



UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN (UNAE)

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

**“APLICACIONES DE LA DERIVADA EN PROBLEMAS DE
MODELIZACIÓN”**

AUTOR:

Lic. FRANKLIN FERNANDO ORTIZ TIGREROS (CI: 0910737170)



Ministerio
de Educación

TUTORA:

DRA. ADRIANA BREDA

**MAGÍSTER CON MENCIÓN EN ENSEÑANZA DE LA
MATEMÁTICA**

19 DE ENERO DEL 2 019



Resumen

El objetivo primordial para la realización de trabajo de fin de máster es encontrar estrategias, desarrollar técnicas de enseñanza-aprendizaje para innovar y mejorar la unidad didáctica Aplicaciones de la derivación en problemas de modelización, la cual se implementó a los alumnos del 3ro BGU de nuestra Unidad Educativa. Fue conveniente realizar la implementación en 4 sesiones de estudio dando más énfasis a las aplicaciones por ser el objeto principal de nuestro estudio. Considerando que las actividades de enseñanza-aprendizaje constituyen un proceso concatenado de experiencias y vivencias de la relación alumno-profesor, se presentaron dificultades y contratiempos en el aprendizaje. La idea principal fue disminuir estos contratiempos para que el aprendizaje sea más significativo. Como resultado primordial fue comprobar el avance en el aprendizaje y comprensión de la derivación como una herramienta útil de la Matemática, porque los alumnos entendieron que es aplicativa. La conclusión básica radica que con una correcta planificación, clases motivadoras, más inclusivas, aplicativas, consecuentes, claras, concisas, apoyadas con la tecnología y especialmente que formen al alumno como un ente beneficioso a la comunidad; podemos lograr una educación de calidad y calidez.

Palabras claves: Unidad didáctica, Trabajo de Fin de Máster, Aplicaciones de la derivación en problemas de modelización



Abstract

The primary objective for the completion of master's thesis is to find strategies, develop teaching-learning techniques to innovate and improve the didactic unit Applications of derivation in modeling problems, which was implemented to students of the 3rd BGU of our Educational unit. It was convenient to carry out the implementation in 4 study sessions giving more emphasis to the applications for being the main object of our study. Considering that the teaching-learning activities are a concatenated process of experiences and experiences of the student-teacher relationship, there were difficulties and setbacks in learning. The main idea was to reduce these setbacks so that learning becomes more significant. As a primary result was to check the progress in learning and understanding of the derivation as a useful tool of Mathematics, because the students understood that it is applicative. The basic conclusion is that with proper planning, motivating classes, more inclusive, applicative, consistent, clear, concise, supported by technology and especially that form the student as a beneficial entity to the community; we can achieve a quality education and warmth.

Keywords: Teaching unit, Master's Thesis, Applications of derivation in modeling problems



ÍNDICE

Contenidos

Cesión de Derechos	6
1. Introducción	7
1.1. Interés y contextualización de su labor docente	7
1.2. Estructura del dossier o memoria	7
2. Presentación de la unidad didáctica implementada	9
2.1. Presentación de objetivos	9
2.1.1. Objetivos del área	9
2.1.2. Objetivos de curso	10
2.1.3. Objetivo didáctico general	10
2.2. Presentación de contenidos y su contextualización en los currículos oficiales	10
2.2.1. Contenidos de la unidad didáctica	10
2.2.2. Contextualización curricular	11
2.3. Diseño de las actividades de enseñanza y aprendizaje en relación con los objetivos y los contenidos	12
2.4. Presentación de las actividades de evaluación formativa	18
2.4.1. Criterios de evaluación	18
2.4.2. Criterios de calificación	18
2.4.3. Materiales y recursos	18
3. Implementación de la unidad didáctica.....	19
3.1. Adecuación de los contenidos implementados a los planificados y adaptaciones realizadas	19
3.2. Resultados de aprendizaje de los alumnos	20
3.3. Descripción del tipo de interacción	22
3.4. Dificultades observadas	23
4. Valoración de la implementación y pautas de rediseño de la unidad didáctica	24



4.1. Valoración de la unidad didáctica y propuesta de mejora	24
5. Reflexiones finales	29
5.1. En relación a las asignaturas troncales de la maestría	29
5.2. En relación a las asignaturas de la especialidad	30
5.3. En relación a lo aprendido durante el TFM.....	30
6. Referencias bibliográficas.....	32
7. Autoevaluación de los aprendizajes adquiridos	33
8. Anexos	35





CESIÓN DE DERECHOS

Azogues, 2 019

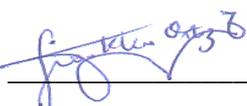
Yo, FRANKLIN FERNANDO ORTIZ TIGREROS, autor del Trabajo Final de Maestría, titulado: APLICACIONES DE LA DERIVADA EN PROBLEMAS DE MODELIZACIÓN, estudiante de la Maestría en Educación, mención MATEMÁTICAS con número de identificación 0910737170, mediante el presente documento dejo constancia de que la obra es de mi exclusiva autoría y producción.

1. Cedo a la Universidad Nacional de Educación, los derechos exclusivos de reproducción, comunicación pública, distribución y divulgación, pudiendo, por lo tanto, la Universidad utilizar y usar esta obra por cualquier medio conocido o por conocer, reconociendo los derechos de autor. Esta autorización incluye la reproducción total o parcial en formato virtual, electrónico, digital u óptico, como usos en red local y en internet.

2. Declaro que en caso de presentarse cualquier reclamación de parte de terceros respecto de los derechos de autor/a de la obra antes referida, yo asumiré toda responsabilidad frente a terceros y a la Universidad.

3. En esta fecha entrego a la Universidad, el ejemplar respectivo y sus anexos en formato digital o electrónico.

Nombre: FRANKLIN FERNANDO ORTIZ TIGREROS

Firma: 



1. Introducción

1.1. Intereses y contextualización de su labor docente

Mi carrera en la docencia empieza formalmente en el año de 1988 en los colegios particulares de mi ciudad, a la vez que realizaba mis estudios en la Universidad Estatal de Guayaquil, Extensión Universitaria de Milagro (hoy Universidad Estatal de Milagro) donde obtuve el título de Licenciado en Ciencias de la Educación Físico-Matemáticas en el año de 1991, hasta que tuve la oportunidad de ser contratado por la Universidad Estatal de Milagro para dar los cursos de nivelación a los futuros universitarios, durante 10 años, a la vez que ejercía la docencia en un colegio de la localidad. Gracias a Dios y a mi esfuerzo obtuve mi nombramiento definitivo en la Unidad Educativa “Gorky Elizalde Medranda” el 1 de noviembre del 2014 de la ciudad de Milagro, parroquia Milagro con la cátedra de Matemática a los 8vos y 10mos años de EGB. Al año siguiente y debido a mi cierta experiencia docente en los cursos de nivelación universitaria me ubicaron en la cátedra de matemática en los 3ros de BGU, donde hasta la actualidad la ejerzo y procurando siempre innovar métodos de enseñanza aprendizaje para que nuestros alumnos capten de manera significativa esta hermosa asignatura. Como dije hace un momento, y gracias A Dios por sobre todas las cosas, obtuve esta maestría que me va a permitir afianzar los conocimientos en las metodologías de enseñanza para lograr una educación de calidad y calidez; pero de manera especial mejorar como persona.

1.2. Estructura del dossier o memoria

Este Trabajo Final de Máster (TFM) está conformado de la siguiente manera:

Introducción: Aquí se contextualiza nuestra experiencia docente y los objetivos que se persiguen para una excelente educación; y además se muestra cómo va a estar estructurado el TFM.

Primera sección: En esta parte se hace la presentación de la unidad educativa que se va a implementar y realizar los análisis de los resultados obtenidos.

Segunda sección: Aquí se realiza la implementación de la unidad, se indica y analiza los resultados de los aprendizajes; dificultades que se presentaron en la labor educativa cuando se implementa la unidad educativa.

Tercera sección: Para esta sección se hará el rediseño y la valoración de la unidad educativa implementada.



Bibliografía o Linkografía: Aquí se ubican las referencias bibliográficas o links de interés que han servido de guía para la realización del TFM.

Anexos: Aquí se muestran los complementos necesarios surgidos en el TFM.





2. Presentación de la unidad didáctica implementada

La unidad didáctica implementada en nuestra Unidad Educativa “Gorky Elizalde Medranda” trata acerca de la *Derivación y sus aplicaciones en la vida diaria*. El objetivo que se persigue es que nuestros alumnos de 3ro BGU tomen conciencia de que la matemática no es una ciencia fría y que está conceptuada en una base real y que todo el entorno es susceptible de ser modelizado y por lo tanto traducido a funciones derivables. Es menester, por lo tanto, lograr que nuestro alumnado logre la abstracción del pensamiento, con un carácter analítico racional, participativo y colaborativo. La propuesta didáctica que vamos a implementar en esta unidad didáctica busca fortalecer estos parámetros de aprendizaje y aunque no es fácil lograr el cambio inmediato, se proponen mejoras en las estrategias metodológicas.

2.1. Presentación de objetivos

2.1.1. Objetivos generales del área

OG.M.1. Proponer soluciones creativas a situaciones concretas de la realidad nacional y mundial mediante la aplicación de las operaciones básicas de los diferentes conjuntos numéricos, y el uso de modelos funcionales, algoritmos apropiados, estrategias y métodos formales y no formales de razonamiento matemático, que lleven a juzgar con responsabilidad la validez de procedimientos y los resultados en un contexto.

OG.M.2. Producir, comunicar y generalizar información, de manera escrita, verbal, simbólica, gráfica y/o tecnológica, mediante la aplicación de conocimientos matemáticos y el manejo organizado, responsable y honesto de las fuentes de datos, para así comprender otras disciplinas, entender las necesidades y potencialidades de nuestro país, y tomar decisiones con responsabilidad social.

OG.M.3. Desarrollar estrategias individuales y grupales que permitan un cálculo mental y escrito, exacto o estimado; y la capacidad de interpretación y solución de situaciones problemáticas del medio.

OG.M.4. Valorar el empleo de las TIC para realizar cálculos y resolver, de manera razonada y crítica, problemas de la realidad nacional, argumentando la pertinencia de los métodos utilizados y juzgando la validez de los resultados.

OG.M.5. Valorar, sobre la base de un pensamiento crítico, creativo, reflexivo y lógico, la vinculación de los conocimientos matemáticos con los de otras disciplinas científicas y los



saberes ancestrales, para así plantear soluciones a problemas de la realidad y contribuir al desarrollo del entorno social, natural y cultural.

OG.M.6. Desarrollar la curiosidad y la creatividad a través del uso de herramientas matemáticas al momento de enfrentar y solucionar problemas de la realidad nacional, demostrando actitudes de orden, perseverancia y capacidades de investigación.

2.1.2. Objetivos de curso

OG.M.2. Producir, comunicar y generalizar información, de manera escrita, verbal, simbólica, gráfica y/o tecnológica, mediante la aplicación de conocimientos matemáticos y el manejo organizado, responsable y honesto de las fuentes de datos, para así comprender otras disciplinas, entender las necesidades y potencialidades de nuestro país, y tomar decisiones con responsabilidad social.

OG.M.4. Valorar el empleo de las TIC para realizar cálculos y resolver, de manera razonada y crítica, problemas de la realidad nacional, argumentando la pertinencia de los métodos utilizados y juzgando la validez de los resultados.

OG.M.6. Desarrollar la curiosidad y la creatividad a través del uso de herramientas matemáticas al momento de enfrentar y solucionar problemas de la realidad nacional, demostrando actitudes de orden, perseverancia y capacidades de investigación.

2.1.3. Objetivo didáctico general

O.M.5.2. Producir, comunicar y generalizar información de manera escrita, verbal, simbólica, gráfica y/o tecnológica mediante la aplicación de conocimientos matemáticos y el manejo organizado, responsable y honesto de las fuentes de datos para comprender otras disciplinas, entender las necesidades y potencialidades de nuestro país y tomar decisiones con responsabilidad social.

2.2. Presentación de contenidos y su contextualización en los currículos oficiales

2.2.1. Contenidos de la unidad didáctica: Aplicaciones de la Derivada

1. Derivada de una función en un punto

1.1. Interpretación geométrica

1.2. Ecuación de la Recta Tangente



2. Función Derivada

2.1. Derivadas de orden superior

3. Función Derivada y Operaciones

3.1. Reglas de Derivación de Funciones Algebraicas y Trascendentales

4. Aplicaciones de las Derivadas

4. 1. Monotonía de una función

4. 2. Extremos relativos de una función

4.3. Curvatura y Punto de Inflexión

4.4. Problemas de Optimización

2.2.2. Contextualización Curricular

M.5.1.47. Calcular de manera intuitiva la derivada de funciones polinomiales de grado ≤ 4 a partir del cociente incremental.

M.5.1.48. Interpretar de manera geométrica (pendiente de la secante) y física el cociente incremental (velocidad media) de funciones polinomiales de grado ≤ 4 , con apoyo de las TIC.

M.5.1.49. Interpretar de manera geométrica y física la primera derivada (pendiente de la tangente, velocidad instantánea) de funciones polinomiales de grado ≤ 4 , con apoyo de las TIC.

M.5.1.50. Interpretar de manera física la segunda derivada (aceleración media, aceleración instantánea) de una función polinomial de grado ≤ 4 , para analizar la monotonía, determinar los máximos y mínimos de estas funciones y graficarlas con apoyo de las TIC (calculadora gráfica, software, applets).

M.5.1.51. Calcular de manera intuitiva la derivada de funciones racionales cuyos numeradores y denominadores sean polinomios de grado ≤ 2 , para analizar la monotonía, determinar los máximos y mínimos de estas funciones y graficarlas con apoyo de las TIC (calculadora gráfica, software, applets)

M.5.1.52. Resolver aplicaciones reales o hipotéticas con ayuda de las derivadas de funciones polinomiales de grado ≤ 4 y de funciones racionales cuyos numeradores y denominadores sean polinomios de grado ≤ 2 , y juzgar la validez y pertinencia de los resultados obtenidos.



2.3. Diseño de las actividades de enseñanza y aprendizaje en relación con los objetivos y los contenidos.

Sesión 1: 3 horas clase

Tema 1: Derivada de una función en un punto

Dado que los alumnos ya poseen conocimientos previos de su curso anterior acerca de la interpretación geométrica de la derivada (pendiente de la recta tangente), en esta sesión, solo se propondrán 3 ejercicios a fin de conocer qué tan afianzados están dichos conocimientos y reforzarlos en alguna inquietud te tengan. Eso sí, se debe hacer hincapié en la definición de la derivada en su sentido geométrico y no meramente como un límite.

EJERCICIO 1: Determina de derivada $f'(x)$ para la función $f(x) = 2x^3$.

¿Qué definición debes usar para resolver este ejercicio?

¿Qué interpretación le das al resultado obtenido?

¿Podrías realizar un gráfico de $f(x)$?

EJERCICIO 2: Determina el valor de $f'(3)$ para la función $f(x) = x^2 + 2x$.

¿Qué definición debes usar para resolver este ejercicio?

¿Qué interpretación le das al resultado obtenido?

¿Podrías realizar un gráfico de $f(x)$?

EJERCICIO 3: Halla la ecuación de la recta tangente en $x = 2$, de la función $f(x) = x^2 - 3x + 5$.

¿Qué definición debes usar para resolver este ejercicio?

¿Qué fórmula te permite obtener la ecuación de la recta tangente?

¿Podrías realizar un gráfico de $f(x)$ y la recta tangente?



Sesión 2: 3 horas clase

Tema 2: Función Derivada

En esta sesión, solo se propondrán 2 ejercicios de derivadas de orden superior, debido a que constituye procesos repetitivos de resolución y solo es con la finalidad de reforzamiento en la definición de derivada.

EJERCICIO 1: Determina de derivada $f''(x)$ para la función $f(x) = 2x^2$.

¿Qué definición debes usar para resolver este ejercicio?

¿Esta definición es útil para resolver este tipo de ejercicios?

EJERCICIO 2: Determina el valor de $f'''(1)$ para la función $f(x) = x^3$.

¿Qué definición debes usar para resolver este ejercicio?

¿Qué conclusiones podemos realizar acerca de los dos ejercicios anteriores?

Sesión 3: 3 horas clase

Tema 3: Función Derivada y Operaciones

En esta sesión se propondrán 3 ejercicios para que los alumnos apliquen las distintas reglas que existen para derivar tanto funciones algebraicas como funciones trascendentales. El objetivo primordial es que se vayan familiarizando con el uso de las distintas fórmulas de derivación ya que constituyen un requisito básico para el Cálculo Integral. Además, se puede percatar acerca de las dificultades que se van a presentar cuando los alumnos utilicen estas fórmulas.

EJERCICIO 1: Obtén la derivada de la función $f(x) = 3x^5 - 2x^3 + 4x - 5$

¿Qué regla principal usas para resolver el ejercicio?

¿Qué reglas particulares aplicas en este ejercicio?

¿Este proceso de resolución es más rápido o más lento que el proceso aplicado en la definición de la derivada?



EJERCICIO 2: Obtén la derivada de la función $f(x) = \ln(2x^2 - 5x + 3)$

¿Qué regla principal usas para resolver el ejercicio?

¿Qué reglas particulares aplicas en este ejercicio?

EJERCICIO 3: Obtén la derivada de la función $f(x) = e^{x^2-2x}$

¿Qué regla principal usas para resolver el ejercicio?

¿Qué reglas particulares aplicas en este ejercicio?

Sesión 4: 6 horas clase

Tema 4: Aplicaciones de las derivadas

En esta sesión es muy importante que el alumno tenga ya un gran dominio del concepto de la derivada ya que va a conocer las aplicaciones más importantes del uso de derivación. Se partirá de ciertos ejercicios simples hasta llegar a nuestro objetivo principal que son las aplicaciones a los problemas de la vida real.

EJERCICIO 1: Obtén el punto mínimo relativo de la función cuadrática

$$f(x) = 2x^2 - 3x - 2.$$

¿Qué pasos debes hacer para resolver el ejercicio?

¿Grafica la función para comprobar el resultado? Debes demostrar que este mínimo relativo coincide con el vértice de la parábola.

EJERCICIO 2: Determina el punto máximo y punto mínimo relativo de la función

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4.$$

¿Qué pasos debes hacer para resolver el ejercicio?

¿Grafica la función para comprobar el resultado?

EJERCICIO 3: Determina el punto de inflexión y los intervalos de concavidad y convexidad de la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$.

¿Qué pasos debes hacer para resolver el ejercicio?



¿Gráfica la función para comprobar el resultado?

Estos ejercicios básicos permitirán tener fundamentos sólidos para conocer el dominio de los alumnos acerca de la derivación para aplicarlos a los problemas del entorno.

EJERCICIO 4: Una huerta tiene actualmente 24 árboles, que producen 600 frutos cada uno. Se calcula que, por cada árbol adicional plantado, la producción de cada árbol disminuye en 15 frutos.

- ¿Cuál debe ser el número total de árboles que debe tener la huerta para que la producción sea máxima?
- ¿Cuál será esa producción?

¿Qué pasos debes hacer para resolver el ejercicio?

¿Cómo comprobarías los resultados obtenidos?

¿Crees que este ejemplo es un ejemplo típico de la asignatura Emprendimiento y Gestión?

¿Sería factible aplicar este tipo de ejercicio en algún tipo de emprendimiento económico?

¿Podrías esbozar una gráfica de este ejercicio?

EJERCICIO 5: Una compañía estima que la demanda anual de su producto fluctúa con su precio. La función de demanda es $q = 180\,000 - 250p$ donde q es el número de unidades demandadas y p el precio en dólares. El costo total de producir q unidades se estima con la función $C = 350\,000 + 300q + 0,001q^2$. **Determina cuántas** unidades q deberían producirse con objeto de maximizar la utilidad anual.

¿Qué pasos debes hacer para resolver el ejercicio?

¿Cómo comprobarías los resultados obtenidos?

¿Crees que este ejemplo es un ejemplo típico de la asignatura Emprendimiento y Gestión?

¿Sería factible aplicar este tipo de ejercicio en algún tipo de emprendimiento económico?

¿Podrías esbozar una gráfica de este ejercicio?



EJERCICIO 6: El movimiento de un proyectil viene dado por la siguiente ecuación:

$x(t) = 5 + 3t - 4,9t^2$, donde x es la posición en metros y t es el tiempo en segundos.

Calcula la velocidad y la aceleración para $t = 2$ s.

¿Qué pasos debes hacer para resolver el ejercicio?

¿Cómo comprobarías los resultados obtenidos?

¿Los resultados que obtuviste coinciden con las que se aplican en las leyes del movimiento estudiadas en tu clase de Física?

¿Podrías esbozar una gráfica de este ejercicio?

EJERCICIO 7: Los beneficios de una empresa vienen dados por la siguiente ecuación:

$f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 4$, donde x son los años transcurridos y $f(x)$, el beneficio en miles de dólares. **Calcula:** El momento en el cual el beneficio sea mínimo y el valor de este beneficio.

¿Qué pasos debes hacer para resolver el ejercicio?

¿Cómo comprobarías los resultados obtenidos?

¿Podrías esbozar una gráfica de este ejercicio?

EJERCICIO 8: El rendimiento r en porcentaje de un alumno en un examen de una hora viene dado por $r(t) = 300t(1 - t)$, donde $0 \leq t \leq 1$ es el tiempo en horas. **Halla** ¿en **qué momentos aumenta o disminuye** el rendimiento?

¿Qué pasos debes hacer para resolver el ejercicio?

¿Cómo comprobarías los resultados obtenidos?

¿Podrías esbozar una gráfica de este ejercicio?

¿Qué contraste de interesante en este ejercicio?

EJERCICIO 9: Un sociólogo estudia varios programas que pueden ayudar en la educación de niños de edad preescolar en cierta ciudad. El sociólogo cree que x años después de iniciado un programa particular, $f(x)$ miles de niños estarán matriculados donde $f(x) = \frac{10}{9}(12x - x^2)$, $0 \leq x \leq 12$. ¿A **qué razón** cambiará la matrícula, después de 3 años?

¿Qué pasos debes hacer para resolver el ejercicio?



¿Cómo comprobarías los resultados obtenidos?

¿Podrías esbozar una gráfica de este ejercicio?

¿Qué encontraste de interesante en este ejercicio?

EJERCICIO 10: Durante una reacción química en la cual una sustancia **A** se descompone, la masa (en gramos) de **A** restante en un tiempo **t** dado en horas, está dada por $m(t) = 9 - 3t + \frac{1}{4}t^2$. **Encuentra** $m'(t)$ e **interpreta** este resultado que obtuviste. Además **evalúa**: $m(0)$, $m'(0)$, $m(6)$ y $m'(6)$.

¿Qué pasos debes hacer para resolver el ejercicio?

¿Cómo comprobarías los resultados obtenidos?

¿Podrías esbozar una gráfica de este ejercicio?

¿Qué encontraste de interesante en este ejercicio?

EJERCICIO 11: Una compañía estima que la demanda anual de su producto fluctúa con su precio. La función de demanda es $q = 180\,000 - 250p$ donde **q** es el número de unidades demandadas y **p** el precio en dólares. El costo total de producir **q** unidades se estima con la función $C = 350\,000 + 300q + 0,001q^2$. **Determina cuántas** unidades **q** deberían producirse con objeto de maximizar la utilidad anual.

¿Qué pasos debes hacer para resolver el ejercicio?

¿Cómo comprobarías el resultado obtenido?

¿Podrías esbozar una gráfica de este ejercicio?

¿Qué encontraste de interesante en este ejercicio?



2.4. Presentación de las actividades de evaluación formativa

2.4.1. Criterios de evaluación

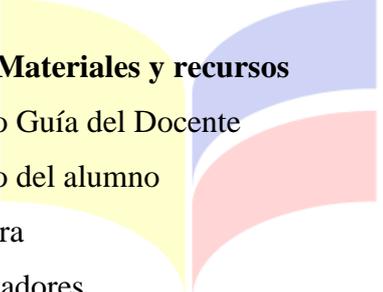
CE.M.5.5. Aplica el álgebra de límites como base para el cálculo diferencial e integral, interpreta las derivadas de forma geométrica y física, y resuelve ejercicios de áreas y problemas de optimización.

2.4.2. Criterio de calificación

- Actuación en clase (10 %)
- Tareas individuales realizadas en clase (40 %)
- Tareas grupales realizadas en clase (30 %)
- Tareas para realizar en la casa (10 %)
- Evaluación escrita (10 %)

2.4.3. Materiales y recursos

- Texto Guía del Docente
- Texto del alumno
- Pizarra
- Marcadores
- Borrador
- Calculadora científica
- Calculadora Gráfica Geogebra



Ministerio
de Educación



3. Implementación de la unidad didáctica

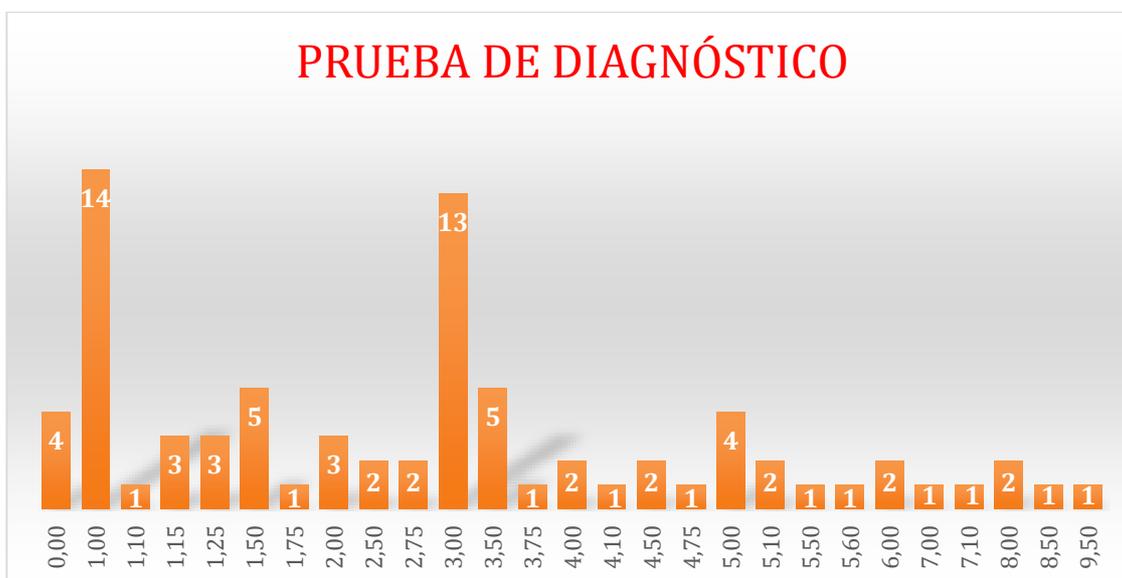
3.1. Adecuación de los contenidos implementados a los planificados y adaptaciones realizadas

Es indudable que un fin de la educación es el progreso de los pueblos; y uno de los principios que persigue cualquier maestro es crear estrategias metodológicas con el fin de que sus alumnos tengan una educación de calidad y calidez, una educación que les permita saber el cómo, el porqué, el para qué el conocimiento. Es por eso que en este TFM se ha implementado ejercicios con preguntas tendientes a despertar el interés por las cuestiones matemáticas, a despertar el razonamiento de los alumnos, a ser entes colaborativos de manera especial en los trabajos grupales, no “egoístas educativos”, sino participativos y cuando trabajen en parejas el que “más sabe oriente al que menos sabe”. Aunque no es una tarea muy fácil (alumnos con deficiencias previas, alumnos provenientes de sectores rurales con escuelas que poseen falencias educativas, alumnos que trabajan a medio tiempo para costear su traslado al centro de enseñanza y muchos de ellos con poco o casi de nada de tiempo para estudiar) esta implementación que se propone ayudaría a mejorar la enseñanza en mi Unidad Educativa.

Por cuestión de tiempo se ha creído prudente reforzar las horas de clase en lo referente a la aplicación de las reglas de derivación, pues considero que el aprendizaje de estas reglas son las bases para que no tengan tropiezos cuando lleguen al estudio del Cálculo Integral ya que es la operación inversa del Cálculo Diferencial. En el caso de nuestra Unidad Didáctica de estudio es primordial para las aplicaciones en los problemas de la vida cotidiana. El uso de las TIC (calculadora gráfica Geogebra en los celulares y el software Geogebra en el laboratorio de computación de la Unidad Educativa) ayudan enormemente para que los alumnos tengan un mejor aprendizaje ya que la visualización del ejercicio permite diversas opciones de resolución; además las TIC son un recurso valioso para que los alumnos resuelvan cualquier ejercicio de derivación, trazado de tangentes a una curva, obtención de máximos y mínimos relativos, etc. El currículo vigente tiene como premisa la inclusión educativa tanto para alumnos con capacidades especiales como para alumnos de diversidad cultural, social, religiosa, política, etc. No se ha realizado adaptaciones curriculares para personas con capacidades especiales ya que no hay en 3ro BGU de mi Unidad Educativa.

3.2. Resultados de aprendizaje de los alumnos

Los alumnos de 3ro BGU (79 alumnos) en 3 paralelos, ya tenían un conocimiento previo acerca de la definición de la derivada, se realizó una prueba de diagnóstico (sobre 10 puntos) y se obtuvieron los siguientes resultados:



Donde podemos apreciar que hay un alto porcentaje (cerca del 83 %), es decir, 63 alumnos que obtuvieron una nota inferior a 5 sobre 10 puntos. La dificultad de los alumnos en estos tipos de ejercicios de derivación es la confusión en el uso al ubicar y aplicar las fórmulas (no reconocían el producto, cociente, funciones trigonométricas, logarítmicas, etc.), es decir, tenían problemas serios de razonamiento, resultado de ser muy mecanicistas en la resolución de ejercicios. Esto no causó un desanimo, más bien en una clase posterior se les explicó el uso preciso de las fórmulas donde primero deben reconocer la operación algebraica dada para después poder aplicar la regla correspondiente.

Para reconocer y comprobar el avance en la enseñanza de la derivación se les tomó una evaluación de comprobación, la cual arrojó los siguientes resultados:



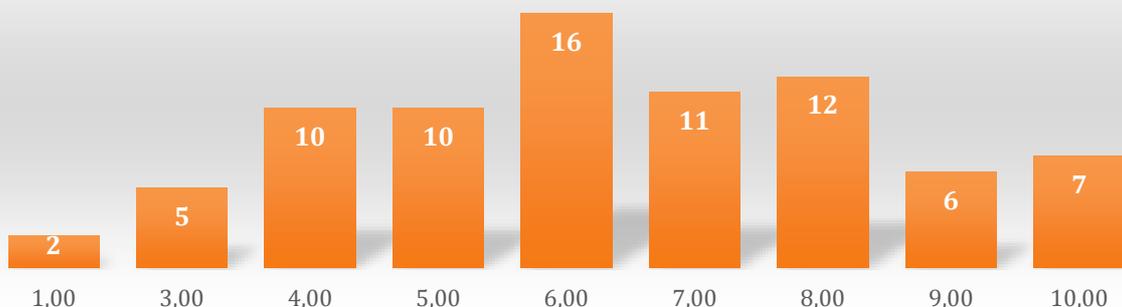
EXAMEN DE COMPROBACIÓN



Ya aquí se nota un cambio significativo, de 79 alumnos evaluados, 37 alumnos tienen notas inferiores a 5 sobre 10 (47 % aproximadamente), un poco menos de la mitad de los evaluados. Siguen existiendo los tropiezos sobre todo en la aplicación de la fórmula del cociente, la cual se les hace complicada. Los alumnos sugieren que en una próxima evaluación se les disminuya el número de ejercicios con el uso de esta fórmula; se les indica que va a hacerse caso a su sugerencia, pero se les advierte que sigue siendo una fórmula importantísima en la derivación de funciones racionales, por lo que se les hará un refuerzo para afianzar conocimientos acerca del uso de esta fórmula.

A continuación se les muestra los resultados de la última evaluación acerca de las operaciones con las derivadas:

EXAMEN FINAL



Aquí solamente 17 alumnos siguen presentando dificultades en el uso de las fórmulas de derivación, es decir, un porcentaje aproximado del 21 %. Si bien es cierto que hay un gran aprendizaje significativo, también es cierto que casi la quinta parte del alumnado de 3ro BGU



sigue presentando problemas en el aprendizaje. Se precisa recordarles que hay otras formas de aprender a derivar, tales como tutoriales de YouTube, la calculadora gráfica Geogebra y el software Geogebra.

3.3. Descripción del tipo de interacción

Dado que se trata de 4 sesiones, se las va resumir de la siguiente manera:

Sesión 1: En esta sesión se le preguntó a los alumnos si sabían acerca de la derivada y algunos responden que sirve para hallar la tangente de una recta, otros alegan que es un límite, pero no saben para qué sirve; otros afirman que es una pendiente de “no sé qué cosa” y ciertos alumnos dicen que “nunca han visto eso”. Esto permite sacar conclusiones de que la mayoría tiene noción de “algo” y hay que analizar ese “algo”. En la siguiente clase se preparan 3 ejercicios para discutir acerca de la derivada, donde se aplica la definición y para qué nos sirve.

Sesión 2: Dado que el tiempo es corto, se realizó grupos de trabajo para que apliquen la definición de derivada en 2 ejercicios como una actividad de refuerzo. En el primer ejercicio deben hallar la segunda derivada y en el segundo ejercicio deben hallar la tercera derivada. La gran mayoría de alumnos no saben qué hacer, creen que se trata de otra cosa y piden que se les explique. Con cada jefe de grupo aparte se les transmite cómo es el proceso y que solo se trata de que apliquen la definición dos veces en el caso de la segunda derivada y tres veces si se trata de la tercera derivada.

Sesión 3: La propuesta en esta sesión es explicarles que existen varias reglas de derivación basadas en la definición de derivada, que sirven para aplicarse en las funciones algebraicas como en las funciones trascendentales. Se les ha propuesto 3 ejercicios para que reconozcan qué fórmula aplicar. Se les entrega la hoja de ejercicios, pero se les hace difícil reconocer la operación algebraica para poder aplicar la fórmula. Se hace una pausa para superar el inconveniente y les explico que en toda función algebraica siempre hay una operación fundamental o principal y luego esta operación puede subdividirse en pequeñas operaciones. Se les envía una tarea para que resuelvan derivadas de productos y cocientes para saber cómo las obtienen, sin embargo a todos los alumnos se les hace complicado este proceso, en especial la división, por lo que se precisa explicarles en forma pausada estos procesos. Aquí se presenta la necesidad de realizar una prueba de diagnóstico y dos evaluaciones porque se precisa que los alumnos dominen el uso de las reglas de derivación, útiles para las aplicaciones de las



derivadas en problemas del entorno que es el tema de TFM y para el posterior estudio del Cálculo Integral.

Sesión 4: En esta sesión se va a tomar más tiempo, porque aquí se van a tratar las aplicaciones de las derivadas en problemas del entorno. Se han propuesto varios ejercicios y se ha partido con uno que me ha parecido muy interesante, porque se requiere que los alumnos lleguen a una generalización (función algebraica) para que puedan llegar a una función derivable y por consiguiente puedan resolver el ejercicio. Este problema es muy interesante, ya que creó un debate de ideas. Los mismos alumnos iban construyendo el conocimiento, iban induciendo para poder llegar a una generalización y por supuesto a la función algebraica que luego va a ser derivada para poder optimizar.

3.4. Dificultades observadas.

Se citarán las siguientes dificultades que se encontraron durante el proceso de implementación de la Unidad Didáctica.

- Existen dificultades de lenguaje, pues los alumnos no saben interpretar los ejercicios y por lo tanto no saben qué tienen que hacer o qué deben resolver.
- La gran mayoría de estudiantes son mecanicistas, pues han estado acostumbrados a resolver ejercicios pero no problemas.
- Es evidente que el lenguaje es fundamental para poder interpretar cualquier problema o ejercicio especialmente si son de tipo matemático y por lo tanto su capacidad de raciocinio es limitada.
- Una dificultad que se presenta en todo proceso de aprendizaje es la falta de la Tecnología. Si bien es cierto que se cuenta con un laboratorio de computación, éste resulta insuficiente. Prácticamente grupos de 4 alumnos por cada computadora no abastece.
- Para el uso de la calculadora gráfica Geogebra, ciertos alumnos la pudieron descargar en sus celulares, pero se debe recordar que no todos están en capacidad de tener un celular android. Sin embargo, se delegó a aquellos que tenían para que les expliquen a los otros cómo realizar operaciones de derivadas, graficar funciones, en estos dispositivos electrónicos.
- Deficiencias de orden algebraico, no saben reconocer las operaciones básicas, limitaciones de orden aritmético con la ley de los signos, tanto para la suma algebraica como para el producto.



4. Valoración de la implementación y pautas de rediseño de la unidad didáctica

4.1. Valoración de la unidad didáctica y propuesta de mejora, siguiendo las pautas que cada especialidad ha dado para guiar la práctica reflexiva

Un objetivo primordial en la enseñanza de las aplicaciones de la derivada en problemas de modelización, en 3ro de BGU de la Unidad Educativa “Gorky Elizalde Medranda” de la ciudad de Milagro, es reconocer la importancia de la Matemática en el campo del saber humano y sobre todo su carácter aplicativo en la vida práctica. Por eso se debe valorar todo aquello que sirva para afianzar y mejorar todos los aspectos tendientes a la calidad y calidez de la educación de nuestros alumnos; por eso se debe agradecer a esta Maestría en Educación que permite adquirir experiencias nuevas, crear destrezas metodológicas para enseñar una buena matemática, una matemática que no sea transmisora de conocimientos sino constructivista, donde el alumno vaya formando el conocimiento y de manera especial que comparta lo que sabe y lo aplique para el beneficio de su entorno. En el desarrollo de la implementación de la unidad didáctica Aplicaciones de la Derivada en Problemas de Modelización, se van a considerar los criterios de idoneidad didáctica de **Breda & Lima, (2016)**. Estas pautas sirven para medir o realizar mejoras o cambios en las competencias matemáticas alcanzadas por los alumnos con una proyección futura de nuevos aprendizajes. Así tenemos los siguientes criterios que nos permiten hacer efectivo el aprendizaje:

i) Idoneidad Epistémica: Una buena matemática para que sea efectiva debe ser aplicada, en base a esto se ha propuesto a los alumnos ejercicios y problemas prácticos con un lenguaje claro, en los cuales deben interpretar, argumentar, razonar para poder resolverlos. Eso sí buscando estrategias de resolución ya sea individual o colaborativa (grupal). He procurado en lo posible elegir los ejercicios buscando siempre aumentar poco a poco el grado de dificultad, donde se reflejen simbologías matemáticas sencillas y representaciones gráficas explicativas. Se ha tratado en todo momento de realizar ejercicios y problemas de los textos vigentes dados por el Ministerio de Educación del Ecuador ya que están adaptados al currículo vigente.

ii) Idoneidad Cognitiva: Como se explicó en la Sesión 1, ya los alumnos de 3ro BGU vienen con conocimientos previos acerca de la derivación de su curso anterior, se considera que es una ventaja ya que el conocimiento solo debe afianzarse; pero se tuvieron que canalizar estos aprendizajes y de cierta forma explicarles como si fuera la primera vez y solo se debe implementar ejercicios adecuados como refuerzo. La situación se hizo interesante cuando empezaron a usar las reglas de la derivación, pues los alumnos expresaron que con el uso de



las fórmulas la derivación es fácil en comparación con la interpretación geométrica, que resulta un poco más extensa para la obtención de la derivada. Pero luego les resultó caótica cuando les tocó derivar funciones racionales algebraicas ya que se les hizo un complejo el proceso de derivación. En conclusión el contenido dado está acorde y consecuente al aprendizaje previo de los alumnos.

iii) Idoneidad Interaccional: Se ha procurado que en todas las sesiones, todas las actividades programadas tengan un lenguaje claro, pausado, preciso y conciso, donde los alumnos sean los actores principales del conocimiento y el docente solo debe ser una especie de “ayudante” para que puedan resolver cualquier problema, es decir, darles ciertos clics de resolución. En ciertos momentos de las sesiones implementadas se propuso que se formen debates entre ellos donde todos participen y para que todos propongan mecanismos de solución de ciertos ejercicios donde el docente actúe como un simple mediador. Se destaca sobre manera la sesión de las aplicaciones de las derivadas cuando se les explicaba qué cosa eran las utilidades, las ganancias, los beneficios, los ingresos, donde los alumnos no tenían claro las similitudes y diferencias de estos términos, pues uno grupos opinaban que significaban lo mismo, pero otros afirmaban que solo ciertos términos son similares y otro era diferente. Se les pide que ante cualquier duda deben investigar los términos en algún diccionario.

iv) Idoneidad Mediacional: Como se conoce la tecnología constituye el recurso fundamental y de comprobación de cualquier proceso matemático. Basado en esto, se sugirió a los alumnos que tienen celulares con tecnología android, descarguen dos calculadoras gráficas (Mathally y Geogebra). El primer objetivo principal era que puedan comprobar que los resultados obtenidos en clase deben siempre coincidir con los resultados de las calculadoras. Ahora bien, como segundo objetivo era que formen grupos de trabajos con estos alumnos para que a su vez estos les expliquen a sus compañeros cómo utilizar esta herramienta de trabajo. A los alumnos les pareció interesante ya que muchos pensaban que las calculadoras solo se limitaban a operaciones con funciones básicas y no de graficación. En lo referente a la utilización de laboratorio de computación y dado que no abastece, solo se pudo trabajar con un computador para 4 alumnos. La idea era que operen con el software Geogebra en la graficación de tangentes a una parábola y en la determinación de derivadas. En definitiva se utilizó el poco recurso tecnológico con que se cuenta, pero recalando que es de gran utilidad y ayuda, ya que la visualización ayuda a la resolución de cualquier ejercicio matemático y el aprendizaje se hace más significativo.



v) **Idoneidad emocional:** Una clase que no sea motivadora no despierta el interés de los alumnos. Como ya se dijo anteriormente al ser la matemática una ciencia práctica esta genera expectativas cuando se trata de hablar de las diversas aplicaciones en la vida diaria. Ciertos alumnos siempre están cuestionando con sus frases típicas “y para qué me sirve eso”, “dónde lo aplico”. Es por eso que la unidad didáctica Aplicaciones de la Derivada en Problemas de Modelización, se presta para dar respuesta a sus inquietudes. Además se les manifiesta que la matemática al ser práctica necesita de ciertos pasos específicos para resolver cualquier problema, pero esto no debe causarles contratiempos sino más bien deben usarlo como una fortaleza de resolución. Un caso relevante para anotar fue cuando en un problema de aplicación que trataba sobre un árbol cargado de frutos, los alumnos pensaban que no se podía llegar a resolver, porque aparentemente faltaban datos; pero pudieron obtener una función derivable por medio de una inducción simple que los llevó a una generalización y en consecuencia pudieron resolver el problema. Cabe recalcar que los alumnos pensaban que los problemas contextualizados de los libros vigentes solo eran ejercicios sin ninguna profundidad científica práctica. Se les indicó que todo era resultado de estudios serios e investigaciones llevadas a cabo por grandes matemáticos que buscan traducir todos los problemas de la vida al lenguaje matemático para darle su respectiva solución.

vi) **Idoneidad Ecológica:** Las actividades realizadas van acorde al progreso, al desarrollo del alumno como persona y como un individuo responsable y útil a la sociedad. La educación debe lograr que el alumno sea afectivo con su entorno, al grado de cuidar y proteger a la naturaleza, en un ambiente de cordialidad y en una convivencia sana con toda su comunidad. En estos principios se encuentra regulado nuestro PEI, buscando siempre el mejoramiento educativo y propiciando las condiciones adecuadas para un desarrollo integral de nuestros alumnos. Desarrollo integral basado en principios y valores, para aportar individuos responsables a la comunidad, comprometidos a brindar beneficios. Pero también, la Sociedad debe retribuir con oportunidades laborales en un clima de libertad y derecho.

A modo de reflexión se debe entender que los maestros siempre intentan cumplir con todas estas idoneidades, lamentablemente hay diversos factores que nos impiden cumplir en su totalidad con cada una de ellas, citaré algunas:

- Nuestra tecnología es muy limitada, prácticamente es libresca. Se cuenta con un laboratorio con pocas computadoras para una gran comunidad educativa, por lo que el aprendizaje se



vuelve tradicionalista. Ya se manifestó que las TIC son motivadoras del aprendizaje significativo.

- Las horas destinadas a la asignatura de Matemática son pocas (a duras penas 3 horas semanales). Esto origina a que las actividades que se van a aplicar en la Unidad Educativa esté más limitada, hay que comprender que el nuevo cambio de aprendizaje basado en el razonamiento constructivista requiere de cierto tiempo, es difícil cambiar la mentalidad del alumno que ha venido estudiando una matemática mecanicista y aprendiendo conceptos innecesarios.
- Decepción por parte de oportunidades laborales. Si bien es cierto que las directrices curriculares promulgan que nuestros bachilleres salen preparados para el mercado laboral, la oferta educativa sigue siendo escasa.

Si bien se tienen estas limitaciones, también se tienen fortalezas o estrategias para lograr un aprendizaje más efectivo. Por lo tanto, en el rediseño de nuestra unidad didáctica, se harán ciertas implementaciones para mejorar nuestra enseñanza. Se citará las que se consideran principales:

- Proponer a los profesores del área que solo se pidan a nuestros alumnos, trabajos expositivos referentes al contexto histórico de las matemáticas, dada su relevante importancia. Es decir, comprender la evolución histórica de las matemáticas implica lograr una innovación de un determinado contexto matemático resulta muchas veces motivante (Font, V., Sala, G., Breda, A. y Seckel, M., 2017). Cuando se propuso a los alumnos de 3ro BGU que indaguen acerca de las biografías de ciertos matemáticos famosos, sus aportes a las matemáticas y sus anécdotas, se quedaron maravillados de conocer que aun teniendo sus limitaciones, pudieron abordar grandes problemas aparentemente irresolubles y darles su solución de varias formas. El contexto histórico que aprendieron les hizo ver que la matemática se ha ido fortaleciendo gracias al aporte de estos genios universales.
- Se debe tratar en la mayoría de casos aplicar una evaluación afectiva y efectiva. Se considera que al ser la evaluación un proceso, se optó por valorizar más el trabajo individual (actuación y tareas en clase) y también el trabajo grupal (dar la importancia del trabajo en equipo) que las tareas extra clase y la evaluación final, pues las considero complementarias. Es en el aula de clase donde los maestros palpan cómo evoluciona el aprendizaje de nuestros alumnos.



- Hay que tratar en lo posible de crear un ambiente armónico en la clase para lograr que los alumnos tengan un clima de confianza. De aprender matemáticas no como un temor para aprobar una asignatura para no quedarse de año, sino aprender la ciencia del número como una oportunidad de comprender a la naturaleza mediante la modelización.





5. Reflexiones finales

Escriba una valoración sobre los aprendizajes adquiridos a lo largo de toda la maestría sobre estos tres temas:

5.1. En relación a las asignaturas troncales de la maestría

Basados en el principio de que todo ser humano forma parte de una Sociedad y en ella se desenvuelve, se debe entender al alumno como un ser social lleno de expectativas de cómo es el mundo en el que le tocó vivir. Es por esto que la asignatura troncal de Sociología recibida en el Máster de Educación, aportó las pautas para entender mejor al alumno.

La asignatura troncal de Psicología ayudó a entender que los alumnos pasan por una etapa conflictiva durante su adolescencia y los maestros deben comprender que cada adolescente tiene características diferentes y debe ser tratado como tal, y aunque es una tarea difícil se deben buscar mecanismos que le permitan adaptarse a sus cambios de comportamiento en un ambiente de respeto.

En lo referente a la Metodología de la Didáctica, los maestros del Máster aportaron con diferentes ideas para mejorar la enseñanza en el aula y que sea más participativa. Lo más relevante que se puede destacar es que existen métodos, técnicas de enseñanza-aprendizaje tales como los trabajos en parejas, trabajos en grupo, trabajos individuales, debates, utilizar material concreto para que el alumno pueda llegar a la abstracción. Es decir, todos los procesos que permitan realizar un aprendizaje óptimo.

La asignatura troncal Sistema Educativo Ecuatoriano permitió entender cómo la educación ecuatoriana ha ido evolucionando en el transcurso del tiempo y lo más importante qué se puede hacer para mejorarla. Otra novedad muy interesante es que se aprendió a realizar las degradaciones del plan curricular anual, planificando con el uso de destrezas con criterios de desempeño, orientaciones metodológicas, subniveles, tal como lo establece el Currículo vigente.

Otra asignatura muy importante fue Seminario de Investigación, donde se aprendió que todo tipo de investigación requiere una planificación de antemano y de ciertos pasos a seguir. Fue muy útil conocer que en Internet hay links de descarga para conseguir cualquier tipo de



información relevante a nuestra área de estudio, cómo buscar información a partir de una palabra clave o cita bibliográfica.

Al hablar de la asignatura troncal Tutoría y Orientación Educativa se percató que tan importante es la comunicación entre todos los miembros de la comunidad educativa. La maestra que explicó esta asignatura, siempre manifestó que tanto la Tutoría como la Orientación Educativa constituyen unos de los pilares de la calidad educativa.

Se considera que todas estas materias troncales son muy importantes, además fueron impartidas por grandes maestros y eso marca la pauta para afirmar que son de ayuda útil para el perfeccionamiento como docente y como persona.

5.2. En relación a las asignaturas de la especialidad

Se citará las cosas más importantes que se pueden destacar en el aprendizaje de las asignaturas de la especialidad:

- La matemática al ser una materia práctica debe basarse en la resolución de problemas de la vida diaria.
- La matemática para que sea más comprensible y significativa para el alumno debe apoyarse con las herramientas tecnológicas.
- Prácticamente en cada unidad didáctica matemática puede utilizarse diversas estrategias de resolución.
- Es significativo el empleo de material concreto, ya que esto permite que los alumnos al manipularlos tengan un significativo grado de abstracción.
- La inducción facilita la generalización, base fundamental para la obtención de las funciones algebraicas.
- Si bien es cierto que existen fórmulas matemáticas para realizar varios cálculos, se debe tratar en lo posible que los resultados sean obtenidos mediante el razonamiento para que sea firme y significativo el contexto matemático.

5.3. En relación a lo aprendido durante el TFM.

La experiencia adquirida en este Trabajo Final de Máster o TFM es enriquecedora, porque en mi caso me ha permitido aprender métodos, técnicas, estrategias que se pueden



aplicar en nuestra labor educativa y de esta forma tener una perspectiva nueva de cómo deben ser nuestras clases, es decir, más efectivas y significativas para nuestros alumnos. No ha sido un camino fácil, pero sí gratificante en la medida de los objetivos alcanzados ya que se iban aprendiendo estrategias de cómo realizar nuestro TFM. Siendo sincero al comienzo de la maestría tenía inquietudes e interrogantes porque se desconocían los pasos que conllevaban a su realización. Humildemente manifiesto que no me canso de aprender y este TFM me ha enseñado que el alumno siempre será nuestro objeto de enseñanza y el protagonista principal en la construcción del conocimiento; y por lo tanto el maestro solo es un guía en su aprendizaje. De manera especial me ha permitido conocer a otros compañeros con nuevas ideas de enseñanza en mi área y en especial a mi grupo del cual estoy orgulloso de haber formado parte. Mención especial aparte a mi tutora, la Dra. Adriana Breda, gracias por darme su apoyo en todo momento y sobre todo su paciencia en este hermoso proceso llamado TFM.





6. Referencias bibliográficas

Breda, A., Font, V., Lima, V. y Pereira, M. (2 017). *Criterios utilizados por un profesor para justificar su propuesta didáctica: un estudio de un trabajo de fin de máster*. Recuperado de:

https://www.researchgate.net/.../323738638_ANALISIS_DIDACTICO_REALIZADO_P...

Breda, A. y Lima, V. (2 016). *Estudio de Caso sobre el Análisis Didáctico Realizado en un Trabajo Final de un Máster para Profesores de Matemáticas en Servicio*. Recuperado de: enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Breda%20Redimat_2016.pdf

Font, V. (2 007). *Comprensión y contexto: una mirada desde la didáctica de las matemáticas*. La Gaceta de la RSME, 10(2), 427–442.

Font, V., Sala, G., Breda, A. y Seckel, M. J. (2 017). *Aspectos históricos presentes en las propuestas de innovación de profesores de básica de matemáticas*. Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, v.10, n. 3, 2.

Recuperado de: <<https://revistas.utfpr.edu.br/rbect/article/view/7752>>. Acceso em: xxx.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2 016). *Matemática 1 BGU*. Ecuador: Editorial Don Bosco.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2 017). *Matemática 2 BGU*. Ecuador: Editorial Don Bosco.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2 018). *Matemática 3 BGU*. Ecuador: Editorial Don Bosco.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2 016). *Currículo de EGB y BGU, MATEMÁTICA* (p.176)

Pino, L., Godino, J. y Font, V. *Faceta Epistémica Del Conocimiento Didáctico-Matemático Sobre La Derivada*.

Recuperado de: www.ugr.es/~jgodino/eos/Pino-Fan_Mat_Pesquisa%202011.pdf

Silva Ramírez, B. (Coord.) y Juárez Aguilar, J. (2 013). *Manual del modelo de documentación de la Asociación de Psicología Americana (APA) en su sexta edición*. México, Puebla: Centro de Lengua y Pensamiento Crítico UPAEP.

Recuperado de: online.upaep.mx/LPC/online/apa/APAimp.pdf



7. Autoevaluación de los aprendizajes adquiridos

	Apartados	Indicadores	A	B	C	D	Puntuación (0-10)
AUTOEVALUACIÓN DEL ESTUDIANTE	Actividades realizadas durante la elaboración del TFM	Tutorías presenciales	Falté a las tutorías sin justificar mi ausencia.	Falté a las tutorías presenciales y sí justificué mi ausencia.	Asistí a las tutorías presenciales sin prepararlas de antemano.	Asistí a las tutorías presenciales y preparé de antemano todas las dudas que tenía. Asimismo, planifiqué el trabajo que tenía realizado para contrastarlo con la tutora.	10
		Tutorías de seguimiento virtuales	Ni escribí ni contesté los mensajes de la tutora.	Fui irregular a la hora de contestar algunos mensajes de la tutora e informarle del estado de mi trabajo.	Contesté todos los mensajes virtuales de la tutora y realicé algunas de las actividades pactadas en el calendario previsto.	Contesté todos los mensajes virtuales de la tutora realizando las actividades pactadas dentro del calendario previsto y lo he mantenido informado del progreso de mi trabajo.	9
	Versión final del TFM	Objetivos del TFM	El trabajo final elaborado no alcanzó los objetivos propuestos o los ha logrado parcialmente.	El trabajo final elaborado alcanzó la mayoría de los objetivos propuestos.	El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos.	El trabajo final elaborado alcanzó todos los objetivos propuestos y los ha enriquecido.	9
		Estructura de la unidad didáctica implementada	La unidad didáctica implementada carece de la mayoría de los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene casi todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación).	La unidad didáctica implementada contiene todos los elementos de la programación (objetivos, contenidos según el currículum, actividades de enseñanza y aprendizaje y actividades de evaluación), además incluye información sobre aspectos metodológicos, necesidades educativas especiales y el empleo de otros recursos.	9
		Implementación de la unidad didáctica	El apartado de implementación carece de la mayoría de los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla casi todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, observación de la interacción sobre las dificultades halladas inherentes a la actuación como profesor).	El apartado de implementación contempla todos los aspectos solicitados (adecuación de contenidos, dificultades de aprendizaje advertidas, gestión de la interacción y de las dificultades en la actuación como profesor), además de un análisis del contexto y de las posibles causas de las dificultades.	9
		Conclusiones de la reflexión sobre la implementación	Las conclusiones a las que he llegado sobre la implementación de la unidad didáctica son poco fundamentadas y excluyen la práctica reflexiva.	Las conclusiones a las que he llegado están bastante fundamentadas a partir de la práctica reflexiva, pero algunas resultan difíciles de argumentar y mantener porque son poco reales.	Las conclusiones a las que he llegado están bien fundamentadas a partir de la práctica reflexiva, y son coherentes con la secuencia y los datos obtenidos.	Las conclusiones a las que he llegado están muy bien fundamentadas a partir de la práctica reflexiva porque aportan propuestas de mejora contextualizadas a una realidad concreta y son coherentes con todo el diseño.	9
		Aspectos formales	El trabajo final elaborado carece de los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y no facilita su lectura.	El trabajo final elaborado casi cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.), pero su lectura es posible.	El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y su lectura es posible.	El trabajo final elaborado cumple los requisitos formales establecidos (portada con la información correcta, índice, paginación, diferenciación de apartados, interlineado que facilite la lectura, etc.) y ha incorporado otras que lo hacen visualmente más agradable y facilitan la legibilidad.	9



	Redacción y normativa	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales dificultan la lectura y comprensión del texto. El texto contiene faltas graves de la normativa española.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales facilitan casi siempre la lectura y comprensión del texto. El texto contiene algunas carencias de la normativa española.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan a la lectura y comprensión del texto. El texto cumple con los aspectos normativos de la lengua española, salvo alguna errata ocasional.	La redacción del trabajo, la distribución de los párrafos y los conectores textuales ayudan perfectamente a la lectura y comprensión del texto. El texto cumple con los aspectos normativos de la lengua española y su lectura es fácil y agradable.	9
	Bibliografía	Carece de bibliografía o la que se presenta no cumple los requisitos formales establecidos por la APA.	Se presenta una bibliografía básica que, a pesar de algunos pequeños errores, cumple los requisitos formales establecidos por la APA.	Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los requisitos formales establecidos por la APA.	Presenta una bibliografía completa y muy actualizada, que cumple los requisitos formales establecidos por la APA de forma excelente.	8
	Anexo	A pesar de ser necesaria, falta documentación anexa o la que aparece es insuficiente.	Hay documentación anexa básica y suficiente.	Hay documentación anexa amplia y diversa. Se menciona en los apartados correspondientes.	La documentación anexa aportada complementa muy bien el trabajo y la enriquece. Se menciona en los apartados correspondientes.	9
	Reflexión y valoración personal sobre lo aprendido a lo largo del máster y del TFM	No reflexioné suficientemente sobre todo lo que aprendí en el máster.	Realicé una reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa.	Realicé una buena reflexión sobre lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a modificar concepciones previas sobre la educación secundaria y la formación continuada del profesorado.	Realicé una reflexión profunda sobre todo lo aprendido en el máster y sobre la realidad educativa. Esta reflexión me ayudó a hacer una valoración global y me sugirió preguntas que me permitieron una visión nueva y más amplia de la educación secundaria y la formación continuada del profesorado.	10

Nota final global (sobre 1,5): **1,36**

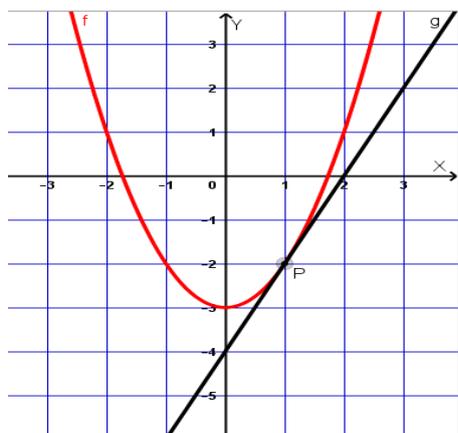




8. Anexos

Anexo 1. Ejercicios propuestos relativos a Derivada de una función en un punto.

01. Considera la gráfica que se muestra y determina:



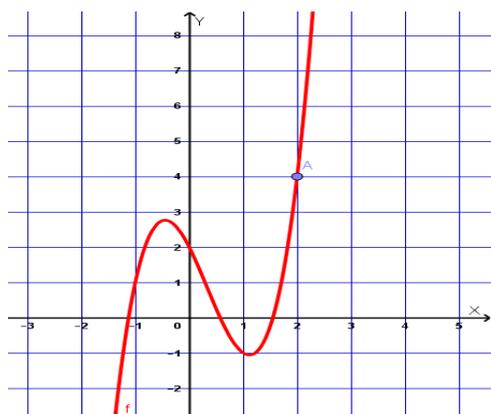
a) la derivada de la función cuadrática $f(x) = x^2 - 3$ en el punto indicado.

b) la ecuación de la recta tangente $g(x)$ a la curva en el punto dado usando la pendiente de la recta dada.

02. Considera el ejercicio anterior y demuestra gráficamente el apartado (a).

¿Qué conclusiones puedes sacar acerca de la derivada de la función en un punto dado y la pendiente de la recta tangente?

03. Determina $f'(2)$ para la función $f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 3x + 2$. La gráfica se muestra a continuación. ¿Qué conclusiones puedes sacar al graficar la recta tangente en el punto dado?





Anexo 2. Ejercicios propuestos relativos a Función Derivada.

01. Determina la segunda derivada de la función: $f(x) = 4x^3$.

02. Determina la tercera derivada de la función: $f(x) = 2x - 3x^2$

Anexo 3. Ejercicios propuestos relativos a Función Derivada y Operaciones.

01. Determina $f'(x)$ de la función: $f(x) = 4x^4 - 3x^3 + \ln(4x + 5) - 2 \operatorname{sen} x^2$.

02. Determina $f''(x)$ de la función: $f(x) = \ln(2x^2 - 3)$.

03. Determina $f'''(x)$ de la función: $f(x) = e^{x^2}$.

Anexo 4. Ejercicios propuestos relativos a Aplicaciones de las derivadas.

01. Un heladero ha comprobado que, a un precio de 50 *ctvs* de dólar la unidad, vende una media de 200 helados diarios. Por cada centavo que aumenta al precio, vende 2 helados menos al día. Si el costo por unidad es de 40 *ctvs*.

- ¿a qué precio de venta es máximo el beneficio diario que obtiene el heladero?
- ¿Cuál será ese beneficio?

02. La producción de frutillas en un invernadero ($Q(x)$ en *kg*) depende de la temperatura (x en $^{\circ}\text{C}$) según la expresión: $Q(x) = (x + 1)^2(32 - x)$. Calcula:

- La temperatura óptima a mantener en el invernadero.
- ¿qué producción de frutillas se obtendría?

03. El desplazamiento, en metros, de un deportista de élite se expresa mediante la función:

$s(t) = t^3 + 5t^2 - 3t$, donde t es expresada en segundos.

- ¿Cómo se obtendrá la expresión que permita evaluar la velocidad del deportista?
- ¿Cuál es la expresión?
- Si deseo conocer, la velocidad a la cual se desplaza a los 3 segundos. ¿Qué proceso se debe realizar?
- ¿Cómo se podría determinar la expresión que permita calcular la aceleración que desarrolla el deportista?



e) ¿Cuál es la aceleración del deportista en el instante cuando $t = 5$ segundos?

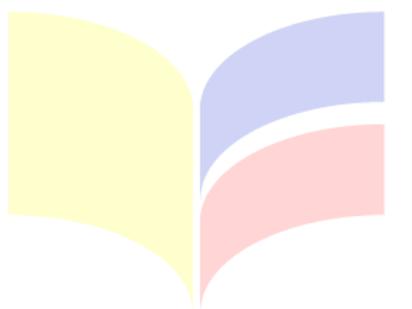
04. Un fabricante de bolígrafos sabe que el coste de producción de x bolígrafos en una semana es de $C(x) = 180 + 10x + x^2$. Si vende cada bolígrafo a 100 centavos:

a) Expresa el beneficio que obtiene por la venta de x bolígrafos en una semana (beneficios = ingresos menos costos);

b) Calcula cuántos debe vender para obtener el máximo beneficio. ¿Cuál es ese beneficio máximo?

05. Una piedra es lanzada siguiendo una trayectoria parabólica, dada por la ecuación

$h = -t^2 + 8t - 13$, donde h es la altura en metros y t el tiempo en segundos. Halla el tiempo en que alcanza su altura máxima y el valor de esta.



Anexo 5. Fotos que nos ayudaron a evidenciar el proceso (Inicio)



Anexo 6. Fotos que nos ayudaron a evidenciar el proceso (Exponiendo las investigaciones)



Anexo 7. Fotos que nos ayudaron a evidenciar el proceso (Entrega de material para el trabajo en parejas)



Anexo 8. Fotos que nos ayudaron a evidenciar el proceso (Realizando operaciones con calculadoras gráficas)



Anexo 9. Fotos que nos ayudaron a evidenciar el proceso (Explicando la gran utilidad del recurso matemático Geogebra)

