87. \\ -12x-5y=-27. \end{cases}$ |
| 2. $\begin{cases} 3x-2y=-2. \\ 5x+8y=-60. \end{cases}$ | 5. $\begin{cases} 9x+16y=7. \\ 4y-3x=0. \end{cases}$ | 8. $\begin{cases} 7x+9y=42. \\ 12x+10y=-4. \end{cases}$ |
| 3. $\begin{cases} 3x+5y=7. \\ 2x-y=-4. \end{cases}$ | 6. $\begin{cases} 14x-11y=-29. \\ 13y-8x=30. \end{cases}$ | 9. $\begin{cases} 6x-18y=-85. \\ 24x-5y=-5. \end{cases}$ |

EJERCICIO 177
Resolver por sustitución:

| | | |
|---|---|---|
| 1. $\begin{cases} x+3y=6. \\ 5x-2y=13. \end{cases}$ | 4. $\begin{cases} x-5y=8. \\ -7x+8y=25. \end{cases}$ | 7. $\begin{cases} 4x+5y=5. \\ -10y-4x=-7. \end{cases}$ |
| 2. $\begin{cases} 5x+7y=-1. \\ -3x+4y=-24. \end{cases}$ | 5. $\begin{cases} 15x+11y=32. \\ 7y-9x=8. \end{cases}$ | 8. $\begin{cases} 32x-25y=13. \\ 16x+15y=1. \end{cases}$ |
| 3. $\begin{cases} 4y+3x=8. \\ 8x-9y=-77. \end{cases}$ | 6. $\begin{cases} 10x+18y=-11. \\ 16x-9y=-5. \end{cases}$ | 9. $\begin{cases} -13y+11x=-163. \\ -8x+7y=94. \end{cases}$ |

EJERCICIO 178
Resolver por suma o resta:

| | | |
|--|---|--|
| 1. $\begin{cases} 6x-5y=-9. \\ 4x+3y=13. \end{cases}$ | 5. $\begin{cases} 10x-3y=36. \\ 2x+5y=-4. \end{cases}$ | 9. $\begin{cases} 12x-14y=20. \\ 12y-14x=-19. \end{cases}$ |
| 2. $\begin{cases} 7x-15y=1. \\ -x-6y=8. \end{cases}$ | 6. $\begin{cases} 11x-9y=2. \\ 13x-15y=-2. \end{cases}$ | 10. $\begin{cases} 15x-y=40. \\ 19x+8y=236. \end{cases}$ |
| 3. $\begin{cases} 3x-4y=41. \\ 11x+6y=47. \end{cases}$ | 7. $\begin{cases} 18x+5y=-11. \\ 12x+11y=31. \end{cases}$ | 11. $\begin{cases} 36x-11y=-14. \\ 24x-17y=10. \end{cases}$ |
| 4. $\begin{cases} 9x+11y=-14. \\ 6x-5y=-34. \end{cases}$ | 8. $\begin{cases} 9x+7y=-4. \\ 11x-13y=-48. \end{cases}$ | 12. $\begin{cases} 12x-17y=104. \\ 15x+19y=-31. \end{cases}$ |

EJERCICIO 179
Resolver los siguientes sistemas:

| | |
|--|---|
| 1. $\begin{cases} 8x-5=7y-9. \\ 6x=3y+6. \end{cases}$ | 7. $\begin{cases} (x-y)-(6x+8y)=- (10x+5y+3). \\ (x+y)-(9y-11x)=2y-2x. \end{cases}$ |
| 2. $\begin{cases} x-1=y+1. \\ x-3=3y-7. \end{cases}$ | 8. $\begin{cases} 5(x+3y)-(7x+8y)=-6. \\ 7x-9y-2(x-18y)=0. \end{cases}$ |
| 3. $\begin{cases} 3(x+2)=2y. \\ 2(y+5)=7x. \end{cases}$ | 9. $\begin{cases} 2(x+5)=4(y-4x). \\ 10(y-x)=11y-12x. \end{cases}$ |
| 4. $\begin{cases} x-1=2(y+6). \\ x+6=3(1-2y). \end{cases}$ | 10. $\begin{cases} 3x-4y-2(2x-7)=0. \\ 5(x-1)-(2y-1)=0. \end{cases}$ |
| 5. $\begin{cases} 30-(8-x)=2y+30. \\ 5x-29=x-(5-4y). \end{cases}$ | 11. $\begin{cases} 12(x+2y)-8(2x+y)=2(5x-6y). \\ 20(x-4y)=-10. \end{cases}$ |
| 6. $\begin{cases} 3x-(9x+y)=5y-(2x+9y). \\ 4x-(3y+7)=5y-47. \end{cases}$ | 12. $\begin{cases} x(y-2)-y(x-3)=-14. \\ y(x-6)-x(y+9)=54. \end{cases}$ |



EJERCICIO 180

Resolver los siguientes sistemas:

$$1. \begin{cases} \frac{3x}{2} + y = 11. \\ x + \frac{y}{2} = 7. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \frac{5x}{12} - y = 9. \\ x - \frac{3y}{4} = 15. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \frac{x}{7} + \frac{y}{3} = 5. \\ 3y - \frac{x}{14} = 26. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} \frac{x}{5} = \frac{y}{4}. \\ \frac{y}{3} = \frac{x}{3} - 1. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} \frac{x}{8} - \frac{y}{5} = -1\frac{1}{10}. \\ \frac{x}{5} + \frac{y}{4} = -1\frac{19}{40}. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} \frac{x}{7} + \frac{y}{8} = 0. \\ \frac{1}{7}x - \frac{3}{4}y = 7. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} \frac{2x+1}{5} = \frac{y}{4}. \\ 2x - 3y = -8. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 12x + 5y + 6 = 0. \\ \frac{5x}{3} - \frac{7y}{6} = -12. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} \frac{x-3}{3} - \frac{y-4}{4} = 0. \\ \frac{x-4}{2} + \frac{y+2}{5} = 3. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{y-1}{3} = -\frac{13}{36}. \\ \frac{x+1}{3} - \frac{y+1}{2} = -\frac{2}{5}. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} \frac{x+1}{10} = \frac{y-4}{5}. \\ \frac{x-4}{5} = \frac{y-2}{10}. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x = -\frac{3y+3}{4}. \\ y = -\frac{1+5x}{4}. \end{cases}$$

EJERCICIO 181

Resolver los sistemas:

$$1. \begin{cases} x+y=a+b. \\ x-y=a-b. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x+y=b+2. \\ bx-y=0. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x-y=3a. \\ x-2y=0. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x-y=1-a. \\ x+y=1+a. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} \frac{x}{a} + y = 2b. \\ \frac{x}{b} - y = a-b. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 2. \\ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{a^2+b^2}{ab}. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x+y=a+b. \\ ax+by=a^2+b^2. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} ax-by=0. \\ x+y=\frac{a+b}{ab}. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} mx-ny=m^2+n^2. \\ nx+my=m^2+n^2. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} \frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 2m. \\ mx-ny=m^3-mn^2. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x+y=a. \\ ax-by=a(a+b)+b^2. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x-y=m-n. \\ mx-ny=m^2-n^2. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 0. \\ \frac{x}{b} + \frac{2y}{a} = \frac{2b^2-a^2}{ab}. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x+y=2c. \\ a^2(x-y)=2a^3. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} ax-by=0. \\ ay-bx=\frac{a^2-b^2}{ab}. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} \frac{x}{b^2} + \frac{y}{a^2} = a+b. \\ x-y=ab(b-a). \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} nx+my=m+n. \\ mx-ny=\frac{m^3-n^3}{mn}. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} (a-b)x-(a+b)y=b^2-3ab. \\ (a+b)x-(a-b)y=ab-b^2. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} \frac{x+b}{a} + \frac{y-b}{b} = \frac{a+b}{b}. \\ \frac{x-a}{b} - \frac{y-a}{a} = -\frac{a+b}{a}. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} \frac{x}{a+b} + \frac{y}{a+b} = \frac{1}{ab}. \\ \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = \frac{a^2+b^2}{a^2b^2}. \end{cases}$$



EJERCICIO 182

Resolver los sistemas:

| | | | |
|---|---|---|--|
| 1. $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{7}{6} \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{3} \end{cases}$ | 3. $\begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = 7 \\ \frac{7}{x} - \frac{6}{y} = 4 \end{cases}$ | 5. $\begin{cases} \frac{9}{x} + \frac{3}{y} = 27 \\ \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = 22 \end{cases}$ | 7. $\begin{cases} \frac{9}{x} + \frac{10}{y} = -11 \\ \frac{7}{x} - \frac{15}{y} = -4 \end{cases}$ |
| 2. $\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{2}{x} + \frac{5}{y} = \frac{23}{12} \end{cases}$ | 4. $\begin{cases} \frac{12}{x} + \frac{5}{y} = -\frac{13}{2} \\ \frac{18}{x} + \frac{7}{y} = -\frac{19}{2} \end{cases}$ | 6. $\begin{cases} \frac{6}{x} - \frac{8}{y} = -23 \\ \frac{4}{x} + \frac{11}{y} = 50 \end{cases}$ | 8. $\begin{cases} \frac{1}{2x} - \frac{3}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{1}{x} + \frac{5}{2y} = -\frac{4}{3} \end{cases}$ |

EJERCICIO 183

Desarrollar las determinantes:

| | | | |
|--|--|---|--|
| 1. $\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$ | 4. $\begin{vmatrix} 7 & 9 \\ 5 & -2 \end{vmatrix}$ | 7. $\begin{vmatrix} -15 & -1 \\ 13 & 2 \end{vmatrix}$ | 10. $\begin{vmatrix} -5 & -8 \\ -19 & -21 \end{vmatrix}$ |
| 2. $\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$ | 5. $\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ -2 & -8 \end{vmatrix}$ | 8. $\begin{vmatrix} 12 & -1 \\ 13 & -9 \end{vmatrix}$ | 11. $\begin{vmatrix} 8 & 2 \\ -3 & 0 \end{vmatrix}$ |
| 3. $\begin{vmatrix} -2 & 5 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$ | 6. $\begin{vmatrix} 9 & -11 \\ -3 & 7 \end{vmatrix}$ | 9. $\begin{vmatrix} 10 & 3 \\ 17 & 13 \end{vmatrix}$ | 12. $\begin{vmatrix} 31 & -85 \\ -20 & 43 \end{vmatrix}$ |

EJERCICIO 184

Resolver por determinantes:

| | | |
|---|---|--|
| 1. $\begin{cases} 7x+8y=29 \\ 5x+11y=26 \end{cases}$ | 8. $\begin{cases} ax+2y=2 \\ \frac{ax}{2}-3y=-1 \end{cases}$ | 13. $\begin{cases} 2x-\frac{2y+3}{17}=y+2 \\ 3y-\frac{4x+1}{21}=3x+5 \end{cases}$ |
| 2. $\begin{cases} 3x-4y=13 \\ 8x-5y=-5 \end{cases}$ | 9. $\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{6} = -4 \\ \frac{x}{8} - \frac{y}{12} = 0 \end{cases}$ | 14. $\begin{cases} \frac{x+y}{x-y} = 4 \\ \frac{x-y-1}{x+y+1} = \frac{1}{9} \end{cases}$ |
| 3. $\begin{cases} 13x-31y=-326 \\ 25x+37y=146 \end{cases}$ | 10. $\begin{cases} 3x+ay=3a+1 \\ \frac{x}{a} + ay=2 \end{cases}$ | 15. $\begin{cases} x-y=2b \\ \frac{x}{a+b} + \frac{y}{a-b} = 2 \end{cases}$ |
| 4. $\begin{cases} 15x-44y=-6 \\ 32y-27x=-1 \end{cases}$ | 11. $\begin{cases} \frac{x+2}{3} - \frac{y-3}{8} = \frac{5}{6} \\ \frac{y-5}{6} - \frac{2x-3}{5} = 0 \end{cases}$ | 16. $\begin{cases} \frac{x+9}{x-9} = \frac{y+21}{y+39} \\ \frac{x+8}{x-8} = \frac{y+19}{y+11} \end{cases}$ |
| 5. $\begin{cases} 8x=-9y \\ 2x+5+3y=3\frac{1}{2} \end{cases}$ | 12. $\begin{cases} 3x-2y=5 \\ mx+4y=2(m+1) \end{cases}$ | |
| 6. $\begin{cases} ax-by=-1 \\ ax+by=7 \end{cases}$ | | |
| 7. $\begin{cases} 3x-(y+2)=2y+1 \\ 5y-(x+3)=3x+1 \end{cases}$ | | |