



## MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

### TEMA

### ESTUDIO DE LOS TRIÁNGULOS

**Implementación y experimentación de una unidad didáctica  
elaborada y aplicada en:**

**Noveno de EGB paralelo “B” de la escuela básica “Eloy  
Velásquez Cevallos”**

### AUTOR

**JOSÉ MIGUEL QUISHPE VACA**  
*CI: 1202659619*

### TUTORA

**ADRIANA BREDA, Doctora**  
*Pasaporte: FU897029*

**Master en Educación, con mención en  
Enseñanza de la Matemática**

*Azogues, 14 de octubre del 2018*



## RESUMEN

Este estudio centra su interés en mejorar la práctica didáctica de los docentes que laboran en instituciones educativas de nivel medio en el área de matemáticas, de manera que incidan en la motivación de los estudiantes. El objetivo es fomentar, mediante estrategias constructivistas, el aprendizaje de los principios teóricos y la aplicación práctica de los triángulos y sus propiedades, con la finalidad de desarrollar habilidades geométricas. Los resultados de la aplicación del diseño constructivista se evidenciaron en la disposición de los estudiantes para recurrir a la aplicación de los conocimientos previos en situaciones problemáticas nuevas, el fortalecimiento de las actividades colaborativas con disposición para la comunicación, el trabajo organizado a partir de instrucciones, el incremento de una comunicación horizontal en busca respuestas que den cuenta de procesos rigurosos y reflexivos. La experiencia de aula demuestra que el aprendizaje de la matemática deviene de un cambio de enfoque en su abordaje.

## PALABRAS CLAVES

Estrategias constructivistas - actividades colaborativas - motivación

## ABSTRACT

This study focuses its interest on improving the didactic practice of teachers who work in educational institutions of medium level in the area of mathematics, in order to influence the motivation of students. The aim is to promote, through constructivist strategies, the learning of theoretical principles and the practical application of triangles and their characteristics, with the intention of developing geometric skills. The results of the application of the constructivist model were evident in the disposition of the students to resort to the application of the previous knowledge in new problematic situations, the consolidation of collaborative activities with a disposition to communicate, work organized from instructions, the increase of a horizontal communication in search of answers that account for rigorous and reflexive processes. The classroom experience demonstrates that the learning of mathematics becomes a change of focus in its approach.

## KEYWORDS

Constructivist strategies - collaborative activities - motivation



## ÍNDICE

<b>RESUMEN .....</b>	<b>2</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>2</b>
<b>CESIÓN DE DERECHOS.....</b>	<b>4</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>5</b>
<b>PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA IMPLEMENTADA .....</b>	<b>6</b>
LA UNIDAD DIDÁCTICA.....	6
<i>Presentación de objetivos.....</i>	6
<i>Presentación de contenidos y su contextualización en los currículos oficiales.....</i>	6
<i>Diseño de las actividades de enseñanza y aprendizaje en relación con los objetivos y los contenidos.....</i>	8
<i>Presentación de las actividades de evaluación formativa.....</i>	9
PLANIFICACIÓN DE LA UNIDAD IMPLEMENTADA .....	10
IMPLEMENTACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA.....	13
<i>Adecuación de los contenidos implementados a los planificados y adaptaciones.....</i>	13
<i>Resultados del aprendizaje de los alumnos.....</i>	21
<i>Descripción del tipo de interacción.....</i>	22
<i>Dificultades observadas.....</i>	22
<i>Valoración de la unidad didáctica y propuestas de mejora, siguiendo las pautas que cada especialidad ha proporcionado para guiar la práctica reflexiva.....</i>	24
REFLEXIONES FINALES .....	26
<i>Valoración de los aprendizajes adquiridos a partir de las asignaturas troncales de la maestría.....</i>	26
<i>Valoración de los aprendizajes adquiridos a partir de las asignaturas de la especialidad.....</i>	28
<i>En relación a lo aprendido durante el TFM.....</i>	30
REFERENCIAS .....	32
<b>HOJA DE COTEJO DE AUTOEVALUACIÓN DEL ESTUDIANTE DEL TRABAJO</b>	
<b>FIN DE MÁSTER 2017-2018.....</b>	<b>34</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>39</b>
ANEXO 1: RÚBRICA PARA EVALUAR TRABAJOS EN EQUIPO.....	39
ANEXO 2: LISTA DE COTEJO PARA EVALUAR TRABAJOS INDIVIDUALES .....	41
ANEXO 3: INVESTIGACIONES: RECTA DE EULER.....	42
ANEXO 4: ACTIVIDADES.....	43
ACTIVIDAD 3. CONSTRUCCIÓN DE LOS TRIÁNGULOS .....	49
ANEXO 5: TRIÁNGULO DE LAS BERMUDAS (MATERIAL GRÁFICO PARA MOTIVACIÓN).....	76
ANEXO 6: POEMA LA FAMILIA DE LOS TRIÁNGULOS.....	77
ANEXO 7: FOTOS.....	78
ANEXO 8: VIDEO .....	80
ANEXO 9: PARQUE EN FORMA DE TRIÁNGULO DONDE SE REALIZÓ UNA ACTIVIDAD EXPERIENCIAL .....	81

## CESIÓN DE DERECHOS.

Javier Loyola, 14 de octubre de 2018

Yo, **José Miguel Quishpe Vaca**, autor/a del Trabajo Final de Maestría, titulado: **ESTUDIO DE LOS TRIÁNGULOS Implementación y experimentación de una unidad didáctica elaborada y aplicada en: Noveno de Básica UGB paralelo “B” de la escuela básica “Eloy Velásquez Cevallos”**, estudiante de la Maestría en Educación, mención **Enseñanza de la Matemática** con número de identificación **1202659619**, mediante el presente documento de constancia de que la obra es de mi exclusiva autoría y producción.

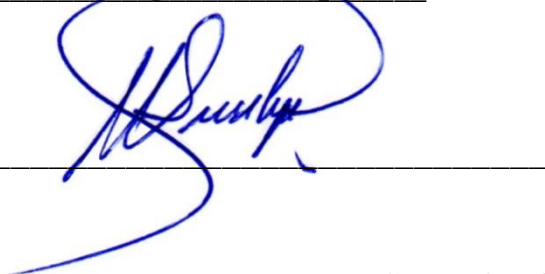
1. Cedo a la Universidad Nacional de Educación, los derechos exclusivos de reproducción, comunicación pública, distribución y divulgación, pudiendo, por lo tanto, la Universidad utilizar y usar esta obra por cualquier medio conocido o por conocer, reconociendo los derechos de autor. Esta autorización incluye la reproducción total o parcial en formato virtual, electrónico, digital u óptico, como usos en red local y en internet.

2. Declaro que en caso de presentarse cualquier reclamación de parte de terceros respecto de los derechos de autor/a de la obra antes referida, yo asumiré toda responsabilidad frente a terceros y a la Universidad.

3. En esta fecha entrego a la Universidad, el ejemplar respectivo y sus anexos en formato digital o electrónico.

Nombre: **José Miguel Quishpe Vaca**

Firma: \_\_\_\_\_



**JOSE MIGUEL QUISHPE VACA**



## 1 Introducción

Ejercer la docencia como profesor de matemática, entraña la responsabilidad de enseñar a los estudiantes, la relación entre dos mundos: el de la realidad cotidiana y el de las representaciones intelectuales, convencerlos que no se necesita una súper inteligencia ni condiciones especiales para aprender que las soluciones matemáticas dan respuestas rigurosas e indiscutibles a la mayor parte de problemas de la ciencia, la tecnología y la vida diaria.

Ante el hastío, y temor que las matemáticas originan en los estudiantes se considera que los docentes debemos acercarnos a ellos con dos herramientas fundamentales: un gran dominio de la ciencia y un sentido innovador para aplicar las estrategias. En este aspecto el Trabajo de Fin de Master, ha hecho posible que los docentes podamos aplicar todo lo aprendido en esta maestría, que se descarten las visiones del pasado con relación a cómo debe ser un docente de matemática. No es el rigor ni la ejercitación excesiva los que dan los resultados esperados sino la oportunidad que se les brinda a los estudiantes para crear sus propias estrategias de aprendizaje, así como la certeza de que la matemática es susceptible de ser aprendida, a condición de que pueda construirla en contextos reales, partiendo de experiencias próximas, mediante la reflexión, la autocrítica y contando con un docente que cumpla el rol de mediador y facilitador a lo largo de todo el proceso.

Los conocimientos adquiridos en el TFM han modificado la idea de lo que es evaluar un conocimiento matemático, ya que no solo se trata de calificar un resultado sino todo el proceso, lo que implica la capacidad de organización, la buena disposición para el trabajo autónomo, la inclinación por el trabajo colaborativo y la rigurosidad y perseverancia en los procesos, a fin de obtener las respuestas correctas.

La experiencia obtenida al aplicar la unidad didáctica acerca del aprendizaje de los triángulos, ha revelado las limitaciones y temores de los estudiantes para vencer desafíos aparentemente elementales pero también ha permitido demostrar que un buen diseño metodológico, que respete los tiempos de un verdadero aprendizaje que no signifique solo “dar” conocimiento o información. Pueden transformar las vivencias de aula, dentro de esta asignatura, cuyo nivel de abstracción pone barreras que los docentes debidamente capacitados podemos derribar.

## **Presentación de la unidad didáctica implementada**

### **2 La unidad didáctica**

#### **2 A. Presentación de objetivos.**

Fomentar, mediante estrategias constructivistas, el aprendizaje de los fundamentos teóricos y la aplicación práctica de los triángulos y sus propiedades, con la finalidad de desarrollar las habilidades geométricas de los estudiantes del noveno grado de EB de la Unidad Educativa

- Identificar las diferentes clasificaciones de triángulos bajo un concepto integrador
- Construir distintos triángulos con ayuda de recursos didácticos
- Descubrir las propiedades de los triángulos con relación a los ángulos
- Reconocer las rectas y puntos notables de un triángulo
- Ubicar y reconocer los puntos que generan las líneas notables de los triángulos, independientemente de su clasificación.
- Fomentar la creatividad, la imaginación y la intuición mediante el trabajo cooperativo.

#### **2 B. Presentación de contenidos y su contextualización en los currículos oficiales.**

En la asignatura de matemática, en lo pertinente a la educación general básica, el currículo ecuatoriano ha organizado el contenido en módulos que integran temas de relaciones y funciones, estadística y probabilidad, numérico, geométrico, de medida. Cada módulo está conformado con, por lo menos dos bloques curriculares que tienen relación entre sí, y a los que se les puede aplicar estrategias similares (Ministerio de Educación, 2011)



El método didáctico preferente es el inductivo ya que se parte de las experiencias de los estudiantes, sus conocimientos prácticos para que puedan, mediante procesos intelectuales sustentar las teorías que logran construir y que servirán para avanzar en la búsqueda de nuevos conocimientos.

El bloque de Geometría y medidas inicia con el estudio de los triángulos, su clasificación, su construcción haciendo uso de instrumentos, dibujar rectas y puntos notables, resolución de problemas que impliquen la identificación de las rectas y puntos notables de un triángulo, identificar la congruencia de dos triángulos de acuerdo a criterios que consideran las medidas de sus lados y sus ángulos.

*Contenidos.*

***Triángulo.- definición y elementos:***

***Clasificación de los triángulos:***

- Según la longitud de sus lados
- Según la amplitud de sus ángulos

**Construcción de los triángulos**

- Conociendo sus tres lados
- Conociendo dos lados y el ángulo comprendido entre ellos
- Conociendo dos ángulos y el lado común

**Líneas y puntos notables en el triángulo:**

- Alturas                      ortocentro
- Bisectrices                incentro
- Mediatrices                circuncentro
- Medianas                    baricentro



○

**Propiedades relacionadas con los ángulos del triángulo:**

A. La suma de todos los ángulos interiores de cualquier triángulo es igual a 180 grados.

**Propiedades relacionadas con los lados del triángulo:**

B. En un triángulo, la medida de uno de los lados es menor que la suma de los otros dos y mayor que la diferencia.

C. En un triángulo, a mayor lado se opone mayor ángulo.

**Triángulos congruentes:**

Criterios de congruencia de triángulos.

**2. C. Diseño de las actividades de enseñanza y aprendizaje en relación con los objetivos y los contenidos.**

El estudio de la geometría demanda una metodología interactiva lo cual quiere decir que la conceptualización debe ser el resultado del trabajo colaborativo de los estudiantes, mediados por el docente.

Tratándose de saberes prácticos que pueden ser referidos a la realidad del entorno, se debe realizar una recuperación de los conocimientos previos, información que necesariamente está vinculada a sus experiencias cotidianas.

Es importante trabajar sobre la realidad concreta utilizando materiales del medio y recursos didácticos de uso práctico. Los desempeños auténticos permiten establecer vínculos entre lo que se aprende y sus seguras aplicaciones en situaciones de la vida familiar o comunitaria.

La resolución de problemas, que puede ser teórica o práctica es una oportunidad de utilizar herramientas intelectuales o materiales a fin de obtener una o varias soluciones a una situación inicialmente planteada.





Una actividad que ayuda a fomentar el análisis y la síntesis es la elaboración de organizadores gráficos, ya sea siguiendo las estructuras previamente recomendadas por los expertos o esquemas diseñados por los mismos estudiantes.

El aprendizaje de los triángulos tiene un gran valor para el conocimiento científico puesto que es el material de la trigonometría, tan necesario hasta para medir las distancias astronómicas. En el orden práctico se demanda su dominio para la construcción de señales de tránsito, puentes, veleros, puertas, ventanas etc.

### ***Evaluación Diagnóstica.***

Antes de iniciar la unidad didáctica es necesario incluir un momento de evaluación diagnóstica que es la que va a permitir tomar decisiones de ajuste o de regulación en términos de De Ketele (1984). En este caso se aplica para corregir la producción de los estudiantes, los procedimientos observables y los procesos mentales no observables directamente. p. 6.

### **2. D. Presentación de las actividades de evaluación formativa.**

López, (2009) define la evaluación formativa como *“un proceso que sirve para que el alumnado aprenda más y/o corrija sus errores y para que el profesorado aprenda a trabajar mejor”* p. 35. Por esta razón es la evaluación más importante ya que ocurre simultáneamente durante el aprendizaje, su intencionalidad no es calificar sino obtener información que permita saber de primera mano cómo ayudar a los estudiantes para que recuperen toda la información que han adquirido sobre el triángulo, sus características, elementos, clasificaciones, construcción, líneas y puntos notables; además de determinar qué instrumentos y recursos se deben utilizar para acompañar y reorientar el aprendizaje.

PLANIFICACIÓN DE LA UNIDAD IMPLEMENTADA

CONTENIDOS	DESTREZAS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	INDICADORES	RECURSOS	EVALUACIÓN	
					TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
<b>ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA 1</b>	Establecer la calidad y pertinencia de conocimientos previos con relación a los triángulos	Aplicación de prueba escrita que contempla procesos de observación, reflexión y elaboración teórica.	El 80% de los evaluados Responde la prueba escrita con un nivel mínimo de AAR en adelante.	Material de evaluación diagnóstica	Prueba específica.	Test
<b>TRIÁNGULO DEFINICIÓN Y ELEMENTOS 2</b>	Conocer la estructura geométrica del triángulo mediante procesos de conceptualización, síntesis y actividades de manipulación concreta	Activación de conocimientos.  Introducir el tema por medio de una reseña del triángulo de las Bermudas. Hacer preguntas claves acerca de cómo definir un triángulo.  Pedir opiniones acerca de las similitudes y semejanzas entre los triángulos.	Reconocen un triángulo de cualquier clasificación, identificando sus partes constitutivas	Texto de 9no. grado. Micro planificación Láminas Mapa del triángulo de las Bermudas	Análisis de la producción de los alumnos  Intercambio orales	Relacionan elementos en un cuadro de doble entrada  Exposiciones cortas
<b>CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS 3</b>	Identificar las diferentes clasificaciones de triángulos bajo un concepto integrador	Lectura dirigida de poema y extracción de ideas principales.  Observación y Manipulación de variedades de triángulos.	Representan las clasificaciones de triángulos.	Poema: la familia triángulo de (Perich, 2007)	Intercambios orales con los alumnos.	Exposición oral

		Reflexión sobre sus diferencias. Determinación de sus semejanzas Identificación de triángulos		Gráficos del libro del estudiante. Materiales de dibujo		
<b>CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS</b> 4	Construir distintos triángulos con ayuda de recursos didácticos	Construcción de triángulos. Explicación de las características que los hacen diferentes Clasificación de triángulos mediante organizador grafico	Construye triángulos con uso de instrumentos e identificando su clasificación	Representación del supergeométrico (Contreras, 2008) triángulos Geoplano Regla, escuadra transportador	Análisis de la producción de los alumnos	Trabajo práctico, construye distintos tipos de triángulos  Elabora organizadores gráficos
<b>LÍNEAS y PUNTOS NOTABLES EN EL TRIANGULO</b> 5	Reconocer las rectas notables de un triángulo aplicando observación y análisis	Respuestas y solución de problemas	Justifica argumentadamente las ubicaciones del ortocentro	Geoplano, cartulina para diseñar plegados	Análisis de la producción de los alumnos	Técnica del rompecabezas. Solución de problemas
<b>PROPIEDADES RELACIONADAS CON LOS ÁNGULOS Y LOS LADOS DEL TRIANGULO</b>	Identificar las propiedades de los triángulos mediante la suma de sus ángulos y determinando las	Construcción de triángulos, enumerar vértices separarlos y cortarlos.	Conoce las propiedades de los triángulos y aplica esta información en situaciones prácticas	Texto de la asignatura, página 203	Análisis de la producción de los alumnos	Trabajo práctico Exposición (análisis)

6	medidas de sus lados.	<p>Resolver un taller de elaboración y análisis.</p> <p>Producción grupal de conclusiones.</p>		<p>Materiales concretos de libre elección.</p> <p>Sorbetes.</p> <p>Graduador.</p>		
<p><b>CONGRUENCIA ENTRE TRIÁNGULOS</b></p> <p>7</p>	<p>Reconocer los triángulos congruentes midiendo sus lados y ángulos.</p>	<p>Observación de láminas.</p> <p>Reflexión sobre la aplicación práctica de la congruencia.</p> <p>Revisión de ejemplos y ejercicios resueltos.</p> <p>Desarrollo de taller.</p>	<p>Diferencia los triángulos congruentes de aquellos que no lo son y determina si la congruencia es por sus lados o por sus ángulos.</p>	<p>Texto de la asignatura, página 205</p> <p>Láminas.</p> <p>Regla.</p> <p>Graduador.</p>	<p>Análisis de la producción de los alumnos.</p>	<p>Observación</p> <p>Resolución de taller</p>
<p><b>EVALUACIÓN FINAL</b></p> <p>8</p>	<p>Reforzar los conocimientos adquiridos acerca de los triángulos y demostrarlo ante una prueba específica</p>	<p>Una prueba combinada.</p> <p>Selección múltiple y resolución de problemas.</p> <p>Instrucciones previas.</p> <p>Ejecución de la prueba</p>	<p>El 80% Responden satisfactoriamente la evaluación final</p>	<p>Hoja de resolución de la evaluación</p>	<p>Prueba específica</p>	<p>Prueba combinada</p>



### 3. Implementación de la unidad didáctica.

#### 3. A. Adecuación de los contenidos implementados a los planificados y adaptaciones

##### Realizadas.

##### *Actividad 1. Triángulo.- definición y elementos.*

*2 horas de clases*

##### *Objetivo.*

Definir el concepto triángulo, mediante análisis de textos y actividades prácticas para determinar sus elementos esenciales.

##### *Actividad previa.*

Lectura del texto de matemática del estudiante, pág. 190

##### *Actividades de motivación e introducción al tema.*

Leer una reseña del triángulo de las Bermudas y mediante lluvia de ideas, establecer nexos entre la lectura y el tema que se va a tratar.

##### *Actividad individual.*

- Los estudiantes resuelven el taller en la parte correspondiente al cuestionario donde se indaga acerca de los conocimientos previos en relación al concepto triángulo: es decir determinan el género próximo, los elementos y la clasificación de este polígono.

##### *Actividad en tándem.*

- Organizados en parejas, los estudiantes analizan un conjunto de definiciones extraídas de la Web y de textos de geometría que les permitirán establecer comparaciones entre sus ideas y las de los expertos.
- dispuestos en parejas organizan el cuadro de síntesis de la definición.



*Materiales.*

*Texto*

- Hoja de trabajo impresa, con 4 definiciones de triángulo
- Hoja de trabajo impresa con 1 cuadro de doble entrada que muestra la información desordenada. Los estudiantes deben organizarla.

*Evaluación.*

- Se observa el trabajo individual y grupal y se consideran los siguientes aspectos que se anotan en una hoja de cotejo: nivel de concentración, tiempo de ejecución, calidad de las preguntas de orientación, resultados del trabajo en el cuadro de doble entrada.
- Intercambio oral.

***Actividad 2. Clasificación de los triángulos:***

***2 horas de clases***

*Objetivo determinar las distintas clasificaciones de triángulos para estudiarlos bajo un concepto integrador*

*Actividad previa:*

Lectura del texto de matemática del estudiante, pág. 190 por 10 minutos

*Actividades de motivación e introducción al tema:*

*Lectura del poema: la familia triángulo. Alternan en la participación, estudiantes y docente*

*Actividad en equipos de 4 estudiantes.*

- *Los estudiantes observan un cuadro de doble entrada y analizan los distintos triángulos tomando en cuenta como inciden los ángulos y los lados para marcar las diferencias entre ellos.*



- *Con la ayuda de un Geoplano construyen diferentes tipos de triángulos e identifican cuales no pueden ser representados y ¿por qué?*
- *En un cuadro de doble entrada vacío, demuestran qué tipos de triángulos tienen posibilidad de ser representados y cuáles no.*
- Con orientaciones del docente se procede a trabajar los ejercicios de la pág. 193 del texto del estudiante.

#### *Materiales*

- *Texto con el poema “la familia triángulo”*
- *Geoplano.*

#### *Cuadros de doble entrada.*

#### *Evaluación.*

Se valora el Intercambio oral con una ficha de observación y se analiza la producción grupal de los alumnos mediante una rúbrica de autoevaluación.

### ***Actividad 3. Construcción de los triángulos:***

***2 horas de clases.***

#### *Objetivo*

*Construir distintas clases de triángulos utilizando instrumentos de precisión para fomentar el dominio sobre los rasgos que los diferencian.*

#### *Actividad previa:*

Buscar en la Web la imagen del supergeométrico, sacar una fotocopia y llevarla a clase.

Actividades de motivación e introducción al tema:

*Observación del supergeométrico, identificar tipos de triángulos, y contarlos en cuanto sea posible.*



Entrega de instrucciones para construir triángulos.

Revisión del material para construcción.

*Actividad en equipos*

Se forma 9 equipos de 4 estudiantes cuya tarea es construir triángulos; los tres primeros grupos deben hacerlo conociendo sus tres lados; otros 3 grupos deberán hacerlo conociendo dos lados y el ángulo comprendido entre ellos, y los 3 grupos restantes deberán construirlos conociendo dos ángulos y el lado común. Luego procederán a compararlos para comprobar si están iguales.

Al término deberán llenar un cuestionario de preguntas para la reflexión sobre la actividad

*Materiales*

Copia individual del supergeométrico.

Triángulos.

Geoplano

Tijeras

Regla, escuadra, transportador.

Cartulina, o Fomix

*Evaluación.*

Se analiza la producción grupal que consiste en construir diferentes tipos de triángulos, clasificándolos por sus lados y ángulos a la vez, el instrumento aplicado es la rúbrica de evaluación

***Actividad 4. Líneas notables en el triángulo:***

***4 horas de clases***

*Objetivo*

Utilizar las líneas y los puntos notables para aprender a solucionar situaciones en contextos matemáticos y no matemáticos.

*Actividad previa:*





Hacer una visita al parque de los Leones del Cantón Milagro que tiene forma triangular, imaginar que se tiene la tarea de instalar un gran carrusel infantil en el centro del parque explique cómo va a hacer para ubicarlo en el punto exacto.

*Actividades de motivación e introducción al tema:*

Recabar información de la visita al parque, escuchar las propuestas de solución, anotarlas en la pizarra y empezar a trabajar sobre las que tienen mayor fundamento teórico.

*Actividad en equipos*

Formar 6 equipos de 6 estudiantes cada uno para ejecutar la técnica del rompecabezas que consiste en realizar la tarea en dos momentos diferenciados y con grupos de distinta conformación.

A todos los grupos se le asigna la tarea de estudiar y aplicar lo concerniente a las líneas notables en tanto que los grupos 1 y 2 estudian el ortocentro, el grupo 3 lo que corresponde al incentro, el grupo 4 el circuncentro y los grupos 5 y 6 el baricentro. Cada grupo recibe la hoja de tareas que incluye reconstrucción de triángulos en el Geoplano, estudio de las alturas de los mismos, plegado, resolución de cuestionarios y el estudio de uno de los puntos notables previamente señalados.

Los estudiantes comienzan a trabajar en el grupo llamado “de aprendizaje” allí elaboran el conocimiento, resuelven los problemas que se pueden presentar y se preocupan de que todos tengan la misma preparación porque luego cada uno de ellos asistirá a un nuevo grupo en calidad de representante del grupo anterior y de expositor de este modo en esta segunda etapa del trabajo grupal se transfiere todo el conocimiento a los demás grupos y se recibe la nueva información que estaba en poder de los primeros equipos. En esta segunda la actividad se llama rompecabezas. Al



final un representante de cada uno de los nuevos grupos expone en plenaria, lo que captó de los grupos de aprendizaje.

#	Grupos de aprendizajes					
A	1	2	3	4	5	6
B	7	8	9	10	11	12
C	13	14	15	16	17	18
D	19	20	21	22	23	24
F	25	26	27	28	29	30
G	31	32	33	34	35	36

#	A	B	C	D	E	F
Grupo rompecabezas	1	2	3	4	5	6
	7	8	9	10	11	12
	13	14	15	16	17	18
	19	20	21	22	23	24
	25	26	27	28	29	30
	31	32	33	34	35	36

### *Materiales*

Texto de la asignatura página 197, Geoplano, cartulina para diseñar plegados, hoja de trabajo

### *Evaluación.*

Observación del desempeño en los dos momentos de la actividad y consignar los resultados en una rúbrica de evaluación grupal.

### ***Actividad 5. Propiedades relacionadas con los ángulos y los lados del triángulo:***

#### ***4 horas de clases/***

#### *Objetivo*

Distinguir los tipos de triángulos, y conocer las principales propiedades de sus ángulos y sus lados para reflexionar en sus usos prácticos

#### *Actividad previa*

Construir en papel, diferentes tipos de triángulos y traerlos recortados de la casa.

#### *Motivación e introducción al tema*



Enumerar los vértices separar los vértices recortando los triángulos, unir los vértices y pegarlos sin dejar espacios entre ellos y finalmente predecir, con ayuda del docente, su uso práctico.

### *Actividad en pareja*

Completar una tabla donde se solicita las medidas de los ángulos interiores faltantes. Sacar conclusiones acerca de la suma de los ángulos interiores de cualquier tipo de triángulo. Construir triángulos con sorbetes, respetando las medidas entregadas por el docente

Reflexionar con el compañero sobre: los tipos de triángulos que se han logrado construir e identificarlos según sus ángulos y lados. Analizar: en caso de que un triángulo no se pueda construir, ¿qué condición debería ser modificada? Escribir conclusiones y finalmente uno de los integrantes de cada pareja presenta sus resultados.

### *Materiales*

Texto de la asignatura: página 203

Materiales concretos de libre elección.

Sorbetes

Graduador

### *Evaluación*

Se valora el progreso de los estudiantes en base a sus intervenciones para comprobar el logro de sus aprendizajes. Se escriben los resultados en una lista de cotejo.

Se observa las construcciones de material concreto y se verifica la propiedad.

### ***Actividad 6. Congruencia entre triángulos:***

***3 horas de clases***

### *Objetivo*

Conocer las similitudes entre los triángulos congruentes según las medidas de sus lados y sus ángulos.



*Actividad previa*

Observación de láminas

Motivación e introducción al tema

Intercambio oral entre los estudiantes, deducción de los posibles usos prácticos de los triángulos congruentes

*Actividad*

Trabajo en grupos de 4 estudiantes. Revisión de los ejemplos del libro de 9no grado, análisis de los ejercicios resueltos y desarrollo del taller. Explicación por parte de un representante de cada grupo de las conclusiones a las que llegaron en su grupo.

*Materiales*

Texto de la asignatura página 205

Láminas

Reglas

Graduador

*Evaluación*

Se aplicará una hoja de cotejo para evaluar la observación y una rúbrica para evaluar el taller.

***Actividad 7. Evaluación:***

***1 hora de clases***

*Objetivo*

Demostrar y reforzar los conocimientos adquiridos durante el desarrollo de esta unidad

*Actividad previa*

Entregar instrucciones para la ejecución de la prueba

*Actividad*

Desarrollo de la prueba

*Materiales*

## Hoja de examen

**3. B. Resultados del aprendizaje de los alumnos.**

Se diseñó un proceso didáctico de corte constructivista, basado en las actividades propuestas en el libro de 9no. Grado, avalado por el Ministerio de Educación del Ecuador, que ofrece una presentación atractiva, muchos ejemplos y talleres con actividades orientadas a desarrollar distintas destrezas y habilidades necesarias para fomentar el pensamiento formal y el razonamiento deductivo-hipotético.

- ❖ El resultado es satisfactorio, los estudiantes aportaron con una buena disposición para recurrir a los conocimientos previos y utilizarlos en los contextos de aprendizaje.
- ❖ Aceptaron participar en las tareas de grupo con espíritu de colaboración, con una escucha activa frente a las instrucciones y deseos de trabajar con eficacia.
- ❖ Incrementaron sus participación verbal ya sea haciendo consultas o dando respuestas que demandaban memoria, análisis reflexión y argumentación.
- ❖ Mostraron valores como la solidaridad y la ayuda mutua. reduciéndose durante las tareas de grupo las formas de interrupción y acoso escolar.
- ❖ La calidad de las tareas encomendadas fue notable, se presentaron eventos de autocorrección, autoevaluación y metacognición a partir de sugerencias de otros compañeros.
- ❖ La relación docente-estudiante se fundamentó en la orientación, la retroalimentación y el diálogo.



### **3. C. Descripción del tipo de interacción.**

Este diseño metodológico se preocupó de tomar en cuenta las relaciones alumno-alumno y alumno-docente, alumno-conocimiento, creando un clima de diálogo, para que los jóvenes no tengan reparos en preguntar cuantas veces sea necesario lo pertinente a la resolución de las tareas y a la comprensión de los conceptos. Al respecto Inbernón, (2010) afirma:

El proceso de enseñar y el de aprender requieren de la integración de todos estos tipos de relaciones y para ello es necesario el papel activo del alumnado en su propio desarrollo, el apoyo también activo y mediador del profesorado, y de otros actores sociales, en la organización de las actividades o tareas. (p 2)

También se abrieron canales para la comunicación informal con los colegas y demás miembros de la comunidad educativa cuyas relaciones son imprescindibles ya que según Inbernón, (2010) “los agentes externos contribuyen a la mejora de los procesos y a la motivación”.

La relación entre los alumnos se construyó al interior de los grupos donde se fomentó el espíritu colaborativo, deseos de formar parte de un trabajo eficiente, lo cual no impidió situaciones de aislamiento voluntario que necesitaron atención individualizada.

### **3. D. Dificultades observadas.**

El tiempo será siempre el gran impedimento para realizar una tarea de calidad, en el caso de esta implementación se aumentaron los periodos al doble de lo que normalmente se destina para instaurar un determinado contenido, sin embargo siempre quedaron pendientes exposiciones, hubo que acelerar la entrega de las tareas; frente a esta situación, los perdedores son los estudiantes de lento aprendizaje, o aquellos que por comportamiento disruptivo, tardan en incorporarse a cualquier actividad.



Se encontraron estudiantes que carecían de los fundamentos básicos para realizar aprendizajes sobre las líneas notables, los puntos, las propiedades y la congruencia, a pesar de que son temas que han sido tratados en años anteriores.

Los esfuerzos por nivelar a los estudiantes suelen ser infructuosos, debido a que a la falta de conocimientos acompañan un autoconcepto que los hace percibirse como imposibilitados de cumplir desafíos que no son insalvables.

Es preocupante la dificultad que representa el que los estudiantes no cuenten al momento de trabajar en clase, con los instrumentos básicos necesarios para realizar una actividad práctica, las razones son probablemente, los escasos recursos económicos de las familias de donde proceden, pero reflexionado sobre el bajo costo y fácil acceso de los materiales de geometría, se tiende a pensar que su carencia tiene que ver con desmotivación, indiferencia, actitudes desafiantes, excesiva confianza en poder trabajar sin instrumentos y otras razones que dan como consecuencia: incumplimiento, tareas incompletas, perturbación de las actividades de otros y finalmente calificaciones insuficientes.

La carencia de recursos tecnológicos impiden que los estudiantes accedan a formas de aprendizajes más modernas, fáciles, creativas, con menos obstáculos, contar con una o dos computadoras en una institución no constituyen un progreso, por el contrario evidencian la necesidad urgente de que todos los estudiantes puedan contar con un ordenador personal que les permita explorar por su cuenta la oferta tecnológica aplicada a las ciencias matemáticas.

Es común encontrar en las aulas estudiantes para los cuales no funciona ninguna actividad motivadora, con ellos es necesario redoblar los esfuerzos para que encuentren razones para incorporarse con interés a las actividades ya sea grupales o individuales, sin embargo muchas veces la tarea resulta infructuosa.



#### **4. Valoración de la implementación y pautas de rediseño de la unidad didáctica**

##### **4. A. Valoración de la unidad didáctica y propuestas de mejora, siguiendo las pautas que cada especialidad ha proporcionado para guiar la práctica reflexiva**

La Unidad Didáctica se diseñó tomando en cuenta las condiciones reales de la institución Educativa donde presto mis servicios, se basó íntegramente en las especificaciones del libro de matemática de noveno grado, y en los conocimientos adquiridos en esta maestría, como metodología se aplicó el constructivismo el aprendizaje participativo y el aprendizaje experiencial aunque hay que reconocer que los estudiantes aún no están preparados para intervenir de manera autónoma en su propio aprendizaje. Como recursos se utilizaron: la información de la web, especialmente para generar interés por los temas que se desarrollaron, las lecturas e imágenes del libro, los instrumentos básicos para el dibujo y construcción de los triángulos. El resultado de la implementación fue satisfactorio y cualitativamente superior al que se suele obtener en condiciones de trabajo cotidiano.

Es necesario poner en evidencia que todo diseño didáctico depende de un diseño institucional innovador, de lo contrario sería un esfuerzo aislado en definitiva improductivo. Este rediseño debe estar centrado

- En la colaboración de los docentes y directivos.
- La participación de los padres de familia.
- El consenso en la toma de decisiones.
- La comunicación entre todos los niveles jerárquicos.
- El desarrollo de liderazgos efectivos.
- El clima favorable del aula





Mientras se ejecutaba este proyecto procedí a tomar nota de los aspectos que en un rediseño deberán ser considerados como por ejemplo la incorporación de las TICs, ya que Las tecnologías de la información y la comunicación debidamente utilizadas permiten aprovechar todas sus aplicaciones para facilitar el aprendizaje, la interacción, el descubrimiento, la demostración, la verificación de resultados. Geogebra es una plataforma virtual, un software interactivo calificado como uno de los mejores recursos para aprender geometría de manera dinámica, al mismo tiempo armoniza el cálculo y el álgebra transformando así, el modo de aprender los fundamentos de la geometría, integra una serie de posibilidades, tanto para el docente como para el estudiante y aunque su manejo no es completo ni frecuente, debido a las limitaciones económicas y técnicas de las instituciones fiscales, la tendencia indica que en pocos años se convertirá en un instrumento de uso diario.

La modelización es una tendencia en la enseñanza de la matemática que se implementará en el rediseño ya que permite partir de problemas reales para darles soluciones matemáticas. En este caso lo que cuenta para el aprendiz es el significado, no tanto las técnicas, finalmente el estudiante interpreta el proceso y los resultados para validarlos. Este proceso le ayudará a organizar su pensamiento sobre el entorno, con rigurosidad matemática.

Las metodologías participativas donde el estudiante asume las tareas, ya sea de forma individual o colectiva serán implementadas ya que tiene su inicio en las experiencias concretas que ayudan a formar las primeras percepciones sobre el tema que se está tratando, luego se pasa a la etapa en la cual se comparte las percepciones de esas experiencias, dándoles nuevos significados que permiten arribar a la formación de los conceptos y la construcción de la teoría, para finalmente realizar aplicaciones sobre lo aprendido. (Medina, 2015) El trabajo de grupo sigue siendo el más recomendable para propiciar el aprendizaje, ya que favorece el compromiso de los más adelantados y facilita la tutoría de los chicos que se van quedando rezagados pero tienen deseos de aprender.



El aprendizaje experiencial marca una línea de trabajo que incorpora el aprovechamiento de las experiencias concretas, la reflexión y la observación de las mismas para luego ascender a un nivel de abstracción donde se puedan formar los conceptos de la ciencia matemática para culminar en la aplicación y la experimentación activa en nuevas situaciones. Esta metodología rompe con el tradicionalismo, la rigidez para dar paso a procesos grupales. Colaborativos, promover el surgimiento de liderazgos dentro del aula y el interés por comprometerse en un aprendizaje basado en problemas. El aprendizaje de los triángulos se inicia con conocimientos muy básicos y estudiados de los primeros grados de educación pero en la medida que se profundiza en ellos, se descubren las posibilidades de proponer nuevas experiencias de mayor profundidad que dan como resultado el dominio de un amplio sector del saber matemático.

Las estrategias constructivistas serán revisadas con el fin de promover que el estudiante se convierta en diseñador, constructor y evaluador de su propio aprendizaje, también es necesario revisar el rol del docente de tal manera que limite su intervención a lo estrictamente necesario.

Integrar temas transversales relacionados con valores como la equidad, la solidaridad, la colaboración para propiciar las buenas relaciones entre los estudiantes, el intercambio de ideas la coevaluación, la producción grupal.

## **5. Reflexiones finales**

### **5. A. Valoración de los aprendizajes adquiridos a partir de las asignaturas troncales de la maestría.**

Desde el punto de visto psicológico esta maestría recalca la importancia de la adquisición de las operaciones formales como característica de la adolescencia, de acuerdo a los planteamientos de Jean Piaget, en este periodo el joven comienza a pensar de manera hipotética y a utilizar el



razonamiento deductivo como un recurso para el aprendizaje de las matemáticas; por supuesto no es una fase arbitraria, demanda un seguimiento de parte del docente para constatar que se han cumplido la etapa de las operaciones concretas (Moreno, 2010).

Es necesario reconocer por la experiencia diaria que el aprendizaje de las matemática incide en el ámbito emocional del estudiante y en algunos casos esta afectación puede resultar excesiva cuando el joven rechaza este aprendizaje porque se siente impotente, incapaz de satisfacer las expectativas del docente y esto incluso afecta al rendimiento escolar de las demás asignaturas, en este caso el profesor debe asumir una actitud profesional, no sentirse ni víctima ni agredido, se deben entender los conflictos como oportunidades de crecimiento para el alumno, no es necesario imponer la autoridad, sino intervenir de forma planificada sin temor y sin reacciones emocionales negativas que generan actitudes defensivas (Moreno, 2010)

El docente es un profesional que a lo largo de la historia de la educación ha desempeñado un papel transformador, si bien es cierto su actividad ha estado regulada desde los círculos de poder, ya sea eclesiástico en las primeras épocas cuando la enseñanza era una actividad vinculada a la formación religiosa o político cuando se descubrió la capacidad de la enseñanza como mecanismo para reproducir la sociedad, siempre al servicio de un grupo y en perjuicio del resto de la sociedad.

En esos escenarios varios, el docente ha logrado ser, desde la versión secular de un sacerdote según Durkeim mencionado por Martínez (2017), pasando por ser el representante de la moral y las buenas costumbres; en otras épocas se lo ha tomado como un simple burócrata y en los tiempos actuales, su papel es multifuncional, llamado a cubrir las fallas del entorno familiar o a remendar el tejido social, ya sea como consejero, líder, psicólogo, enfermero, mediador. Algunos autores como Erik O. Wright (1985) “consideran que el profesorado ocupa una posición contradictoria de clase social que lo sitúa entre la clase media y entre la clase trabajadora” (Martínez, 2017, p. 81)



La metodología es el instrumento clave, generador de cambios, la educación en cuanto a la metodología podría dividirse en dos estilos muy diferenciados: el tradicional, expositivo, centrado en el docente, vertical, memorista y el estilo participativo, que aún no termina de imponerse, pero que está dando importantes resultados frente a una educación que cada vez encuentra menos alternativas, cuando trata de permanecer en el pasado, me refiero al estilo participativo, colaborativo, horizontal, inclusivo, reflexivo, crítico y sobre todo centrado en el estudiante.

El método expositivo, magistral, vinculado con el tradicionalismo quizás erróneamente porque su éxito no depende del método sino de cómo se lo aplique, tiene que ver con la personalidad y la intencionalidad del docente, puede ser una manera de afirmar la autoridad como también de dar paso a un proceso dialógico (Cros, 1996). En tanto que el maestro le dé importancia al destinatario que es el estudiante. El valor de este método es innegable, incluso en asignaturas como la matemática donde se cree erróneamente que solo se trata de hacer ejercicios y resolver problemas. El diálogo también puede ser constructivista en la medida que da insumos al estudiante para elaborar sus propias teorías o encontrar sus caminos para la resolución de problemas. Obviamente la metodología participativa es superior en cuanto permite que el estudiante tenga la oportunidad de construir su conocimiento, compartirlo y luego reflexionar sobre él mediante la meta cognición.

### **5. B. Valoración de los aprendizajes adquiridos a partir de las asignaturas de la especialidad.**

Dado que el aprendizaje de las matemáticas tiene muchas dificultades, algunas originadas en el rigor de esta asignatura y otras que proceden de problemas con la didáctica aplicada, es importante reconocer el aporte de este curso de maestría para alcanzar un nivel de dominio en cuanto a la forma de interrelacionarse con los estudiantes para hacer de las matemáticas una asignatura de fácil



comprensión y aplicación constante en situaciones cotidianas así como en el campo de la ciencia y la tecnología.

La resolución de problemas como metodología ha generado un cambio en la forma de enseñar y aprender matemáticas, ya no solo se trata de ejercitar la mente y almacenar fórmulas sino de enfrentar cada problema planteado como un desafío y tratando de buscar una estrategia que no siempre es igual a otra pero que lleva a la resolución.

Como afirma, Abrisqueta, (2003), los problemas están en la vida diaria, en las experiencias familiares y escolares, así como en el ámbito científico o laboral. Lo importante es que cada problema sea integrado, que abarque diversos temas y que su procedimiento y razón para resolverlo sea significativo.

Otro aspecto importante de esta maestría es el interés manifiesto acerca de la comunicación en matemáticas. Muchas personas opinan que lo que cuenta en esta asignatura es la resolución de problemas, pero para que un resultado pueda ser aceptado por la comunidad científica debe ser transmitido con argumentos convincentes (Abrisqueta, 2003), es común el estudiante que presenta la respuesta correcta pero no puede explicar el proceso porque carece de competencias comunicativas. Por eso es necesario conocer que el docente de matemática también está llamado a crear en su aula un ambiente de diálogo, de discusión; donde se expresen argumentos, análisis, conclusiones.

Los docentes de matemática quizás más que los de otras asignaturas pecan en fragmentar los contenidos, no es habitual transmitir a los estudiantes la idea de que aquello que están aprendiendo está conectado con saberes que adquirió, incluso antes de entrar a la escuela y con los que adquirirá en el futuro; es importante que se trabaje con un sentido de conexión, eso les permitirá aplicar conocimientos adquiridos en un contexto determinado, en situaciones nuevas. Afirma Abrisqueta,



(2003) que “si los estudiantes adquieren una visión de las matemáticas como un todo conectado e integrado, disminuirá la tendencia a considerar por separado conceptos y destrezas”.

La importancia del uso de los contextos es determinante, no solo para la resolución de los problemas matemáticos sino para favorecer la fase de motivación, exploración y desarrollo del aprendizaje ya que le permitirá entender el uso práctico de la matemática, no solo en el presente sino a lo largo de la historia de esta ciencia. Es interesante el análisis de Van Reeuwijk, (1997) que afirma que no siempre los contextos de un problema tienen que provenir de la realidad o la vida cotidiana, así como tampoco es real que un contexto artificial necesariamente carezca de sentido. Artificial no significa forzado, un cuento de hadas puede tener sentido para un niño y no pertenecer a la vida real.

En cuanto a la investigación e innovación sobre la práctica docente del profesor de matemática, cabe la pregunta ¿cómo enseñar mejor esta asignatura? Para responderla es necesario investigar los procesos mentales del niño o joven que aprende para encontrar las pistas sobre cómo y cuándo enseñar. La investigación también debe dirigirse al mismo centro educativo, ya que este, con sus normas, instructivos y orientaciones, proporcionan información sobre cómo enseñar matemáticas. Al respecto, Font y Godino, recalcan la importancia de dominar la asignatura, ya que según ellos, “Ninguna formación pedagógica, psicológica ni didáctica puede suplir una débil formación del futuro profesor de matemática en cualquier nivel”. (Font y Godino, 2010, p. 2)

### **5. C. En relación a lo aprendido durante el TFM.**

Crear un ambiente de aprendizaje constructivista implica un desafío que nos pone frente a una realidad que aún se niega a cambiar. Como docentes de matemática estamos llamados a propiciar un clima de trabajo altamente satisfactorio, que genere mayor grado de compromiso con las tareas propuestas. Este proyecto ha permitido que los estudiantes asuman roles activos durante el



aprendizaje, que se eleve la calidad de las preguntas que realizan durante las tareas colaborativas, que se cambie la percepción de que las matemáticas son aburridas, e innecesarias, que sean capaces de autocorregirse y de mostrar solidaridad con sus compañeros.

El trabajo de Fin de Master ha proporcionado la oportunidad de crear un proyecto dentro de la realidad concreta en la que cada maestrante se desenvuelve, esto ha permitido seleccionar una temática, diseñar las estrategias y aplicarlas, pero lo más importante, realizar una evaluación continua, no solo de los resultados del aprendizaje sino también del estilo de enseñanza, la validez de las técnicas y recursos empleados.

La etapa de rediseño significó también una experiencia, en primer lugar de autoevaluación, constante, luego tomar la decisión de desaprender para volver a aprender en base a toda la información recibida en este Master y hacer una propuesta realista pero aplicable que se base en la construcción del conocimiento en torno al perfeccionamiento de las prácticas constructivistas, uso de recursos tecnológicos como el *Geogebra*, procesos de modelización, trasnversalización de valores y procesos permanentes de coevaluación.

## Referencias

- Abrisqueta, P. (2003). Principios y estándares para la educación matemática. *Thales*(57), 497-498.
- Contreras, W. (2008). *Arte con triángulos*. Obtenido de Steemit:  
<https://steemit.com/art/@wilmerycontreras/arte-con-triangulos>
- Cros, A. (enero-Marzo de 1996). La Clase Magistral. *Signos, Teorías y Prácticas de la educación.*, 22-29.
- Danilo94. (2009). *Mapa con la ubicación del triángulo de las Bermudas*. Obtenido de  
<https://www.saberespractico.com>: <https://www.saberespractico.com/curiosidades/donde-esta-el-triangulo-de-las-bermudas/>
- De Ketele, J. (1984). *observar para educar*, . Visor.
- Espinoza de los Monteros, J. (2000). *Diccionario de matemáticas*. Madrid, España: Cultural S.A.
- Font, V., & Godino, J. (2010). *Inicio a la investigación en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato*. Barcelona, España: Grao.
- Google Map. (s.f.). Obtenido de <https://www.google.com.ec/>:  
<https://www.google.com.ec/maps/@-2.0868123,-79.5835058,12.92z?hl=es>
- Hernandez, A. (2018 de julio de 2018). *Poema familia de Triángulos*. Obtenido de Youtube:  
<https://www.youtube.com/watch?v=RWvstHTsvg0&t=46s>
- Inbernón, F. (2010). Los procesos de comunicación y de interacción en la institución. En I. F. (coord), *Procesos y contextos educativos, enseñar en las instituciones de educación secundaria*.
- López, V. (2009). *Evaluación Formativa y Compartida en educación superior. Propuestas técnicas instrumentos y experiencias* . Madrid: Narcea, S.A.



- Martínez, X. (. (2017). *Manual de sociología de la educación*. Universidad de Barcelona , Master de formación del profesorado de educación secundaria del Ecuador . Barcelona :
- Departamento de Sociología.
- Medina, J. (2015). *Metodología participativa en el aula, estrategia de participación del alumnado*. Barcelona .
- Ministerio de Educación. (Mayo de 2011). *Matemáticas de acuerdo al currículo de Ed. General Básica, 9no* . Recuperado el 15 de junio de 2018, de <https://educacion.gob.ec/>:  
[https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2012/08/guia\\_matematica\\_noveno\\_ano.pdf](https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2012/08/guia_matematica_noveno_ano.pdf)
- Moreno, A. (2010). Los estudiantes de Educación secundaria, características y contextos de socialización. En C. Coll, *Desarrollo, aprendizaje y enseñanza en la educación secundaria* (págs. 11-30). Barcelona, España : Grao.
- Perich, D. (2007). *Las aventuras matemáticas de Daniel*. Punta Arenas, Chile: Impacto cl.
- Quishpe, M. (2018). ejercicios varios . Ecuador.
- RAE. (s.f.). *Enclave Rae*. Recuperado el 20 de junio de 2018, de <http://dle.rae.es/srv/fetch?id=abeu2IU>: <http://dle.rae.es/srv/fetch?id=abeu2IU>
- Van Reeuwijk, M. (abril de 1997). Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas. *UNO: Revista de didáctica de las matemáticas*. (12), 9-16.
- wikipedia. (s.f.). *Triángulo*. Recuperado el 20 de junio de 2018, de <https://es.wikipedia.org/>:  
<https://es.wikipedia.org/wiki/Tri%C3%A1ngulo>

**HOJA DE COTEJO DE AUTOEVALUACIÓN DEL ESTUDIANTE DEL TRABAJO****FIN DE MÁSTER 2017-2018.****OPCIÓN A**

Tal y como se indica en la guía del TFM, el estudiante debe realizar una autoevaluación sobre el proceso y la elaboración del TFM. Dicha evaluación tendrá un valor de 1,5 puntos sobre la calificación final (sobre 10). Para facilitar la tarea al estudiante, el equipo de coordinación del TFM diseñó esta hoja de cotejo de autoevaluación. En ella se encuentran reflejados todos los indicadores que deben ser tenidos en cuenta por el docente a la hora de puntuar su actuación, divididos en dos apartados. En primer lugar, una valoración de las actividades realizadas durante la elaboración del TFM. En segundo lugar, contiene indicadores para reflexionar sobre la versión final del TFM

A cada uno de los indicadores les corresponden cuatro niveles de concreción (A, B, C y D) que concretan de forma graduada desde un mínimo hasta un máximo nivel de logro. De modo orientativo, recomendamos que el estudiante asigne un valor numérico comprendido en el 0-10 en la columna de la derecha para cada uno de los indicadores. Estos indicadores servirán de guía al docente a la hora de asignarse una nota global sobre 1,5 (que equivale al peso de la autoevaluación del alumno que se especifica en la guía). Esta nota final debe incluirse al final de la hoja de cotejo, en el apartado correspondiente dentro del TFM.



Recuerden incluir la siguiente hoja en la versión final de su trabajo

	Apartados	Indicadores	A	B	C	D	Puntuación (0-10)
	<b>Actividades realizadas durante la elaboración del TFM</b>	Tutorías presenciales	Falté a las tutorías sin justificar mi ausencia.	Falté a las tutorías presenciales y sí justifiqué mi ausencia.	Asistí a las tutorías presenciales sin prepararlas de antemano.	Asistí a las tutorías presenciales y preparé de antemano todas las dudas que tenía. Asimismo, planifiqué el trabajo que tenía realizado para contrastarlo con el tutor/a.	10
		Tutorías de seguimiento virtuales	Ni escribí ni contesté los mensajes del tutor/a.	Fui irregular a la hora de contestar algunos mensajes del tutor/a e informarle del estado de mi trabajo.	Contesté todos los mensajes virtuales del tutor/a y realicé algunas de las actividades pactadas en el calendario previsto.	Contesté todos los mensajes virtuales del tutor/a realizando las actividades pactadas dentro del calendario previsto y lo he mantenido informado del progreso de mi trabajo.	10
	<b>Versión final del TFM</b>	Objetivos del TFM	El trabajo final elaborado no alcanzó los objetivos propuestos o los ha logrado parcialmente.	El trabajo final elaborado alcanzó la mayoría de los objetivos propuestos.	El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos.	El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos y los ha enriquecido.	10
		Estructura de la unidad didáctica implementada	La unidad didáctica implementada carece de la mayoría de los elementos de la programación (objetivos, contenidos	La unidad didáctica implementada contiene casi todos los elementos de la programación (objetivos,	La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de	La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de	10



		según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	evaluación) y además incluye información sobre aspectos metodológicos, necesidades educativas especiales y el empleo de otros recursos.	
	Implementación de la unidad didáctica	El apartado de implementación carece de la mayoría de los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla casi todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, gestión de la interacción y de las dificultades en la actuación como profesor), además de un análisis del contexto y de las posibles causas de las dificultades.	10
	Conclusiones de la reflexión sobre la implementación	Las conclusiones a las que he llegado sobre la implementación de la unidad didáctica son poco fundamentadas y excluyen la práctica reflexiva.	Las conclusiones a las que he llegado están bastante fundamentadas a partir de la práctica reflexiva, pero algunas resultan difíciles de argumentar y	Las conclusiones a las que he llegado están bien fundamentadas a partir de la práctica reflexiva, y son coherentes con la secuencia y los datos obtenidos.	Las conclusiones a las que he llegado están muy bien fundamentadas a partir de la práctica reflexiva porque aportan propuestas de mejora contextualizadas a una realidad concreta y son coherentes con todo el diseño.	10



			mantener porque son poco reales.			
	Aspectos formales	El trabajo final elaborado carece de los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y no facilita su lectura.	El trabajo final elaborado casi cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.), pero su lectura es posible.	El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y su lectura es posible.	El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y ha incorporado otras que lo hacen visualmente más agradable y facilitan la legibilidad.	10
	Redacción y normativa	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales dificultan la lectura y comprensión del texto. El texto contiene faltas graves de la normativa española.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales facilitan casi siempre la lectura y comprensión del texto. El texto contiene algunas carencias de la normativa española.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan a la lectura y comprensión del texto. El texto cumple con los aspectos normativos de la lengua española, salvo alguna errata ocasional.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan perfectamente a la lectura y comprensión del texto. El texto cumple con los aspectos normativos de la lengua española y su lectura es fácil y agradable.	10
	Bibliografía	Carece de bibliografía o la que	Se presenta una bibliografía básica	Presenta una bibliografía completa y muy	Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los	10



			se presenta no cumple los requisitos formales establecidos por la APA.	que, a pesar de algunos pequeños errores, cumple los requisitos formales establecidos por la APA	actualizada, que cumple los requisitos formales establecidos por la APA.	requisitos formales establecidos por la APA de forma excelente.	
	Anexo		A pesar de ser necesaria, falta documentación anexa o la que aparece es insuficiente.	Hay documentación anexa básica y suficiente.	Hay documentación anexa amplia y diversa. Se menciona en los apartados correspondientes.	La documentación anexa aportada complementa muy bien el trabajo y la enriquece. Se menciona en los apartados correspondientes.	10
	Reflexión y valoración personal sobre lo aprendido a lo largo del máster y del TFM		No reflexioné suficientemente sobre todo lo que aprendí en el máster.	Realicé una reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa.	Realicé una buena reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a modificar concepciones previas sobre la educación secundaria y la formación continuada del profesorado.	Realicé una reflexión profunda sobre todo lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a hacer una valoración global y me sugirió preguntas que me permitieron una visión nueva y más amplia de la educación secundaria y la formación continuada del profesorado.	10

Nota final global (sobre 1,5):



## ANEXOS

### Anexo 1: RÚBRICA PARA EVALUAR TRABAJOS EN EQUIPO

	DAAR	AAR	PAAR	NAAR
<b>ORGANIZACIÓN</b>	Atiende las disposiciones para formar el grupo. Se incorpora rápidamente al grupo correcto. Acepta integrar grupos diferentes.	Atienden las disposiciones pero no las cumplen todas, esperan que alguien tome la iniciativa para formar el grupo, acepta integrarse a nuevos grupos pero bajo protesta.	Atienden parcialmente las disposiciones. Se equivocan de grupo. Retrasan el inicio por que tardan en llegar. Prefieren trabajar con sus amigos	No ponen atención a las disposiciones Son los últimos en incorporarse o no se incorporan nunca. Se niegan a trabajar con grupos diferentes.
<b>LIDERAZGO</b>	Asumen la tarea con responsabilidad. Orientan a sus compañeros. Solicitan información oportunamente.	Asumen la tarea con responsabilidad, pero a veces desorienta a sus compañeros. Solicitan información oportunamente.	Asumen la tarea parcialmente. Suelen desorientar a sus compañeros con indicaciones contrarias. Solicitan información cuando se acaba el tiempo señalado.	No asumen la tarea, dejan que los demás trabajen por él. Utilizan celular, o hacen tareas de otras asignaturas. Se mantiene al margen de las indicaciones iniciales.
<b>PARTICIPACIÓN</b>	Se muestran amigables, colaboradores, solicitan la palabra con frecuencia. Sus opiniones se	Se muestran amigables, colaboradores, pero no solicitan la palabra con frecuencia. Sus opiniones no	No se muestran amigables, asumen la tarea en su totalidad hablan sin solicitar la palabra , no la	Se muestra indiferente, o disruptivo, nunca solicita la palabra, cuando habla se refiere a otro tema y



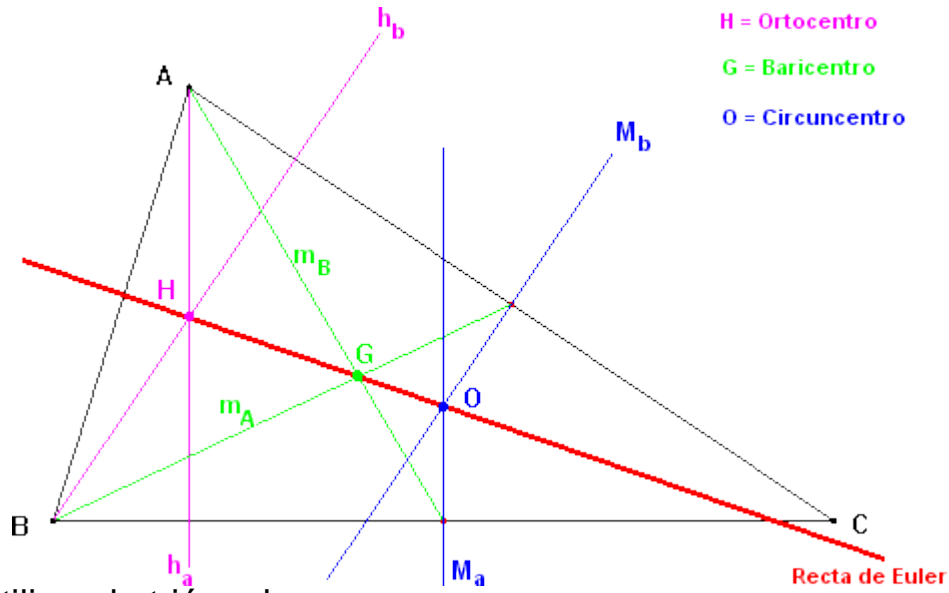
	centran en el tema, respetan las intervenciones de los demás. Tienen sentido del humor.	siempre se centran en el tema, respetan las intervenciones de los demás.	ceden a los demás no aceptan la opiniones ajenas	siempre lo hace al interior del grupo.
PRODUCCIÓN GRUPAL	Realizan las tareas de calidad, siguen las instrucciones del trabajo se esmeran en corregir y perfeccionar, atienden las sugerencias de los demás, solicitan revisiones previas.	Realizan las tareas con calidad. Se saltan las instrucciones. Hacen correcciones al apuro. Atienden sugerencias solo de algunos. No revisiones del docente antes de entregar el trabajo.	Realizan tareas de calidad regular. Ignoran las instrucciones. No hacen correcciones. Atienden sugerencias solo del compañero más cercano,	No interviene en la realización de la tarea. Se niegan a hacer sugerencias. No aporta al final para hacer una posible corrección.



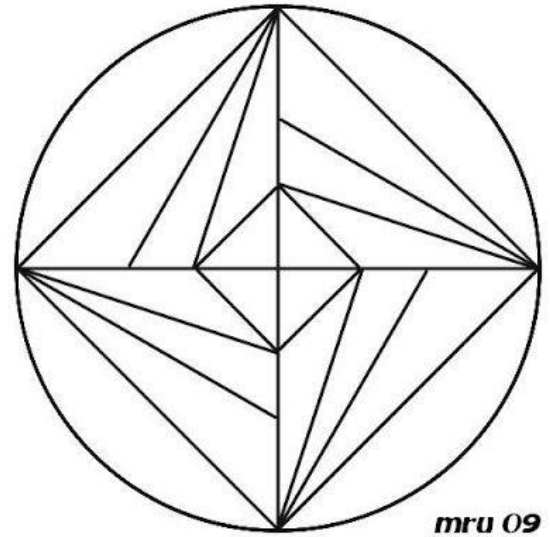
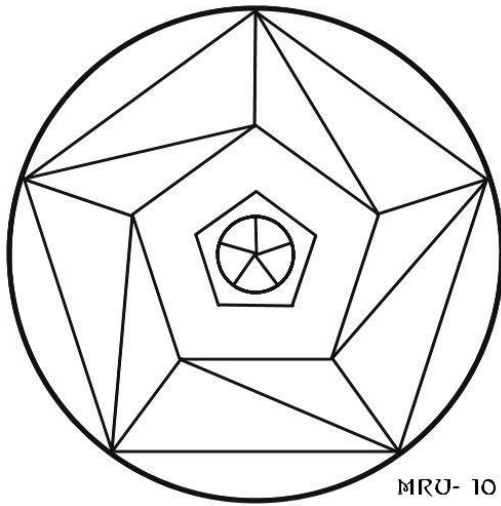
## Anexo 2: LISTA DE COTEJO PARA EVALUAR TRABAJOS INDIVIDUALES

	INDICADORES NÓMINA	Nivel de concentración	Tiempo de ejecución.	Calidad de las preguntas para orientación.	Resultado del trabajo.
1	Carlos	✓			
2	Karina	x			
3	José	✓			
4	Teresa	✓			
5	Miguel	x			
6	Carlos Brito				
7	Lisette Córdova				
8	Dennis				
9	Carmen				
10	Jennifer				
11	Matías				
12	Paola				
13	Susana				
14	Mario				
15	Tania				
16	Alexander				
17	Josefina				
18	Noemí				
19	Rubén				
20	Gerardo				
21	Byron				
22	Andrés				
23	Justine				
24	Carlos Noboa				
25	Janeth Macías				
26	Jonathan Negrete				
27	Miryan				
28	Fernando Macías				
29	Jonathan Quinteros				
30	Johana				
31	Janeth Rodríguez				
32	Fernando Ruiz				
33	Raquel				
34	Rubén				
37	Samuel				
36	Dolores				

**Anexo 3: Investigaciones: Recta de Euler**



Mosaicos utilizando triángulos



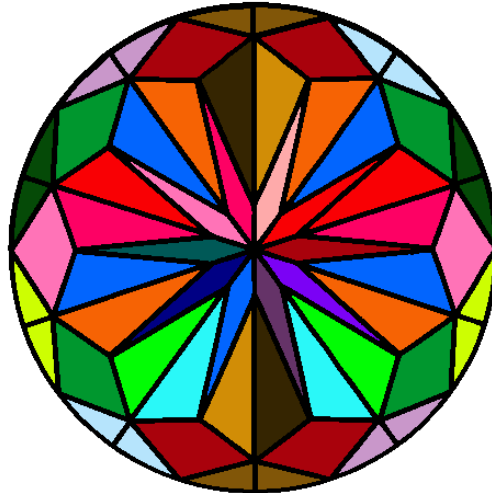
Tomado de (Ministerio de Educación, 2011)

**Anexo 4: Actividades,**

**Escuela de Educación Básica  
ELOY VELÁSQUEZ CEVALLOS**

**Evaluación Diagnóstica**

**Observa la figura, reflexiona y responde a estas preguntas:**



a) ¿De qué figuras

.....  
.....

la?

.....  
.....

b) Dibuja una de cada figura geométrica que has escrito en el literal anterior.

**Responde individualmente a estas preguntas:**

a) ¿Qué es para ti un triángulo?

.....  
.....

b) ¿Qué clases de triángulos conoces?

.....  
.....

c) ¿Qué elementos encuentras en un triángulo? Enliste

.....  
.....

d) ¿Cómo se representan sus elementos?

.....  
.....



**Actividad 1. Triángulo.- definición y elementos:**

**Objetivo:** Definir el concepto triángulo mediante análisis de textos y actividades prácticas para determinar sus elementos esenciales.

Responda individualmente a estas preguntas:

a) ¿Qué es para ti un triángulo?

.....  
.....

b) ¿Qué elementos observas en un triángulo?

.....  
.....

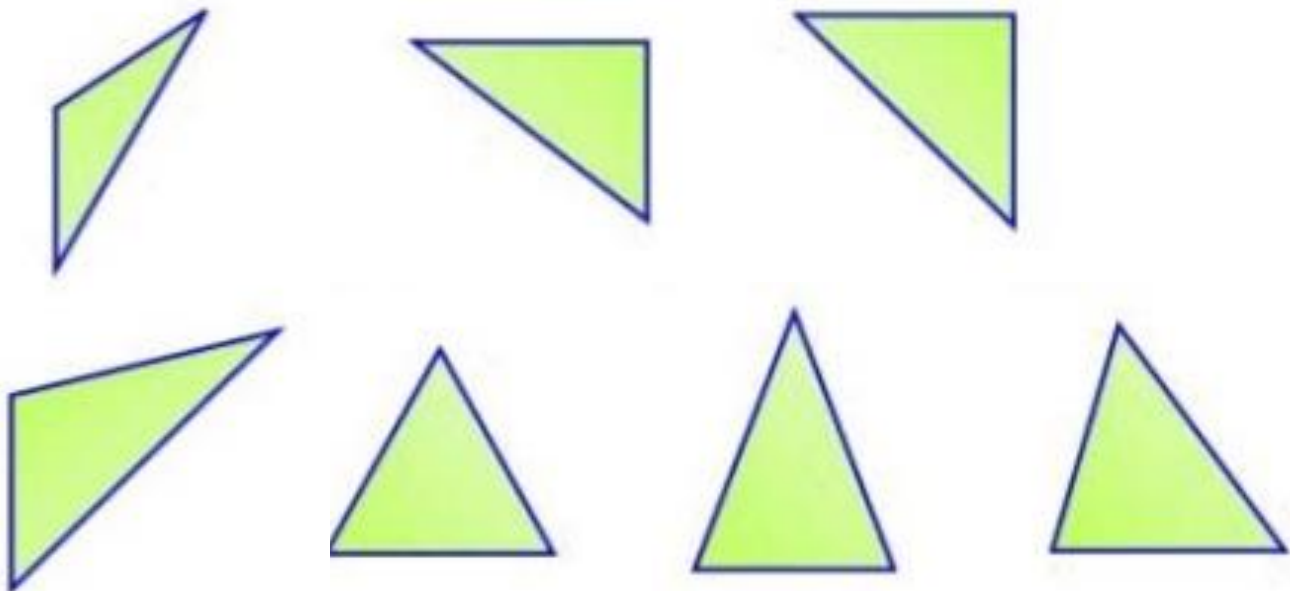
c) ¿Cuántos tipos de triángulos conoces?

.....  
.....

d) ¿Puedes enunciarlos y representarlos?

.....  
.....

Puedes reconocer y enunciar los distintos tipos de triángulos:



## CONFRONTACIÓN ENTRE IGUALES

### Diferentes definiciones de triángulo

Definición 1: Editorial MOLINO

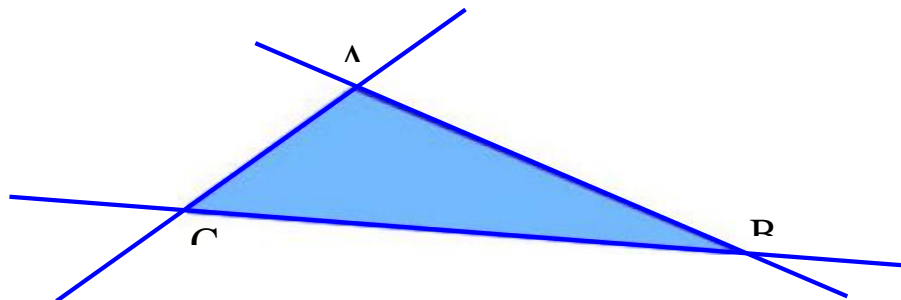
***Un triángulo es una figura bidimensional de tres lados.***

Definición 2: Diccionario de la Real Academia española

***m. GEOM. Figura geométrica formada por tres rectas que se cortan mutuamente, formando tres ángulos.***

Definición 3: <http://es.wikipedia.org>

***Siendo A, B y C tres puntos de un plano no alineados, se llama triángulo ABC a la intersección de los ángulos ABC, CAB y BCA.***





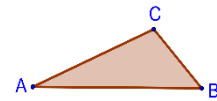
## SÍNTESIS DE LA DEFINICIÓN DE TRIANGULO Y SUS PARTES

1.- Une los diferentes componentes de las columnas como creas necesario.

PARTES	DEFINICIÓN	REPRESENTACIÓN
--------	------------	----------------

ALTURA

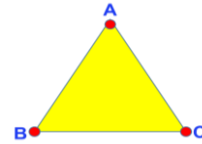
Es cada uno de los puntos en el que se cortan o intersectan dos lados del triángulo.



$\overline{AB}$   
 $\overline{BC}$   
 $\overline{CA}$

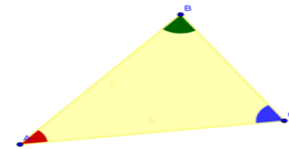
LADOS

Es el segmento de recta que une dos vértices del triángulo.



VÉRTICES

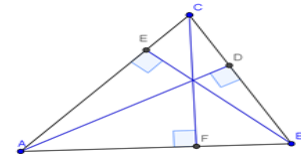
Es la región del plano comprendida por dos de los lados de un triángulo.



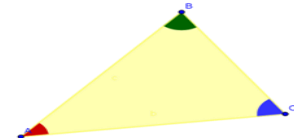
$\angle A$   
 $\angle B$   
 $\angle C$

ÁNGULOS

Es el segmento trazado desde un vértice y que es perpendicular a su lado opuesto.



$\overline{AD}$   
 $\overline{BE}$   
 $\overline{CF}$

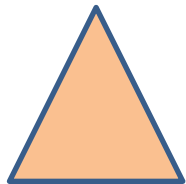


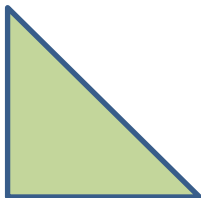
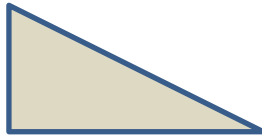
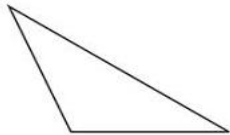



$\angle A$   
 $\angle B$   
 $\angle C$

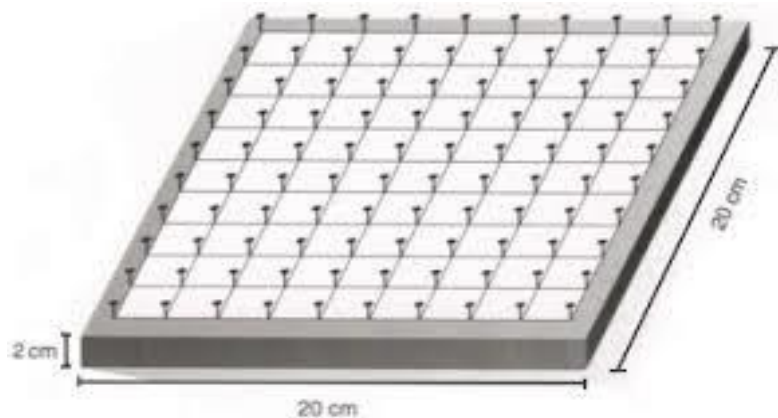
## Actividad 2. Clasificación de los triángulos:

**Objetivo:** Determinar las distintas clasificaciones de triángulos para estudiarlos bajo un concepto integrador.

- Según la longitud de sus lados
- Según la amplitud de sus ángulos

CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS			
Según sus Lados \ Según sus Ángulos	EQUILÁTERO 3 Lados iguales 3 ángulos iguales	ISÓSCELES 2 lados iguales 2 ángulos iguales	ESCALENO 3 lados desiguales 3 ángulos desiguales
ACUTÁNGULO 3 ángulos agudos			
RECTÁNGULO 1 ángulo recto 2 ángulos agudos	No existe		
OBTUSÁNGULO 1 ángulo obtuso 2 ángulos agudos	No existe		

1.- Con la ayuda del Geoplano construye los diferentes tipos de triángulos.



- Triángulo rectángulo
- Triángulo escaleno
- Triángulo Obtusángulo
- Triángulo Isósceles
- Triángulo equilátero
- Triángulo acutángulo



¿Todos los triángulos se pueden construir en este tipo de Geoplano?, ¿Por qué?

.....

.....

.....

2.- Según la clasificación de los triángulos por sus lados y ángulos, verifica y justifica cuales de las siguientes relaciones entre triángulos son posibles y cuáles no.

	ACUTÁNGULO	OBTUSÁNGULO	RECTÁNGULO
EQUILÁTERO			
ISÓSCELES			
ESCALENO			

Según la clasificación de los triángulos por sus lados y ángulos, verifica y justifica cuales de las siguientes relaciones entre triángulos son posibles y cuáles no.

a. Si un triángulo es isósceles, entonces es equilátero.

.....

b. Si un triángulo es equilátero, entonces es isósceles.

.....





c. Si un triángulo es rectángulo, entonces es equilátero.

.....

d. Algunos triángulos son rectángulos e isósceles.

.....

e. Ningún triángulo rectángulo puede ser acutángulo.

.....

f. Algunos triángulos isósceles son obtusángulos.

.....

### Actividad 3. Construcción de los triángulos

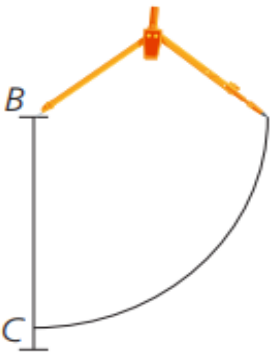
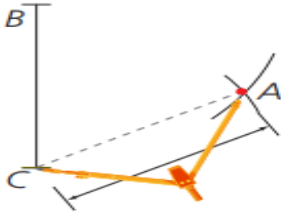
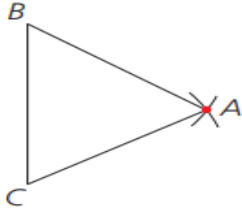
**Objetivo:** Construir distintas clases de triángulos utilizando instrumentos de precisión para fomentar el dominio sobre los rasgos que los diferencian.

En la construcción geométrica de triángulos se utilizan instrumentos tales como: regla, compás y graduador. Luego saber seguir instrucciones para poder construir los triángulos según sus características.

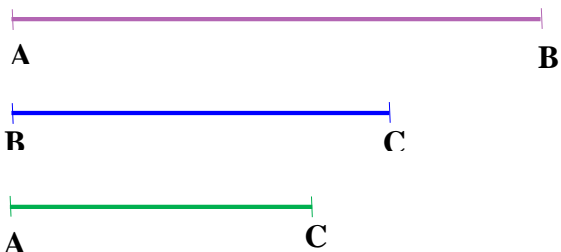
#### a. Conociendo sus tres lados.

Dados los segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{AC}$  del triángulos, estos pueden tener diferentes valores pero, conociendo la propiedad de sus lados.



<p>PASO 1</p>	<p>Traza el segmento con la medida de cualquiera de los lados, por ejemplo <math>\overline{BC}</math>. Con centro en <math>B</math> se dibuja un arco con una abertura igual a la medida del segmento <math>\overline{AB}</math>.</p>	
<p>PASO 2</p>	<p>Se traza otro arco con centro en <math>C</math> y una abertura igual a la longitud del lado <math>\overline{AC}</math> que interseque al arco anterior en el punto <math>A</math>.</p>	
<p>PASO 3</p>	<p>Se trazan los dos lados desde los extremos de <math>\overline{BC}</math> hasta el punto <math>A</math></p>	

***Siguiendo los pasos anteriores construye un triángulo cuyos lados sean:***



¿Cómo lo clasificas ese triángulo que acabas de construir atendiendo a sus lados y sus ángulos?

.....

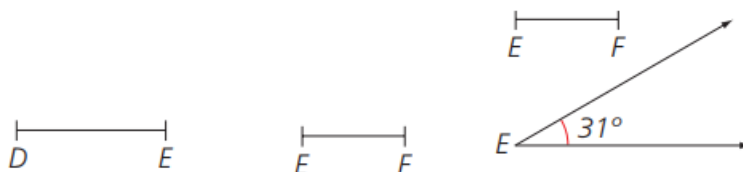
.....

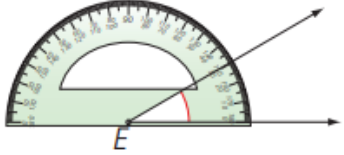
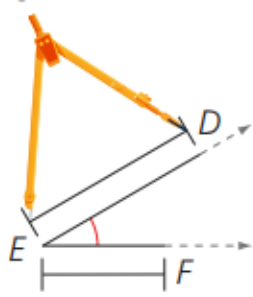
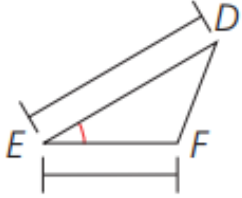
.....

Construye un triángulo equilátero, de lado 15 cm (*recuerda tiene tres lados iguales*)

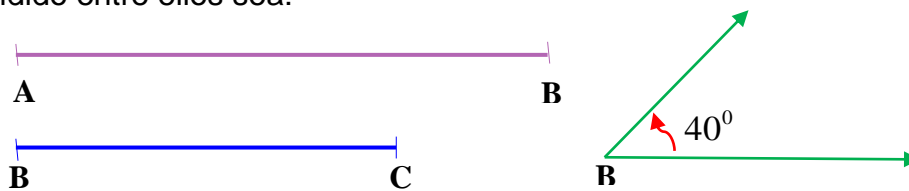
**b. Conociendo dos lados y el ángulo comprendido entre ellos.**

Dados los segmentos  $\overline{DE}$  y  $\overline{EF}$  y el ángulo con vértice  $E$ , tal que  $m\angle E = 31^\circ$



PASO 1	Con el graduador se construye el ángulo conocido.	
PASO 2	Usando el compás se trasladan los lados $\overline{DE}$ y $\overline{EF}$ , haciéndolos coincidir con los rayos del ángulo.	
PASO 3	Se traza el tercer lado uniendo los puntos los puntos $D$ y $F$ .	

Siguiendo los pasos anteriores construye un triángulo, cuyos dos lados y el ángulo comprendido entre ellos sea:



¿Cómo lo clasificas ese triángulo que acabas de construir atendiendo a sus lados y sus ángulos?

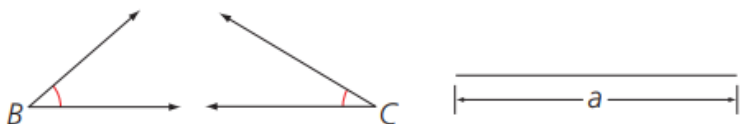
.....

.....

Construye un triángulo isósceles, de lados iguales 20 cm y ángulo comprendido 35 grados  
(recuerda tiene 2 lados y 2 ángulos iguales)

**c. Conociendo dos ángulos y el lado común:**

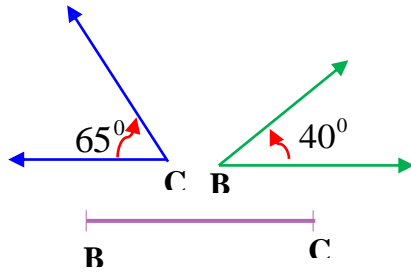
Dados  $\angle B$  y  $\angle C$ , y un lado  $a$  común a ellos



PASO 1	Se traza uno de los ángulos conocidos. Por ejemplo, $\angle B$ y sobre uno de sus lados se mide la longitud de $a$ .	<p>The diagram shows a horizontal ray starting at point <math>B</math>. A protractor is used to draw an angle at <math>B</math>. A dimension line below the ray indicates a length of <math>a</math>.</p>
PASO 2	En el otro extremo de $a$ se traza el ángulo $\angle C$ .	<p>The diagram shows the horizontal segment of length <math>a</math> between points <math>B</math> and <math>C</math>. A protractor is used to draw an angle at <math>C</math>.</p>
PASO 3	El punto de intersección de los lados no comunes del $\angle B$ y $\angle C$ es el vértice $A$ del triángulo $ABC$ .	<p>The diagram shows the completed triangle <math>ABC</math>. The base <math>BC</math> has length <math>a</math>. The two other sides, <math>AB</math> and <math>AC</math>, are equal in length. The angles at <math>B</math> and <math>C</math> are marked with red arcs.</p>



Siguiendo los pasos anteriores construye un triángulo, cuyos ángulos y lado común es:



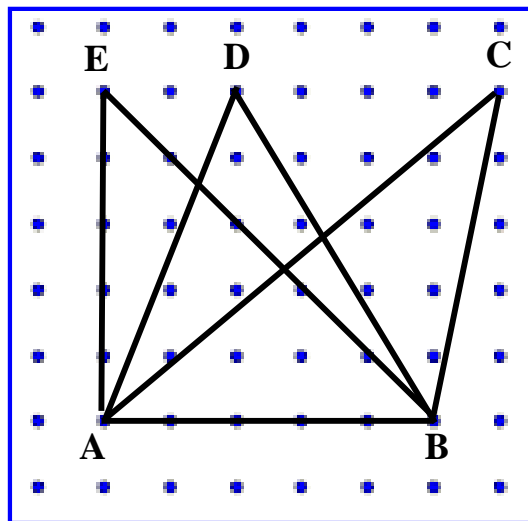
¿Cómo lo clasificas ese triángulo que acabas de construir atendiendo a sus lados y sus ángulos?

.....  
 .....  
 .....

**Actividad 4. Líneas y puntos notables en el triángulo:**

**Objetivo:** Utilizar las líneas y puntos notables para aprender a solucionar situaciones en contextos matemáticos y no matemáticos.

- i. Estudio de las **alturas** del triángulo e ubicar el **ortocentro**.
  - a) Reconstruye los siguientes triángulos en el Geoplano y justifica:



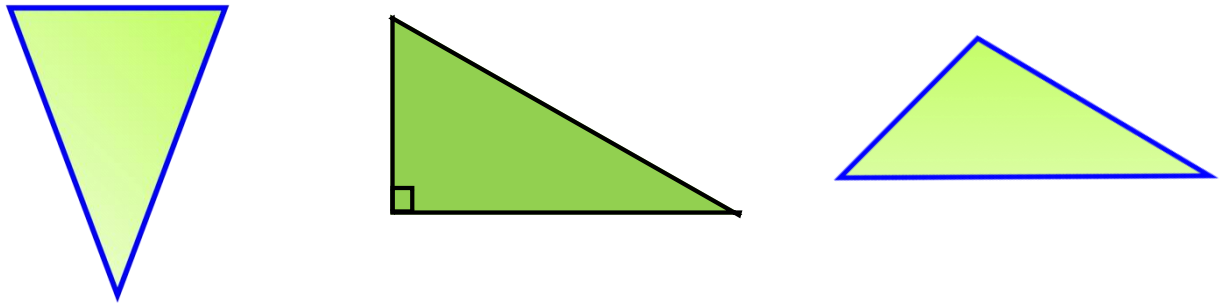
- b) ¿Qué partes del triángulo se mantienen y que partes cambian?

.....  
 .....  
 .....

- c) Analiza donde se encuentran las alturas de cada triángulo? Sugerencia: fíjate por lo menos en una de ellas.

.....  
.....  
.....

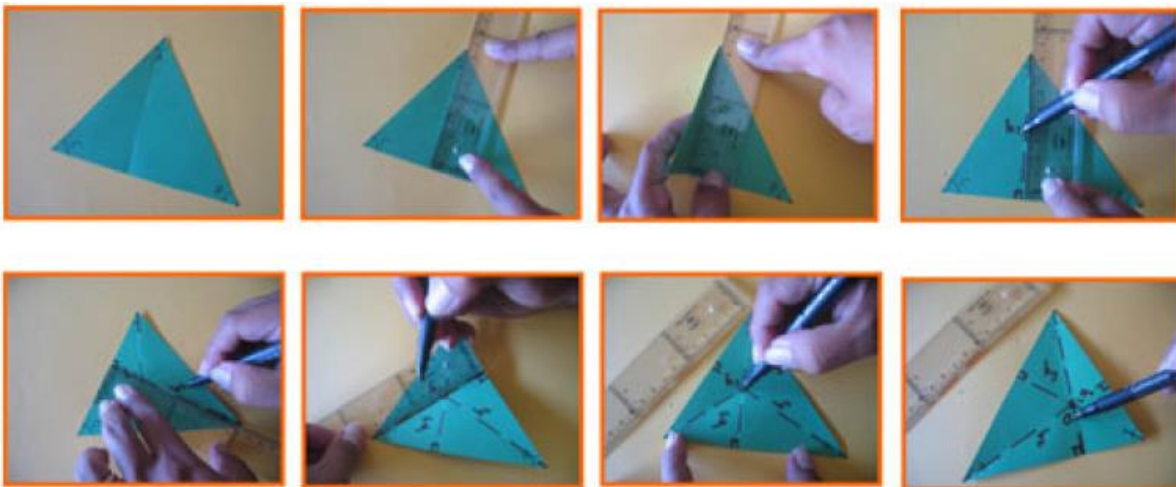
- d) Pensemos en las alturas de un triángulo. ¿Cuántas alturas tiene un triángulo? Dibújalas.



Tomado de (Ministerio de Educación, 2011)

### ESTUDIO DE LA ALTURA Y DEL ORTOCENTRO

Utilizando papel o cartulina de color, recorta un triángulo de cada tipo según sus ángulos. Con la ayuda de escuadra o regla dobla y traza las alturas en cada uno de los triángulos y analiza donde se encuentra ubicadas y donde se cortan. A continuación mostramos el caso del triángulo acutángulo, reproduce y comprueba que pasa con los otros tipos



(Quishpe, 2018)



Si el punto de corte o intersección de las alturas de un triángulo se conoce como ORTOCENTRO, ¿Crees que el ortocentro siempre se encuentra en el interior del triángulo? Justifica la respuesta.

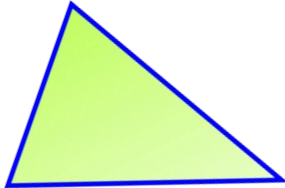
.....  
.....

Analiza la secuencia e fotos anteriores y explica que crees que pasara con las alturas de los triángulos obtusángulo y rectángulo.

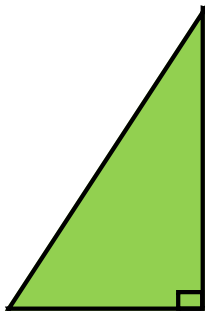
.....  
.....

¿Qué podemos concluir sobre el números de alturas de cualquier triangulo?

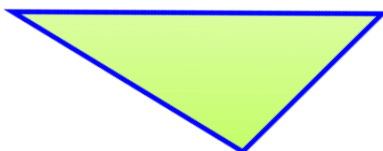
Dibuja las alturas y analiza la ubicación del ortocentro encada uno de los triángulos.



.....  
.....  
.....  
.....  
.....



.....  
.....  
.....  
.....  
.....

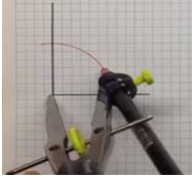


.....  
.....  
.....  
.....  
.....

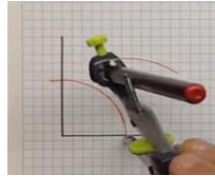


ii. Estudio de las **bisectrices** de un triángulo e ubicar el **incentro**.  
Siguiendo los procedimientos indicados en las siguientes gráficas, traza la bisectriz de un ángulo cualquiera, con lo que queda este dividido en dos congruentes (iguales medidas)

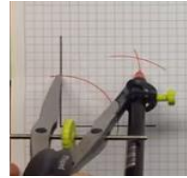
**PASO 1**



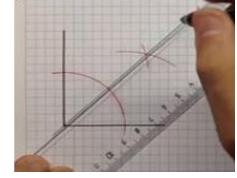
**PASO 2**



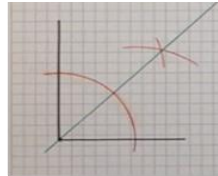
**PASO 3**



**PASO 4**



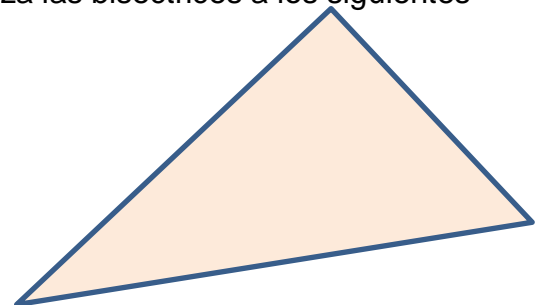
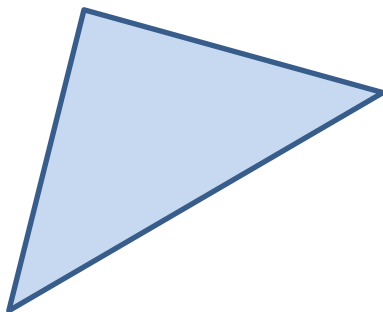
**BISECTRI**



- a) Dentro de los elementos de un triángulo son los ángulos. ¿Cuántos ángulos tiene un triángulo? .....
- b) Según lo que contestaste en la pregunta anterior. ¿Cuántas bisectrices habrá en un triángulo? .....
- c) Piensas que la bisectriz solo la puedes trazar siguiendo el proceso indicado anteriormente o no. Si existe cual sería.

.....  
.....

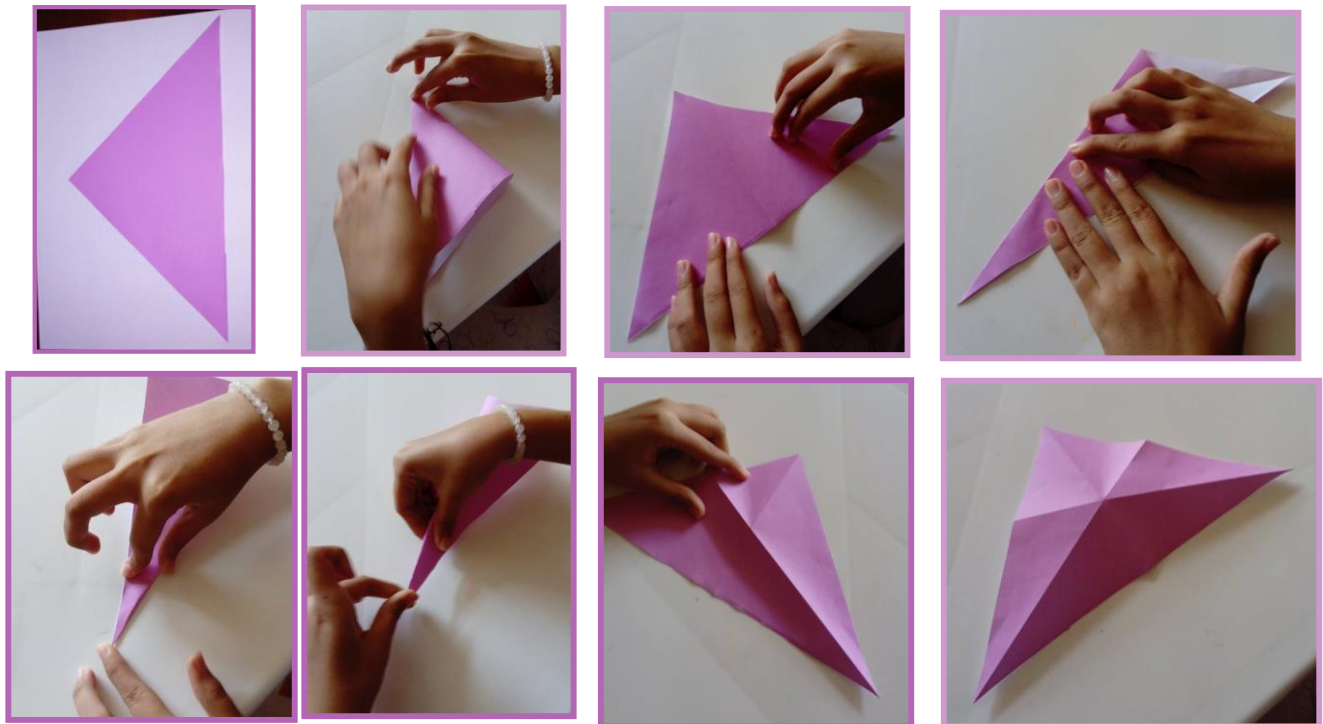
- d) Utilizando el proceso que te resulta más fácil, traza las bisectrices a los siguientes triángulos.



## Tomado de (Ministerio de Educación, 2011)

### ESTUDIO DE LA BISECTRIZ Y DEL INCENTRO

Utilizando papel o cartulina de color, recorta un triángulo de cualquier tipo según lados y ángulos. Con mucho cuidado dobla el papel por la mitad de cada uno de los ángulos del triángulo y analiza donde se encuentran ubicadas y donde se cortan. A continuación se muestra el caso del triángulo rectángulo isósceles, reproduce y comprueba que pasa con los otros tipos.



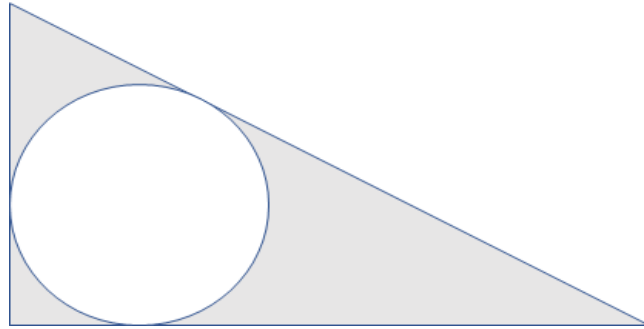
(Quishpe, 2018)

Si el punto de corte o intersección de las bisectrices de un triángulo se conoce como **INCENTRO**, ¿Crees que el incentro siempre se encuentra en el interior del triángulo? Justifica la respuesta.

.....

.....

En el triángulo siguientes traza las bisectrices y encuentra el incentro, luego analiza qué relación hay entre el centro del círculo inscrito en el triángulo escaleno rectángulo.



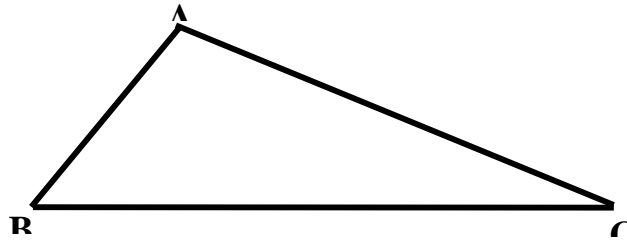
iii. Estudio de las **mediatrices** de un triángulo y ubicar el **circuncentro**.

Pasos a seguir para trazar la mediatriz de uno de los lados de un triángulo de cualquier tipo.

PASO 1	Se hace centro en uno de los extremos de un lado del triángulo, con una abertura mayor a la mitad de la longitud del lado y se traza un arco.	
PASO 2	Con la misma abertura del compás se hace centro en el otro extremo del lado y se traza un arco que corte al arco anterior en dos puntos.	
PASO 3	Se traza la mediatriz uniendo con una línea los dos puntos de corte que se hallaron en el paso anterior.	



Siguiendo el procedimiento que se describió para un lado, traza las mediatrices al triángulo ABC.



**Reflexionando previamente completa las preguntas siguientes:**

a) ¿Cuánto mide el ángulo formado entre un lado del triángulo y la mediatriz correspondientes?

.....  
.....

b) ¿Cuántas mediatrices tiene un triángulo? .....

c) La mediatriz de un lado del triángulo es la recta \_\_\_\_\_ en el punto \_\_\_\_\_ de cada uno de los lados del triángulo.

d) En un triángulo rectángulo isósceles, en que parte se intersectan las mediatrices.

.....  
.....

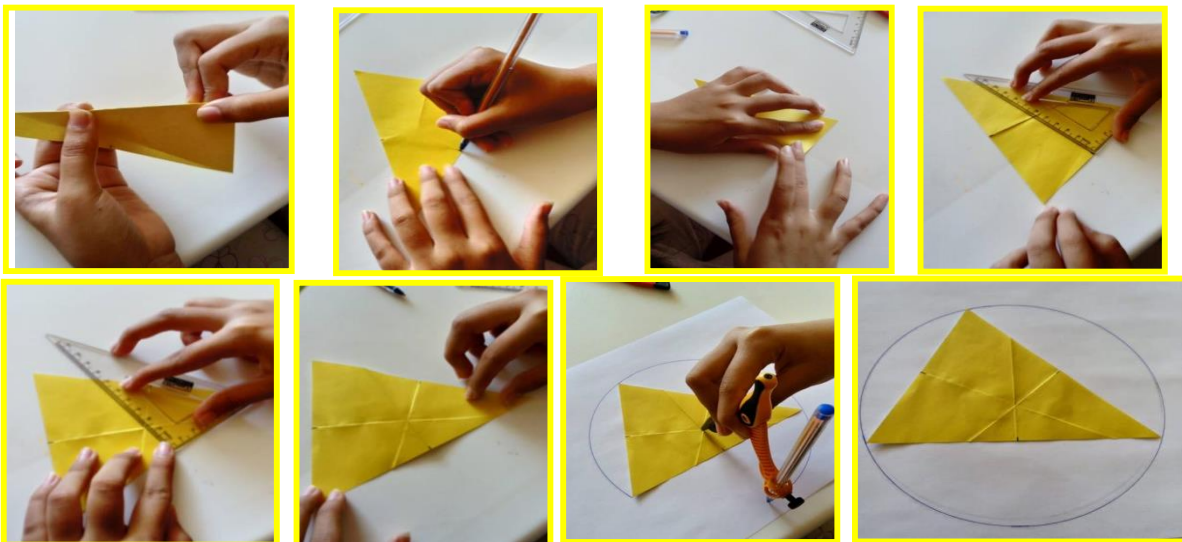
e) ¿Las tres mediatrices siempre se cortan en un punto dentro del triángulo? reflexiona para cualquier tipo.

.....  
.....  
.....

**Tomado de** (Ministerio de Educación, 2011)

**ESTUDIO DE LA MEDIATRIZ Y DEL CIRCUNCENTRO**

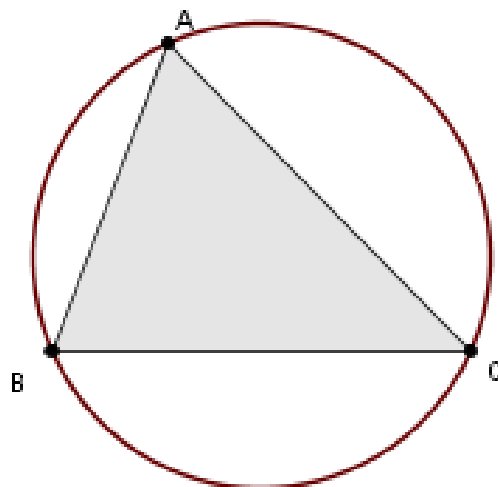
Utilizando papel o cartulina de color, recorta un triángulo de cualquier tipo según lados y ángulos. Con mucho cuidado doblando cada lado encuentra los puntos medios, con ayuda de una escuadra en cada punto medio dobla de manera que se obtenga la mediatriz del lado respectivo, repite este proceso para los otros lados y analiza donde se cortan estas rectas (mediatrices), ese punto se denomina circuncentro. A continuación se muestra el caso del triángulo acutángulo escaleno, reproduce y comprueba que pasa con los otros tipos de triángulos.



(Quishpe, 2018)

En el triángulo siguiente traza las mediatrices y encuentra el circuncentro, luego analiza qué relación hay en común entre el centro de la circunferencia y el circuncentro. Explica,

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....





iv. Estudio de las **medias** de un triángulo y determinar el **baricentro**.

a) Siguiendo los pasos descritos en actividades anteriores construye un triángulo ABC, cuyos lados sean:

$$\overline{AC} = 8cm$$

$$\overline{AB} = 10cm$$

$$\overline{BC} = 12cm$$

b) Encuentra el punto medio de cada uno de los lados y ubica las letras Al lado  $\overline{AC}$  la letra  $f$

Al lado  $\overline{AB}$  la letra  $d$

Al lado  $\overline{BC}$  la letra  $e$

c) Unir con segmentos de recta los puntos  $d$ ,  $e$  y  $f$  con los vértices opuestos A, B y C del triángulo.

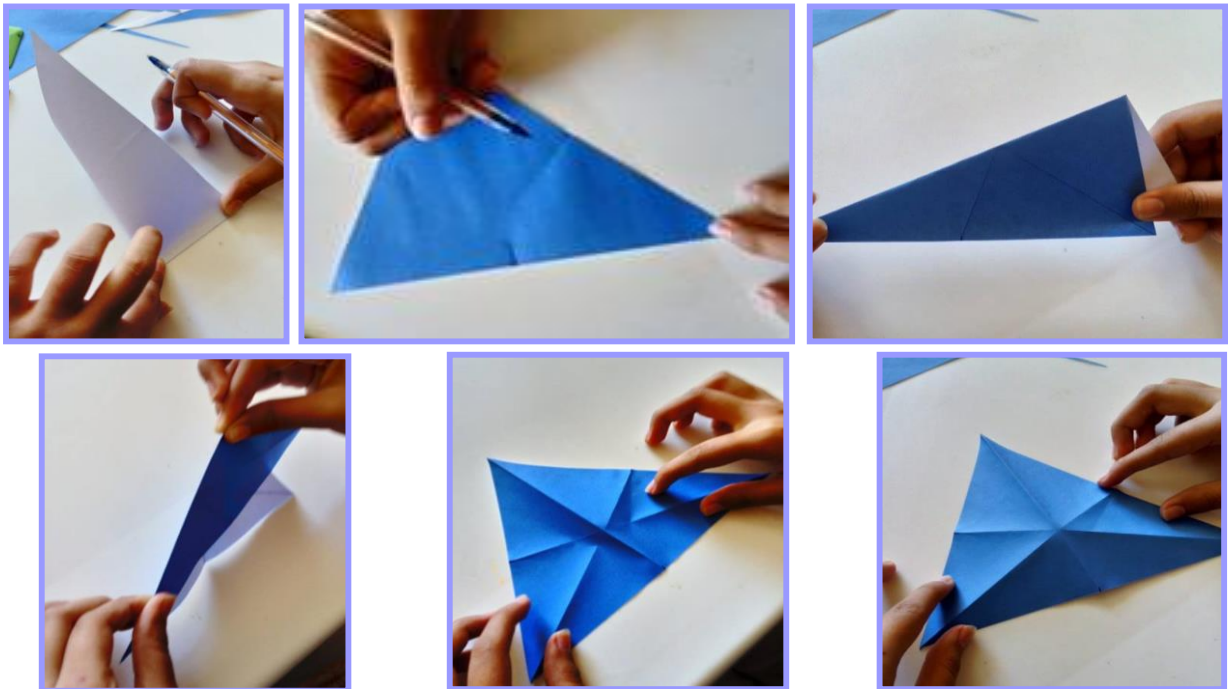
d) Los segmentos trazados en el paso anterior son las medianas de un triángulo: Escribe una definición propia tuya de mediana y el punto donde se cortan de denomina **baricentro**.

.....  
.....  
.....

Tomado de (Ministerio de Educación, 2011)

## ESTUDIO DE LA MEDIANA Y DEL BARICENTRO

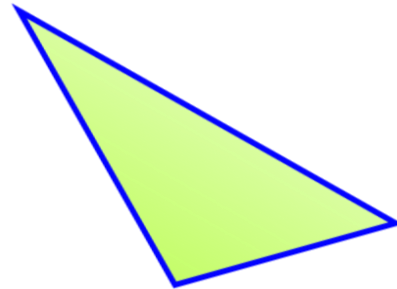
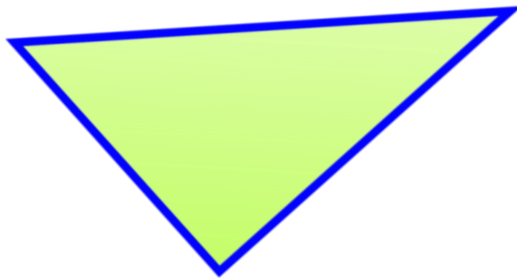
Utilizando papel o cartulina de color, recorta un triángulo de cualquier tipo según sus lados y ángulos. Con mucho cuidado dobla el papel para ubicar la mitad de cada lado (**Señala con lápiz**) y desde ahí dobla el papel, al vértice opuesto del punto medio que encuentraste, y analiza donde se cruzan estas tres rectas, ese punto se denomina BARICENTRO. A continuación se muestra el caso del triángulo escaleno obtusángulo, reproduce y comprueba que pasa con los otros tipos de triángulos.



(Quishpe, 2018)

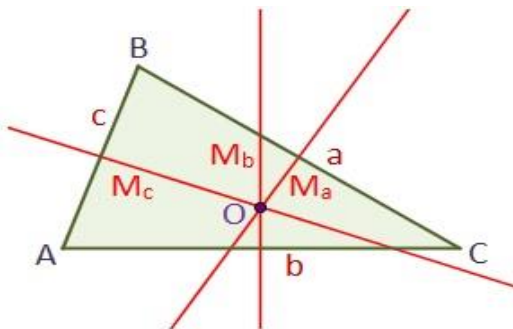
En los triángulos siguientes traza las medianas y encuentra el baricentro. Explica si el baricentro siempre estará dentro del triángulo, para cualquier tipo o habrá casos en el cual pueda quedar fuera del triángulo. Explica.

.....  
.....



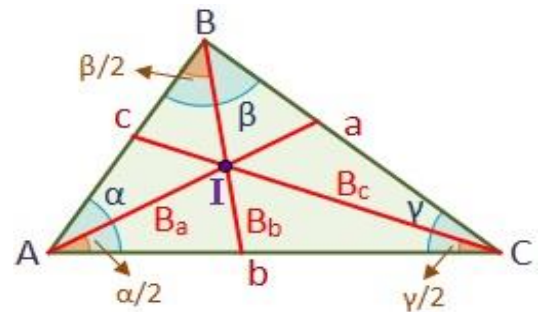
v. ACTIVIDAD DE TAREA PARA SER RESUELTA EL CASA

Indica el nombre de las rectas que se han trazado en cada uno de los triángulos e indica cómo se llama el punto donde se cortan.



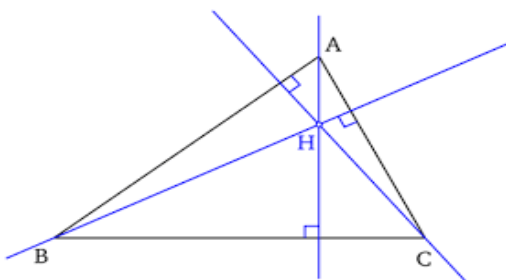
Recta: \_\_\_\_\_

Punto: \_\_\_\_\_



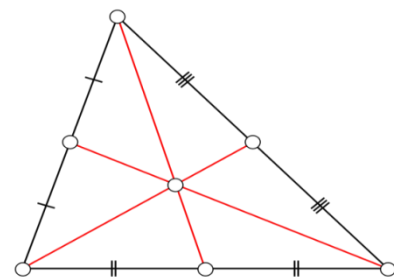
Recta: \_\_\_\_\_

Punto: \_\_\_\_\_



Recta: \_\_\_\_\_

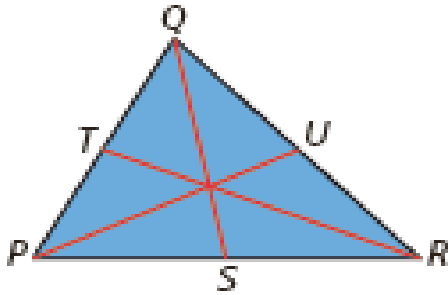
Punto: \_\_\_\_\_



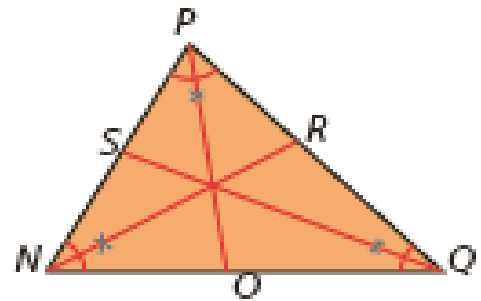
Recta: \_\_\_\_\_

Punto: \_\_\_\_\_

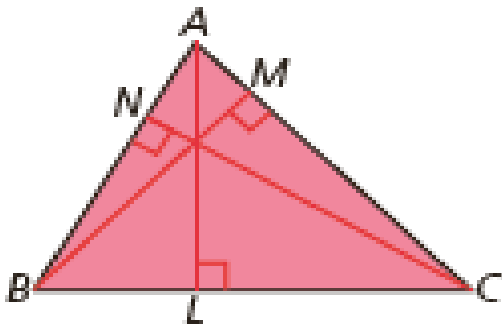




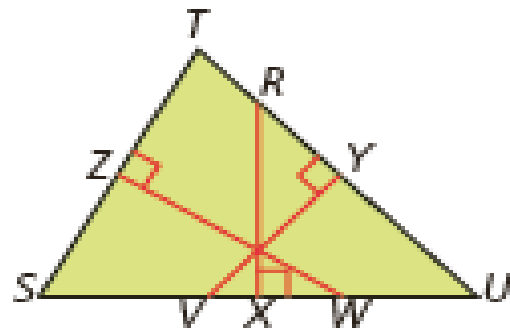
Recta: \_\_\_\_\_  
Punto: \_\_\_\_\_



Recta: \_\_\_\_\_  
Punto: \_\_\_\_\_



Recta: \_\_\_\_\_  
Punto: \_\_\_\_\_



Recta: \_\_\_\_\_  
Punto: \_\_\_\_\_

**Actividad 5. Propiedades relacionadas con los ángulos y lados del triángulo:**





**Objetivo:** Distinguir los tipos de triángulos, y conocer las principales propiedades de sus ángulos y sus lados para reflexionar en sus usos prácticos.

**i. Propiedades relacionadas con los ángulos del triángulo:**

Ejercicios tomados de (Ministerio de Educación, 2011)

**Actividad a desarrollarse en pareja:**

A. Lee detenidamente los pasos a seguir en esta actividad.

Pasos a seguir	Instrucciones	Ejemplo a seguir
Primer paso	Construye en papel diferentes tipos de triángulos y recórtalos.	
Segundo paso	Enumera cada uno de sus vértices.	
Tercer paso	Separa cada uno de los vértices, recortándoles	
Cuarto paso	Une los vértices, sin dejar espacio entre ellos.	

B. ¿Qué tipo de ángulo forman y cuánto mide?

.....

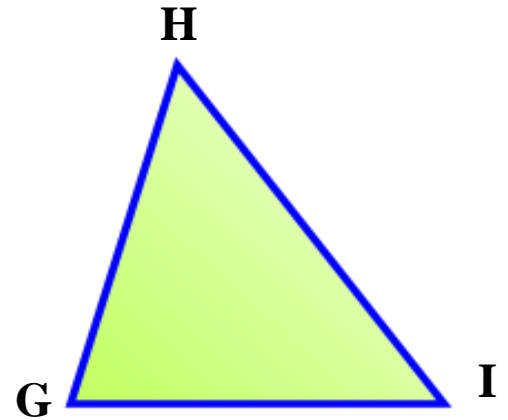
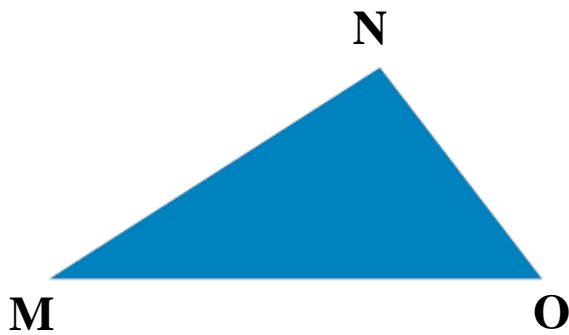
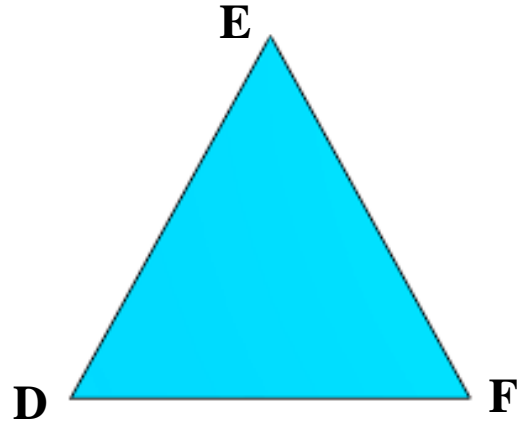
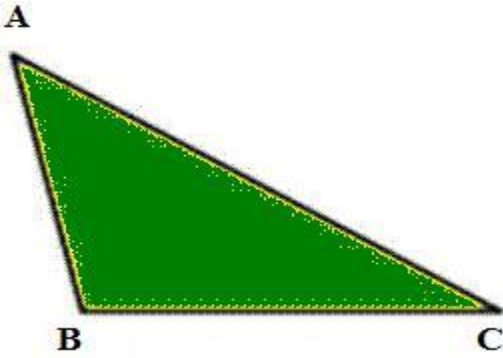
.....

.....

C. Reconstruye la actividad detallada anteriormente, pegando los vértices sin dejar espacio entre ellos, en el recuadro.



D. Dado los siguientes triángulos, encuentra la medida de cada uno de los ángulos interiores de los triángulos y completa la tabla.



Triángulo	Medida del 1er. ángulo	Medida del 2do. ángulo	Medida del 3er. ángulo	Suma de los tres ángulos
$\triangle ABC$	$\angle A =$	$\angle B =$	$\angle C =$	
$\triangle DEF$	$\angle D =$	$\angle E =$	$\angle F =$	
$\triangle MNO$	$\angle M =$	$\angle N =$	$\angle O =$	
$\triangle GHI$	$\angle G =$	$\angle H =$	$\angle I =$	



E. ¿Qué conclusión puedes sacar en general de la suma de los ángulos interiores de cualquier tipo de triángulo?

.....  
.....  
.....

**ii. Propiedades relacionadas con los lados del triángulo:**

***Actividad a desarrollarse en pareja.***

**Condición necesaria que han de cumplir los lados de un triángulo.**

1) Construye triángulos utilizando sorbetes como lados. Primero tienes que recortar sorbetes del tamaño que se indica a continuación.

- ✓ 3 sorbetes de 6 cm.
- ✓ 3 sorbetes de 8 cm.
- ✓ 3 sorbetes de 10 cm.
- ✓ 1 sorbete de 15 cm.

¿Siempre puedes construir triángulos usando los diferentes sorbetes? ¿Por qué?

Si, cuando:

.....  
.....

No, cuando:

.....  
.....

Con los distintos sorbetes de diferentes longitudes construye, si es posible, distintos tipos de triángulos.

- a) 15 cm. 10 cm. y 6cm.
- b) 8 cm. 8 cm. y 8 cm.
- c) 10 cm. 8 cm. y 6cm.
- d) 10 cm. 6 cm. y 6cm.
- e) 10 cm. 10 cm. y 6cm.
- f) 15 cm. 8 cm. y 6cm



2) Pega los triángulos que has construido en hojas y escribe una explicación o justificación sobre los siguientes aspectos.

a) ¿Qué tipo de triángulos son y porque? Sugerencia: especifica simultáneamente el tipo según sus ángulos y según sus lados.

.....  
.....  
.....

b) ¿Explica que pasa en el literal f? puedes modificar alguna condición para que pueda ser un ejemplo de triángulo.

.....  
.....  
.....

c) ¿Qué conclusión puedes sacar para la construcción de triángulos teniendo en cuenta la longitud de sus lados?

.....  
.....  
.....

Ejercicios desarrollados por el autor del estudio (Quishpe, 2018)

## Actividad 6. Congruencia de triángulos:

**Objetivo:** Conocer las similitudes entre los triángulos congruentes según las medidas de sus lados y ángulos.

### Actividad a desarrollarse en grupo de 4:

1) Cada uno de los miembros del grupo, utilizando cartulina de color, construirá los siguientes triángulos:

Primer estudiante	Un triángulo $\triangle ABC$ Lado $\overline{AB} = 5\text{cm}$ Lado $\overline{AC} = 10\text{cm}$ Angulo comprendido entre los dos lados anteriores $\angle 60^\circ$
Segundo estudiante	Un triángulo $\triangle DEF$ Lado $\overline{DE} = 5\text{cm}$ Lado $\overline{DF} = 10\text{cm}$ Lado $\overline{EF} = \sqrt{75}\text{cm} = 5\sqrt{3}\text{cm} \approx 8,7\text{cm}$
Tercer estudiante	Un triángulo $\triangle MNP$ Ángulo $\angle M = 60^\circ$ Ángulo $\angle P = 30^\circ$ Lado comprendido entre los dos ángulos anteriores $\overline{MP} = 10\text{cm}$
Cuarto estudiante	Un triángulo $\triangle XYZ$ Lado $\overline{XZ} = 10\text{cm}$ Lado $\overline{XY} = 5\text{cm}$ Ángulo $\angle Y = 90^\circ$

2) Recortar cada uno de los triángulos de manera individual.

3) Utilizando regla y graduador midan y anoten los otros elementos de los triángulos que faltan, comparen las medidas entre ustedes y reflexionen.

4)

Primer estudiante	Segundo estudiante	Tercer estudiante	Cuarto estudiante
$\triangle ABC$	$\triangle DEF$	$\triangle MNP$	$\triangle XYZ$
$\angle A =$	$\angle D =$	$\angle M =$	$\angle X =$
$\angle B =$	$\angle E =$	$\angle N =$	$\angle Y =$
$\angle C =$	$\angle F =$	$\angle P =$	$\angle Z =$
$\overline{AB} =$	$\overline{DE} =$	$\overline{MN} =$	$\overline{XY} =$
$\overline{BC} =$	$\overline{EF} =$	$\overline{NP} =$	$\overline{YZ} =$

5) Coloquen uno sobre otro los cuatro triángulos construidos; observa reflexiona y explica con tus palabras.



.....

.....

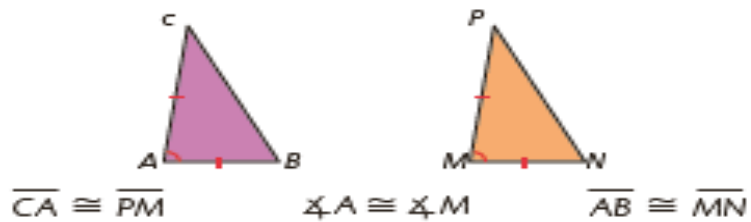
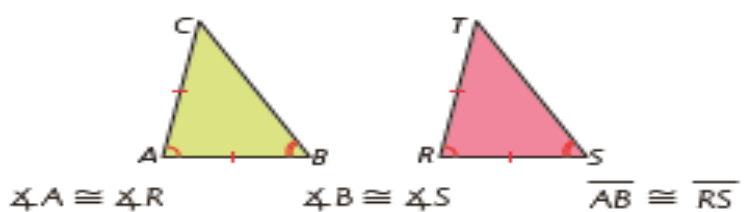
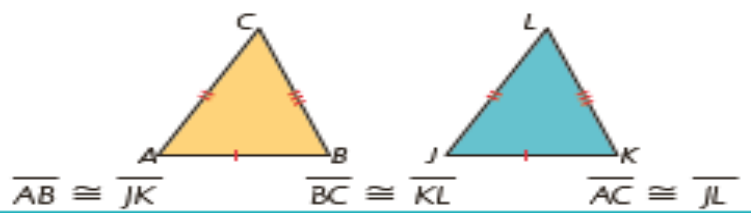
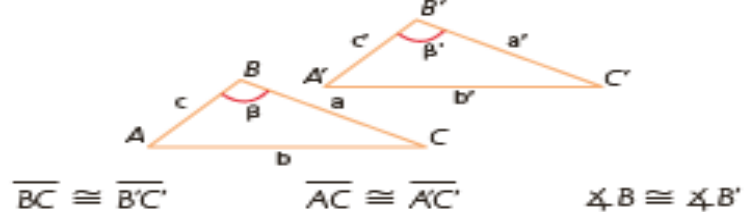
.....

6) Explique con ejemplo del entorno donde podemos encontrar aplicaciones de triángulos congruentes.

.....

.....

SÍNTESIS DE LOS CRITERIOS DE CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS:

Criterios de congruencia de triángulos	
<b>Lado-Ángulo-Lado (LAL)</b>	
Dos triángulos son congruentes si sus dos lados y el ángulo comprendido entre ellos son congruentes.	 <p><math>\overline{CA} \cong \overline{PM}</math>    <math>\sphericalangle A \cong \sphericalangle M</math>    <math>\overline{AB} \cong \overline{MN}</math></p>
<b>Ángulo-Lado-Ángulo (ALA)</b>	
Dos triángulos son congruentes si sus dos ángulos y el lado común son congruentes.	 <p><math>\sphericalangle A \cong \sphericalangle R</math>    <math>\sphericalangle B \cong \sphericalangle S</math>    <math>\overline{AB} \cong \overline{RS}</math></p>
<b>Lado-Lado-Lado (LLL)</b>	
Dos triángulos son congruentes si tienen sus tres lados congruentes.	 <p><math>\overline{AB} \cong \overline{JK}</math>    <math>\overline{BC} \cong \overline{KL}</math>    <math>\overline{AC} \cong \overline{JL}</math></p>
<b>Lado-Lado-Ángulo (LLA)</b>	
Dos triángulos congruentes si dos lados son congruentes y los ángulos opuestos al mayor de los lados también son congruentes.	 <p><math>\overline{BC} \cong \overline{B'C'}</math>    <math>\overline{AC} \cong \overline{A'C'}</math>    <math>\sphericalangle B \cong \sphericalangle B'</math></p>

Tomado del texto del estudiante Pág. 203 (Ministerio de Educación, 2011)

**Conclusión:**

Dos triángulos  $\triangle ABC$  y  $\triangle DEF$  son congruentes si los lados correspondientes entre ellos son congruentes y los ángulos correspondientes también lo son.



**Actividad 7. Evaluación:**

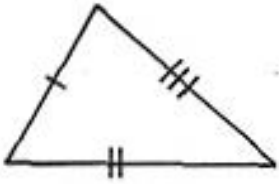
Actividad individual.

**ESCUELA DE EDUCACIÓN BÁSICA  
ELOY VELÁSQUEZ CEVALLOS  
PERIODO LECTIVO 2018 – 2019**

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA DEL 2do. PARCIAL 1er. QUIMESTRE

ALUMNO/A: _____	FECHA: _____
PROFESOR: Lcdo. Miguel Quishpe V.	CURSO: Noveno de Básica

1) *Rellena esta tabla teniendo en cuenta las condiciones que han de cumplir los lados y los ángulos de un polígono para que pueda ser triángulos.*

		Según sus ángulos		
		UN ángulo recto	TODOS los ángulos agudos	UN ángulo obtuso
Según el número de lados iguales	0			
	2			
	3	No existe		

**2) Construye si es posible, un triángulo:**

- a) Isósceles cuyos lados congruentes midan  $6\text{cm}$ . y el ángulo comprendido entre ellos mida  $110^\circ$ .

**3) Según la clasificación de los triángulos por sus lados y ángulos, verifica y justifica cuales de las siguientes relaciones entre triángulos son posibles y cuáles no.**

- a. Si un triángulo es isósceles, entonces es equilátero.

Si  No  Porque,.....

- b. Algunos triángulos son rectángulos e isósceles.

Si  No  Porque,.....

**4) Hallar el valor de  $x$  en cada triángulo.**

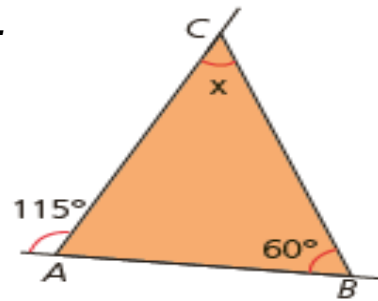


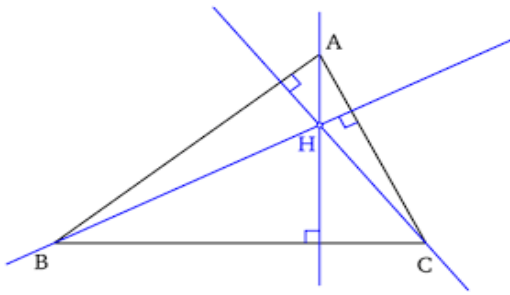
Figura 14

**5) Luego de observar el procediendo desarrollado en etapas en la figura. Determine que recta notable se está trazando.**

<p>Figura 11</p>	<p>Figura 12</p>	<p>Figura 13</p>
<p>1. Se hace centro en uno de los extremos de un lado del triángulo, con una abertura mayor a la mitad de la longitud del lado, y se traza un arco.</p>	<p>2. Con la misma abertura del compás se hace centro en el otro extremo del lado y se traza un arco que corta el anterior en dos puntos, <math>P</math> y <math>R</math>.</p>	<p>3. Se traza la mediatriz uniendo con una línea los dos puntos de corte que se hallaron en el paso anterior.</p>

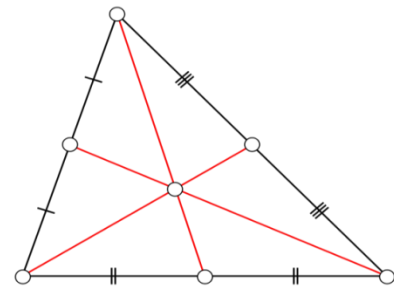
ALTURA  MEDIANA  MEDIATRIZ  BISECTRIZ

6) Indica el nombre de las rectas que se han trazado en cada uno de los triángulos e indica cómo se llama el punto donde se cortan.



Recta: \_\_\_\_\_

Punto: \_\_\_\_\_



Recta: \_\_\_\_\_

Punto: \_\_\_\_\_

7) Determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones: explique porque.

➤ Es posible construir un triángulo cuyos lados midan 8 cm, 3 cm y 7 cm

.....

➤ En un triángulo los ángulos interiores pueden medir  $45^\circ$ ,  $32^\circ$ , y  $50^\circ$

.....

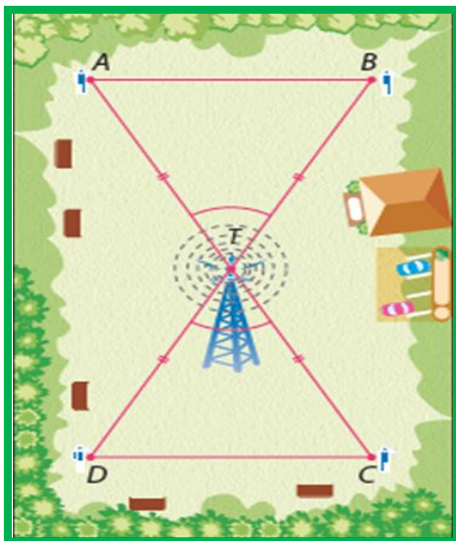
➤ En un triángulo rectángulo escaleno el ortocentro se encuentra en el vértice correspondiente al ángulo recto.

.....

➤ El incentro es el punto donde se cortan las tres medianas de un triángulo.

.....

8) En la figura se observa la ubicación de una antena. En los puntos A, B, C, y D se encuentra algunas personas que reciben la señal con la misma intensidad. ¿Por qué sucede esto? Explica.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



**Anexo 5: Triángulo de las Bermudas (Material gráfico para motivación)**



(Danilo94, 2009)

## Anexo 6: Poema la familia de los triángulos.

(Material para dramatizaciones y actividades lúdicas)

### **LA FAMILIA TRIÁNGULO**

**Danny Perich Campana**

Todos los triángulos somos  
polígonos muy amigables,  
3 lados, 3 ángulos, 3 vértices,  
nuestros elementos principales

Yo soy el equilátero  
y mis lados iguales tengo,  
y por más que me estiren y estiren  
mis ángulos inalterables mantengo

Cada uno de ellos mide  
exactamente 60 grados  
y cuando me trazan una altura  
quedo en dos partes iguales, cortado.

Yo soy su hermano isósceles  
tengo tan solo dos lados iguales  
y opuestos a ellos, modestamente,  
dos ángulos que lo mismo valen

De mis hermanos soy el más desordenado,  
como escaleno me han bautizado,  
mis ángulos son todos desiguales  
y lo mismo pasa con mis lados.

El que no se hace mayor problemas  
es mi primo acutángulo  
pues menos de 90 grados tiene  
la medida de sus ángulos.

Pero el más chistoso de todos  
es el tío obtusángulo  
que entre 90 y 180 grados  
tiene uno de sus ángulos.

Y si preguntan por el más famoso,  
no hay duda: triángulo rectángulo  
con un ángulo de 90 grados  
a sus catetos afirmando.

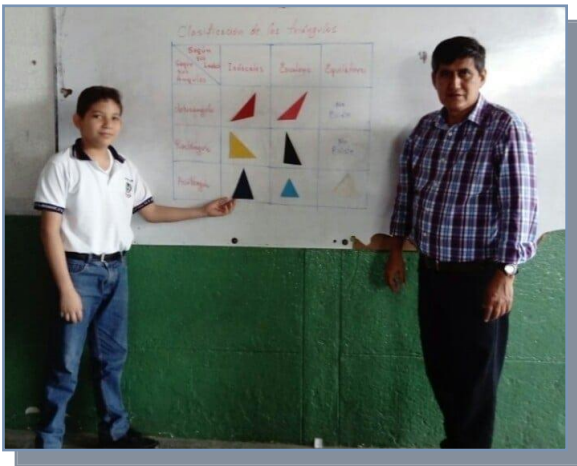
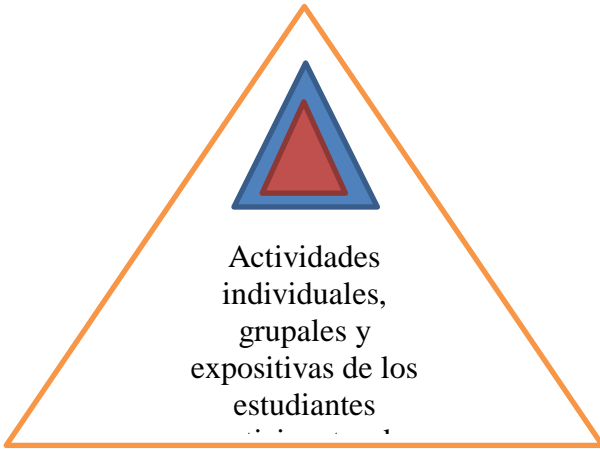
A su lado más largo  
por hipotenusa han bautizado,  
¿creerías que en tan pequeño triángulo  
el más grande teorema se ha creado?

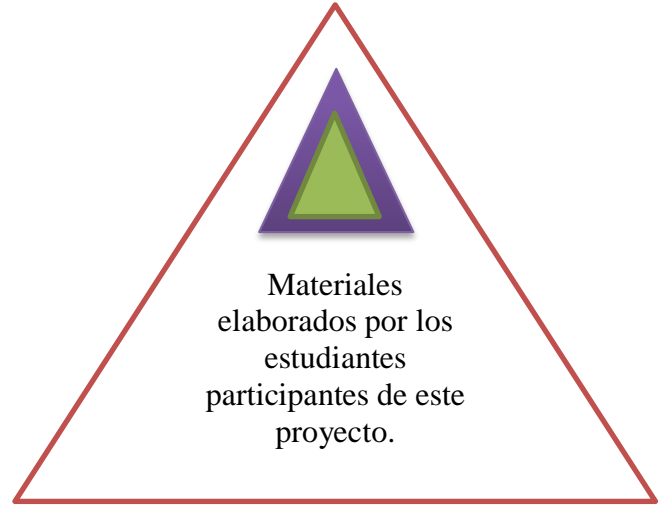
Pitágoras fue el matemático  
que descubrió por sabio y sus musas  
que al sumar el cuadrado de los catetos,  
resulta igual que el cuadrado de la hipotenusa.

Y esta historia familiar finaliza,  
en otro momento nos juntaremos  
para hablar de los cuadriláteros  
y de todo su parentesco.

(Perich, 2007)

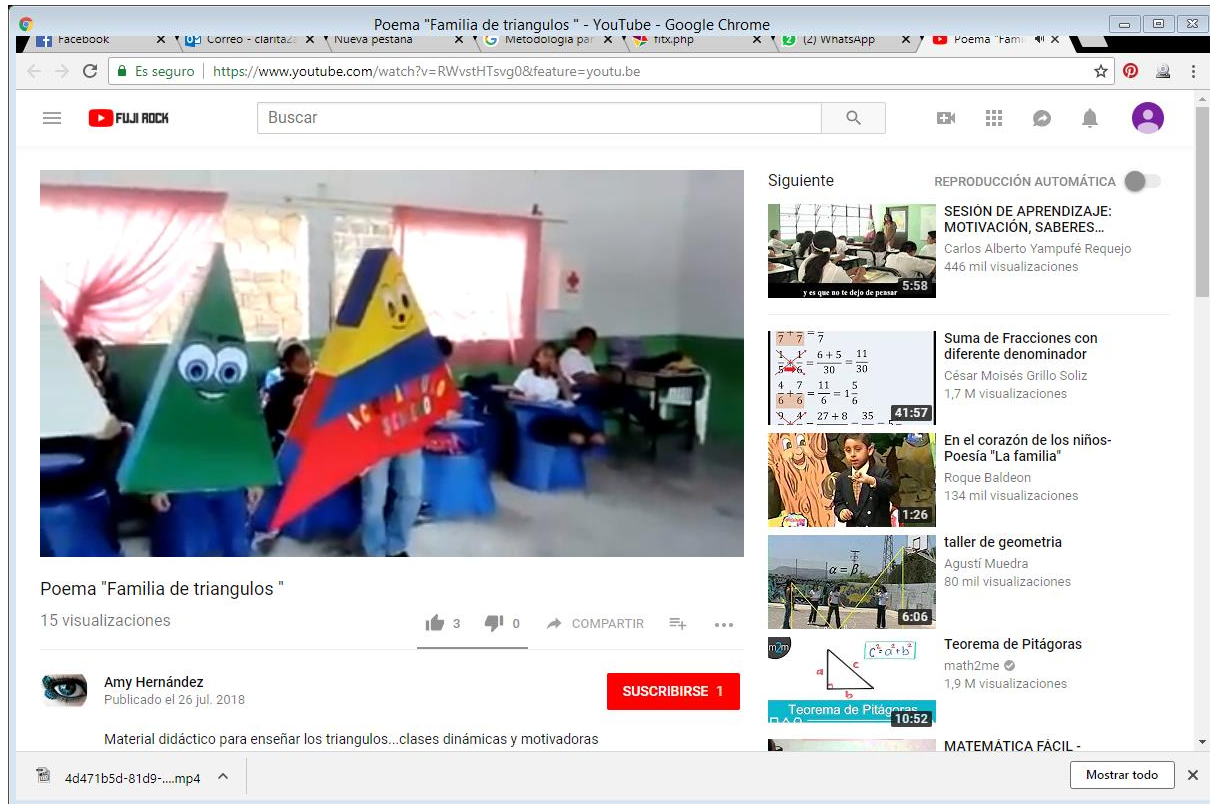
**Anexo 7: Fotos**





## Anexo 8: Video

Publicación de poema dramatizado "Familia de triángulos"



Poema "Familia de triángulos" - YouTube - Google Chrome

Es seguro | <https://www.youtube.com/watch?v=RWvstHTsvg08&feature=youtu.be>

Buscar

**Poema "Familia de triángulos"**

15 visualizaciones

Amy Hernández  
Publicado el 26 jul, 2018

SUSCRIBIRSE 1

Material didáctico para enseñar los triángulos...clases dinámicas y motivadoras

Siguiente

REPRODUCCIÓN AUTOMÁTICA

SESIÓN DE APRENDIZAJE: MOTIVACIÓN, SABERES...  
Carlos Alberto Yampufé Requejo  
446 mil visualizaciones

Suma de Fracciones con diferente denominador  
César Moisés Grillo Soliz  
1,7 M visualizaciones

En el corazón de los niños- Poesía "La familia"  
Roque Baldeon  
134 mil visualizaciones

taller de geometria  
Agustí Muedra  
80 mil visualizaciones

Teorema de Pitágoras  
math2me  
1,9 M visualizaciones

MATEMÁTICA FÁCIL -

Mostrar todo

(Hernandez, 2018)



**Anexo 9: Parque en forma de triángulo donde se realizó una actividad experiencial**



(Google Map)